

布

布依文化

数学问题提出与解决课例研析



主编 彭光明 施顺强 孙健



陕西师范大学出版总社

依

数学问题提出与解决课例研析

布依文化



主 编 彭光明 施顺强 孙 健  
副主编 熊显萍 蒋会兵 龙如军  
编 者 杜派友 李二林 杨 林 彭光艳 贺镇坤 彭训泽 余 莹  
瞿永珍 杨荣敏 徐瑞云 蒋会兵 岑 锐 师东利 陈治海  
彭金龙 龙如军 钱勇成 徐志梅 肖本佳 郭富艳 丰良周  
邱朝艳 戴时翠 邹丽娜 耿仲民 罗 维 王丹美 刘 润  
鄢传兰 刘 勇 梁 伟 张雪飞 谢妮淞 郑传刚 周洪标  
张云陶 张东旭 刘兴凤 廖忠霞 杨太超 徐玉英 冯 丽  
路 丽 王大春 易宏娇



陕西师范大学出版总社

图书代号 JC19N1461

图书在版编目(CIP)数据

布依文化数学问题提出与解决课例研析 / 彭光明, 施顺强, 孙健主编. — 西安: 陕西师范大学出版总社有限公司, 2019.9

ISBN 978-7-5695-1070-6

I. ①布… II. ①彭… ②施… ③孙… III. ①数学课—教学研究—中小学 IV. ①G633.602

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2019)第 196663 号

布依文化数学问题提出与解决课例研析

BUYI WENHUA SHUXUE WENTI TICHU YU JIEJUE KELI YANXI

主编 彭光明 施顺强 孙健

策划编辑 曾学民

责任编辑 刘金茹

责任校对 石希

装帧设计 鼎新设计

出版发行 陕西师范大学出版总社  
(西安市长安南路199号 邮编 710062)

网 址 <http://www.snupg.com>

经 销 新华书店

印 刷 陕西金和印务有限公司

开 本 889mm × 1194mm 1/16

印 张 19.5

字 数 404千

版 次 2019年9月第1版

印 次 2019年9月第1次印刷

书 号 ISBN 978-7-5695-1070-6

定 价 86.00元

读者购书、书店添货或发现印刷装订问题, 请与本社联系。

电 话: (029) 85307864 85303622 (传真)



# 序

民族地区教育事业是全国教育事业的重要组成部分，少数民族地区教育的发展问题已经成为全国教育发展的艰巨任务。当前，推进民族教育发展已逐步上升为国家战略。国家明确提出了“重视和支持民族教育事业，全面提高少数民族和民族地区教育发展水平”的发展任务。基础教育是我国民族教育事业的奠基工程，由于受语言转换、师资水平、自然环境等诸多因素的影响，少数民族地区理科教育成为中小学学生学习的“拦路虎”，少数民族数学教育更是理科教育的“瓶颈”。

贵州黔西南布依族苗族自治州地处滇黔桂三省交界，是全国布依民族的主要聚居地，州内民族传统文化厚重，民族风情浓郁，保存着完整的布依传统文化和风俗习惯。但由于地理位置偏远、经济欠发达，地方基础教育特别是数学教育发展滞后，与发达地区数学教育差距较为明显，存在一些亟待解决的突出问题。如何通过挖掘布依族数学文化，激发学生的数学学习兴趣，帮助学生更好地认识数学、理解数学、学习数学，提高学生的学习能力、实践能力和创新能力，推动素质教育活动的实施是当前布依族乃至民族地区数学教育面临的紧迫任务。

贵州兴义民族师范学院副校长彭光明教授带领研究团队，长期围绕民族数学文化资源开发和数学课堂教学模式改革开展实践研究，对布依民族文化融入中小学数学教育进行了有益的尝试，取得了一系列成果。特别值得一提的是，彭校长及其团队完成的“布依文化中的数学智慧融入中小学数学教育实践研究”荣获2018年国家基础教育教学成果二等奖。《布依文化数学问题提出与解决课例研析》是该成果在实践中运用的有力支撑和补充。

该书具有以下特色：第一，关注问题提出与问题解决这两大国际数学教育研究的热点，以数学问题为导向，为数学文化研究开拓了新的增长点；第二，将零散的布依服饰文化、建筑文化、生活文化、曲艺文化、饮食文化等静态的布依文化资源转变成活的数学资源，形成鲜活、生动的数学案例；第三，以“三教”理念为指导，以核心素养为目标，按照“知识点、布依文化情境、课时目标、核心问题、教学实录、学生



体验、教学体验”的思路编写，构思独到，脉络清楚，结构巧妙。

要编好这本书不是一件容易的事，彭光明教授及其团队克服了诸多困难，本书蕴含着他们对少数民族数学教育探索的心血和智慧，相信《布依文化数学问题提出与解决课例研析》一书能为民族地区学生数学学习、教师教学研究、校园民族文化建设提供参考，助力民族地区基础教育发展。我也期盼能看到更多这样的成果在民族数学教育的百花园中竞相开放、绽放芬芳！

我对布依族数学文化以及数学教育状况了解甚少，本不敢对本书妄加评议，但这实在是一个很值得研究和借鉴的成果，应彭光明校长一再邀请，盛情难却，略述几句，权当序。

2019年9月1日

（宋乃庆，西南大学教授、博士生导师，国家级教学名师，西南大学统筹城乡教育发展研究中心首席专家，教育部西南基础教育课程研究中心主任，原西南师范大学校长、西南大学原常务副校长。）



## 前言

以布依文化为主题的又一研究成果——《布依文化数学问题提出与解决课例研析》又与读者见面了。本书是《山地旅游布依数学教学案例》一书的延续与升华，延续了将布依文化中的数学智慧研发成本土性数学教学资源的思路和“三教（教思考、教体验、教表达）”理念培育学生核心素养的教育理念，但更加注重将编写案例应用于课堂教学的效果和学生的获得，更加注重研发教学资源的方法、课堂教学实施路径，对教师教学研究、学校校本研修具有现实意义。

本书建构了“一看、二想、三画、四编、五写”的学习资源研发“五要素”，即“观看文化情境、联想数学问题、勾画数学关系、创设数学情境、撰写教学设计”，在利用原生态的布依文化创设数学情境的过程中，力求使教学内容符合学生认知规律，使课程内容的选择更贴近学生实际，让学生更好地体验与理解、思考与探索数学知识，更加关注学生的直接体验、数学学习兴趣，培养学生的数学学习信念，增强学生的民族自豪感和自信心。

本书更加注重教学案例培养学生核心素养的过程和成效，注重教学案例应用于课堂教学以后教师的反思和体会。体现了“三教”理念指导下的“布依文化数学教学六步”（文化引导问题探究—过程展示—解法讲评—迁移巩固—课后反思）的基本路径，呈现了培养学生“能观察、会思考、善表达”的数学学习能力、数学思维方式、数学表达能力的过程，促进了学生数学核心素养的培育。融入布依民族文化后的数学教学活动，有效调动了学生的积极性，激发了学生的数学思维和创造性思维。让学生的数学学习成为一个生动活泼富有个性的过程，某种程度上来说，解决了“民族地区中小学学生理科学习的‘拦路虎’和‘瓶颈’的问题”。教师结合课堂教学，正视问题、总结得失、查找原因、及时改进，在不断总结、反思、修正的过程中，自我提升。

总之，本书旨在以民族地区学生熟知的文化知识为背景，挖掘布依文化中的数学智慧，研发成数学教学资源供教师使用；以课堂教学为主阵地，组织教师教学研究，



力图使民族地区学生在熟悉的文化背景中获得数学知识、训练数学思维、培养数学思想、培育核心素养。力争使民族地区数学教师借助民族数学研究，提升专业素养、提高教学能力，助推民族地区数学教育发展。

全书共分五篇35个教学课例，其中第一篇以服饰文化为主题，第二篇以建筑文化为主题，第三篇以生活文化为主题，第四篇以曲艺文化为主题，第五篇以饮食文化为主题，课例涵盖小学、初中、高中三个学段的数学知识。兴义民族师范学院彭光明教授提出了布依文化数学问题提出与解决课例研习的教育理念，建构理论基础，制定研究的目标、路径和方法，并组织兴义民族师范学院中学数学教学团队、兴义八中、兴义三中、兴义六中、义龙一中、德卧中学、兴义八小、兴义四小、则戎中心学校、师院附中的教师参加课例编写及录制。孙健副教授负责全书统稿、审稿等具体工作，并指导高中课例的设计和编写；施顺强副教授负责小学课例的指导和修订；熊显萍副教授、王美娜副教授、杨伟平老师参与课例的设计及其他编写工作。兴义三中蒋会兵老师、义龙一中龙如军老师也参加了校对和审定工作。

本书在编写过程中得到了西南大学宋乃庆教授、贵州师范大学吕传汉教授的悉心指导和帮助，借此机会我们诚挚感谢宋乃庆教授为本书撰序，感谢贵州师范大学吕传汉教授在题材选取、课例构思、内容设计、教育理念等方面给予的指导，为此，对吕传汉先生长期为数学教育事业注入心血表示崇高的敬意！

在此，也对陕西师范大学出版总社的大力支持和编辑们的辛勤劳动表示诚挚的谢意和由衷的感谢！

鉴于编写时间仓促、水平有限，敬请各位读者提出宝贵的意见和建议，我们将在实践中不断探索、总结和完善，更好地为民族地区的数学教育服务，助推教育发展。

彭光明于黔西南布依族苗族自治州兴义

2019年7月22日

# 目录

Contents

## 服饰文化篇 / 001

- 课例1 布依背带上的数学归纳法 / 003
- 课例2 布依刺绣中的简单线性规划问题 / 015
- 课例3 布依刺绣中的函数奇偶性 / 024
- 课例4 布依刺绣中的线性规划问题 / 033
- 课例5 布依服饰纹样中的轴对称图形 / 042
- 课例6 布依族服装搭配中的优化问题 / 050
- 课例7 布依服饰纹样中平行四边形的面积 / 058
- 课例8 布依刺绣中的平行四边形和梯形 / 066

## 建筑文化篇 / 073

- 课例9 布依圆堡粮仓的三视图和相关计算 / 075
- 课例10 布依民居中的直线与平面垂直 / 084
- 课例11 布依吊脚楼中的正、余弦定理 / 093
- 课例12 布依民居中的直线平行与垂直 / 102
- 课例13 布依窗格中的平行四边形 / 111
- 课例14 布依建筑中的长方形面积计算 / 121
- 课例15 布依圆堡粮仓的容积计算 / 128

### 生活文化篇 / 135

- 课例16 布依石磨中的任意角 / 137
- 课例17 布依生活用具中的三视图 / 147
- 课例18 布依斗笠中的三视图、表面积、体积 / 157
- 课例19 布依斗笠中的圆锥体积 / 168
- 课例20 布依土布纺织中的平移与旋转 / 175
- 课例21 布依农具中的图形运动 / 184
- 课例22 布依服装制作中比的应用 / 192

### 曲艺文化篇 / 199

- 课例23 布依八音乐器中的三视图 / 201
- 课例24 布依八音坐唱中的排列组合 / 211
- 课例25 布依铜鼓中的垂径定理 / 218
- 课例26 布依铜鼓中的对称 / 226
- 课例27 布依铜鼓中圆的面积计算 / 234
- 课例28 八音坐唱乐器中的圆 / 243
- 课例29 布依铜鼓中圆的周长计算 / 252

### 饮食文化篇 / 259

- 课例30 布依八大碗中的排列组合问题 / 261
- 课例31 布依五色糯米饭中的排列与组合 / 270
- 课例32 布依清明粑中的最优方案问题 / 277
- 课例33 布依美食中的倍数关系 / 285
- 课例34 布依族美食中的乘法口诀 / 291
- 课例35 布依族美食中的小数除法 / 299

## 服饰文化篇

布依族服饰（如图1、图2）被称为“穿在身上的史诗”，是用自纺、自织、自染、自绣的布料（俗称“土布”）缝制而成，多为蓝、青、黑、白等色调。男子大多数包头巾，穿对襟短衣（或大襟长衣）和长裤，老年人大多穿对襟短衣或长衫，妇女的服饰各地不一，有的穿蓝黑色百褶长裙，有的喜欢在衣服上绣花，有的喜欢用白毛巾包头，戴银质手镯、耳环、项圈等饰物。

布依族服饰上的装饰纹样主要由刺绣和蜡染形成（如图3、图4、图5、图6）。刺绣，布依语称为“谷绣”，是布依族女孩必须学的手艺，布依男青年往往以此作为选择配偶的重要标准之一，更是妇女显示其聪明灵巧、富于创造的具体体现。刺绣图案多为房舍楼阁、鱼虾龙蛇、河流船帆、飞禽走兽、花草林木、山水田园等，也有人物描画和传说中的神话故事，图面精细别致。刺绣可用作服饰、帐檐门帘、桌布、被面、背带、头帕、荷包、挂包、鞋面、手帕等装饰。蜡染的花纹图案多为花草或几何图形，常见的有蕨菜花、团花、小花、牵牛花、喇叭花、漩涡、锯齿、三角、方格、菱形、太阳、水波、龙凤、鸳鸯、野鹿、双寿双喜等。这些花纹图案中，有同形组合成花，多形组合成体；有的花上套花，花中显花，方圆并蓄，蜡染布多用于缝制妇女服饰，或用作床单、被面、帐檐等。

布依族服饰经3 000多年的历史演进与传承，形成了具有自己民族特色的服饰文化圈，它包含了种、纺、织、染、绣、缝等技术，凝结了纺织文化背景中的民俗文化特征，构成了以纺和织为母体的布依布，蜡染、刺绣、挑花、镶缀、裁缝、服饰等系列纺织文化现象，是布依族文化精髓的集中体现之一。同时，布依族服饰质料款式结构所表现出来的不仅是一种形式的美，如色调的冷暖、色彩的淡雅、节奏的明快、韵律的流动、构图的疏密粗犷等等；同时也表达布依族人民的精神、观念、心理、情感、意志、审美等深含的内容，布依族人正是通过其服饰给人质朴自然之美。

2014年11月11日，布依族服饰经国务院批准列入第四批国家级非物质文化遗产名录。

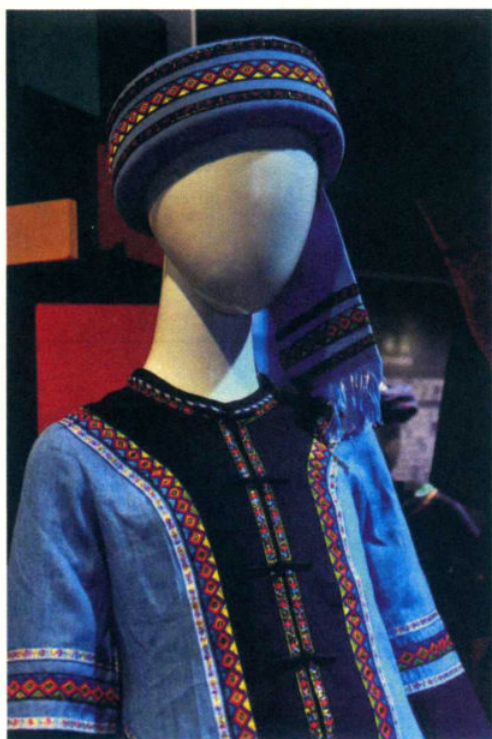


图1 布依族男装



图2 布依族女装



图3 动物刺绣纹样



图4 几何刺绣纹样



图5 蝴蝶蜡染图案



图6 花朵蜡染图案

## 课例 1 布依背带上的数学归纳法

兴义市第三中学 杜派友

### 一、知识点：数学归纳法

### 二、布依文化情境

刺绣是每个布依族姑娘必须学的手艺，是布依族姑娘心灵手巧的象征，她们会把自己认为最精美的绣品作为自己最珍贵的礼物送给珍贵的客人，以表达自己美好的祝愿。在众多的绣品中，背小孩的“背带”被布依姑娘和布依年轻妇女看得格外重要，将之视为甜蜜爱情与伟大母爱的象征，背带刺绣图案构思新颖、做工精巧、工整、对称，绣案栩栩如生，色彩艳丽，绣图丰富（如图7、图8）。



图7 背带上的方形图案



图8 背带上的圆弧图案

### 三、课时目标

(1) 通过探究布依背带的数学情境，了解数学归纳法的原理；能用数学归纳法证明简单数列问题。

(2) 通过创设民族文化情境激发学生学习数学的兴趣和热情，从而对背带图案中的正方形面积关系进行抽象，得到布依背带上的数列，促进学生数学抽象能力的提高。

(3) 让学生由特殊到一般归纳出等比数列的通项公式，并通过对多米诺骨牌游戏原理的研究，推导出数学归纳法的一般步骤，促进学生逻辑推理能力的提升。

### 四、核心问题

能通过布依背带上的图形规律构造出数列这一载体，并能运用数列知识解决图形规律问题，学习“数学归纳法”。



## 五、课堂教学实录

课时内容 布依背带上的数学归纳法	
片段1 创设情境，目标导入	设计意图
<p><b>师：</b>我们大家逛街的时候，经常见到一些背着婴儿的妈妈，她们背小孩的工具是什么呢？</p> <p><b>生：</b>背带。</p> <p><b>师：</b>小时候我们几乎都是在父母背上长大的，背带对于我们有着特殊的意义，下面让我们一起来了解一下布依背带文化（播放课前已准备好的小视频），大家看视频的时候思考一下背带做工有什么样的特点。</p> <p><b>生：</b>背带做工精巧、工整、对称。</p> <p><b>师：</b>我们来欣赏一幅背带绣品（如图9），从中能找出哪些数学元素？</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p><b>图9 背带方形图案</b></p> <p><b>生：</b>正方形。</p> <p><b>师：</b>有几个正方形，它的大小有没有规律？</p> <p><b>生：</b>有4个正方形，外面的最大，里面依次减小。</p> <p><b>师：</b>本节就是围绕布依背带上的数学元素展开研究，拟达到以下三个学习目标：</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>（1）通过探究布依背带上的数学元素，了解数学归纳法的原理。</li> <li>（2）能用数学归纳法证明简单数列问题。</li> <li>（3）复习巩固等比数列的相关知识。</li> </ol>	<p>通过播放小视频，勾起学生对儿时背带的回忆，让学生从中观察出有关数列的问题，从而引出本节课的学习目标，引发学生的好奇心，激发学生的学习热情，让学生对本节课充满学习激情。</p>

## 片段2 问题引入, 温故知新

## 设计意图

师: 下面我们一起将布依背带上的图形画出来(如图10)。大家观察一下这个图形有什么特征, 第二个正方形是如何得到的?



数学抽象

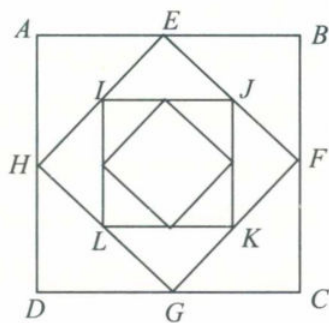


图10 数学模型示意图

生: 取第一个正方形的中点, 然后顺次连接, 得到第二个正方形。

师: 若设最大的正方形(正方形 $ABCD$ )的边长为 $a$ 个单位( $a > 0$ ), 则最大的正方形面积为多少?

生:  $a^2$ 。

师: 将这些正方形的面积看成一个数列 $\{a_n\}$ , 最大的正方形面积记为 $a_1$ , 即 $a_1 = a^2$ 。图10中正方形从大到小的面积依次为 $a_1, a_2, a_3, a_4$ , 你能否计算出它们的值? 若依此规律继续下去, 则第 $n$ 个正方形的面积是多少?(小组合作探究)

生:  $a_2 = \frac{1}{2}a^2, a_3 = \frac{1}{4}a^2, a_4 = \frac{1}{8}a^2, a_n = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} a^2$ 。

师: 你是如何得到 $a_2, a_3, a_4$ 的? 又是如何进行猜想的?

生: 第二个正方形的边长为  $\frac{\sqrt{2}}{2}a$ , 则面积为

$a_2 = \frac{\sqrt{2}}{2}a \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}a = \frac{1}{2}a^2$ , 第三个正方形的边长  $\frac{1}{2}a$ , 则面积为

$a_3 = \frac{1}{2}a \cdot \frac{1}{2}a = \frac{1}{4}a^2$ , 第三个正方形的边长  $\frac{\sqrt{2}}{4}a$ , 则 $a_4$ 为

$a_4 = \frac{\sqrt{2}}{4}a \cdot \frac{\sqrt{2}}{4}a = \frac{1}{8}a^2$ 。  $a_1, a_2, a_3, a_4$  的值中都含有 $a^2$ , 且 $a_1$

通过对布依背带的观察、分析, 促进学生抽象能力的提升, 让学生从特殊到一般归纳出等比数列通项, 复习归纳推理方法, 思考结论的正确性, 由不完全归纳法得出结论不一定正确, 引出完全归纳法, 并思索能否由完全归纳法证明结论的正确性, 引出数学归纳法。



中的系数为 $\left(\frac{1}{2}\right)^0$ ,  $a_2$ 中的系数为 $\left(\frac{1}{2}\right)^1$ ,  $a_3$ 中的系数为 $\left(\frac{1}{2}\right)^2$ ,  $a_4$ 中的系数为 $\left(\frac{1}{2}\right)^3$ , 所以猜想  $a_n = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} a^2$ 。

**师:** 这个小组的同学回答得非常好, 有理有据, 还有没有其他的解题思路呢?

**生:** 有。

连接 $EG$ 、 $HF$  (如图11), 由对称性可知, 第二个正方形的面积是第一个正方形面积的一半, 则  $a_2 = \frac{1}{2}a_1 = \frac{1}{2}a^2$ , 同理, 可得 $a_3$ 、 $a_4$ 。由正方形的构造原则, 可知数列 $\{a_n\}$ 是一个等比数列, 由等比数列通项公式可知, 第 $n$ 个正方形的面积是

$$a_n = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} a^2。$$

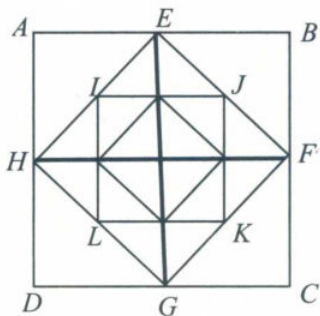


图11 数学模型图

**师:** 这个小组发现由正方形的面积构成的数列是一个等比数列, 并且后一项与前一项的比值是 $\frac{1}{2}$ , 从而得出了数列 $\{a_n\}$ 的通项公式, 做得非常好 (伴随着同学们赞同的掌声)。

**师:** 第一个小组从四个特殊的值推导出了一般的结论, 采用的是什么推理方法啊?

**生:** 归纳推理。

**师：**大家回想一下归纳推理得出的结论一定是正确的吗？

**生：**不一定。

**师：**归纳推理又分为不完全归纳法和完全归纳法。这种考察部分对象得到一般结论的推理方法称为不完全归纳法，由不完全归纳法得出的结论一定正确吗？我们请一位同学帮我们读一下下面的故事，其他同学思考一下故事里的人物有没有用到不完全归纳法？得出的结论正确吗？

从前有个土财主，想叫儿子识个字，请来一位教书先生。先生把着学生的笔杆儿，写一横，告诉是个“一”字；写两横，告诉他是个“二”字；写三横，告诉他是个“三”字。学到这里，儿子就告诉父亲说：“我已经学会了写字，不用先生再教了。”于是，财主就把教书先生给辞退了。

一天，财主要请一位姓万的朋友，叫儿子写张请帖。可是，等了老半天，也不见写来，他就去催儿子。

儿子抱怨说：“你不识字，不知道写字有多难。这个人姓什么不好，偏偏姓万。我从清早一直写到现在，手都写困了，才刚刚写完三千横！”

**师：**哪位同学给大家分析一下故事里的人物有没有用到不完全归纳法？得出的结论正确吗？

**生：**故事里面财主的儿子认为“一”字是一横，“二”字是两横，“三”字是三横，由此推测“万”字是一万横，用了不完全归纳法，得出的结论是错误的。

**师：**由此可知不完全归纳法得出的结论不一定正确，与不完全归纳法相对的是完全归纳法，不完全归纳法是考察部分对象得到一般结论的推理方法，那完全归纳法指的应该是？

**生：**考察全部对象得到一般结论的推理方法。

**师：**完全归纳法得出的结论一定正确吗？我们来看下面一个故事。

**妈妈：**火柴买回来了吗？

**儿子：**买回来了。

**妈妈：**火柴好用吗？



儿子：很好用，我每一根都试过了，全部划得着。

生：正确。

师：每一根都试过了，说明他全部都考察了一遍，全部划得着，就说明每一根火柴都好用，那么得出的结论肯定是正确的。既然完全归纳法得出的结论肯定是正确的，那么布依背带上的数列的通项公式，我们可以用完全归纳法来证明吗？

师：接着我们分别取第四个正方形的中点，然后顺次连接，得到第五个正方形，同样方法，得到第六个、第七个正方形。可以得到 $a_5$ 等于？

生： $a_5 = \frac{1}{16}a^2$ 。

师： $a_6$ 等于？

生： $a_6 = \frac{1}{32}a^2$ 。

师： $a_7$ 等于？

生： $a_7 = \frac{1}{64}a^2$ 。

师：数列 $\{a_n\}$ 中 $n$ 可取1, 2, 3, 4, …，我们能不能把它们一一列出来？

生：不能。

师：数列中的项数是无限的，既然我们不能一一列出来去证明这个数列的猜想是正确的，那么有没有其他的验证方法呢？能不能运用“有限”的手段，来解决“无限”的问题呢？

### 片段3 探究数学归纳法

### 设计意图

师：下面我们来观看一下多米诺骨牌视频，想一想多米诺骨牌游戏的原理是什么？由这个原理我们可以得到什么