

这才是 好看的数学

吴作乐 吴秉翰◎著



绿色印刷产品



时代荟聚经典
好书与你相伴

上架建议：畅销 | 科普

ISBN 978-7-5699-3280-5



9 787569 932805 >

定价：48.00元

这才是 好看的数学

吴作乐 吴秉翰◎著

MAFIS

 北京时代华文书局

图书在版编目 (CIP) 数据

这才是好看的数学 / 吴作乐, 吴秉翰著. — 北京: 北京时代华文书局, 2019. 12
ISBN 978-7-5699-3280-5

I. ①这… II. ①吴… ②吴… III. ①数学—普及读物 IV. ①01-49

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2019) 第 257534 号

北京市版权局著作权合同登记号 图字: 01-2019-4296

本书五南图书出版股份有限公司授权北京时代华文书局有限公司在中国大陆出版发行
简体字版本。

这才是好看的数学

Zhe Caishi Haokan De Shuxue

著 者 | 吴作乐 吴秉翰

出 版 人 | 陈 涛

选题策划 | 张超峰

责任编辑 | 张超峰

封面设计 | 红杉林文化

版式设计 | 王艾迪

责任印制 | 刘 银

出版发行 | 北京时代华文书局 <http://www.bjsdsj.com.cn>

北京市东城区安定门外大街 136 号皇城国际大厦 A 座 8 楼

邮编: 100011 电话: 010-64267955 64267677

印 刷 | 小森印刷 (北京) 有限公司 010 - 80215073

(如发现印装质量问题, 请与印刷厂联系调换)

开 本 | 880mm×1230mm 1/32 印 张 | 7.25 字 数 | 100 千字

版 次 | 2020 年 4 月第 1 版 印 次 | 2020 年 4 月第 1 次印刷

书 号 | ISBN 978-7-5699-3280-5

定 价 | 48.00 元

版权所有, 侵权必究

前言

数学家像画家或诗人，都是形态、式样的创造者……他们的作品必须是美的，他们的创意也必须像颜色或语句，协调地组织在一起，美是数学的第一道考验，不美的数学在这世上毫无地位。

——哈代（Godfrey H. Hardy），英国数学家

我的工作通常需要努力结合真理与美感，但若被迫两者选其一时，我一向选择美感。

——外尔（Hermann Weyl），德国数学家

数学家研究数学的动机并非因为数学有用，而是因为它是无可比拟的美感体验。

——庞加莱（Henri Poincaré），法国物理学家、数学家

这是一本叙述数学之美的书，而不是叙说数学多有用的书。数学是一门最被人们误解的学科，它常被误认为是自然科学的一支。事实上，数学固然是所有科学的语言，但是数学的本质和内涵比较接近艺术（尤

其是音乐），反而与自然科学的本质相去较远。本书尝试从人类文明发展的脉络来说明数学的本质：它像艺术一样，是人类文化中深具想象力及美感的一部分。

为何人们对数学会是如此大的误解，其原因大致如下：我们的数学教育只注重快速解题，熟记题型以应付考试的需求，造成学生及家长对数学的刻板印象就是：一大堆做不完的测验卷及一大堆公式。在这种环境下，如何能期待多数的学生对数学有学习的动机和兴趣？其结果是，用功的学生努力背题型、背公式以得到好成绩，考上名校。就业后，在一般的工作岗位上，大家发现只要会加减乘除就够用了，以往多年痛苦的学习显然只是为了考试，数学不但无趣也无用。至于没那么用功的学生早在初中阶段就放弃数学了。因为就投资回报率而言，数学要花太多时间，且考试成绩未必和时间成正比，将这些时间用在别的学科比较有效益。

更糟的是，很多人错误地将数学好不好和人聪不聪明画上等号。固然，数学很好的学生对抽象概念掌握的能力不错，仅此而已。数学不好的学生也只显示他的抽象概念掌握能力有待加强，与聪明程度无关。请问，我们会认定一个五音不全（音感不佳）的人就是不聪明吗？

此外，我们的教材有很大的改进空间。譬如说，专为考试设计的“假”应用题。然而最糟糕的是，为了在短时间内塞进太多内容，教材被简化成一系列的公式和解题技巧。

事实上，数学绝对不是一系列的技巧，这些技巧不过是一小部分，它们远不能代表数学，就好比调配颜色的技巧不能当作绘画一样。换言之，技巧就是将数学这门学问的激情、推理、美和深刻内涵抽离之后的产物。从人类文明的发展来看，数学如果脱离了其丰富的文化内涵，就会被简化成一系列的技巧，它的真实面貌就被完全扭曲了。其结果是：

对于数学这样一门基础性的、富有生命力、想象力和美感的学科，大多数人的认知是数学既枯燥无味，又难学又难懂。在这种恶劣的学习环境及和错误认知的影响下，学生和家长或多或少都会产生数学焦虑症（Mathematics Anxiety）。

这些症状如：

- （1）考前准备这么多，为何仍考不好？是不是题目做得不够多？
- （2）数学成绩不好，是否显示我不够聪明，以后如何能后来居上？
- （3）除了去补习班之外，有没有其他方法可以学好数学，不再怕数学，进而喜欢数学？

数学焦虑症不是一天造成的，因此它的“治疗”也要循序渐进。首要是去除对数学的误解和恐惧，再服用“解药”（新且有效的学习方法、教材）。

本书首先说明数学是西方文明的一个有机组成部分。数学不仅影响了哲学，也塑造了众多流派的绘画和音乐，还为政治学说和经济学提供了理性的依据。作为人类理性精神的化身，数学已经渗透到以前由权威、习惯、迷信所统治的领域，而且取代它们成为思想和行动的指南。更重要的是，数学在令人赏心悦目的美感价值方面，足以和任何其他艺术形式媲美。因此我深信应该将数学的“非技巧”部分按历史发展的脉络纳入本书，使学生感受到这门学科之美，从而增强学习的动机。以我们的语文教学为例，学生同时学习技巧（写字、拼音、造句）和美学（诗词、文学欣赏）。同样的道理，如果数学教学和语文教学一样，技巧与美感并重，将会大大降低学生对数学的厌恶和恐惧。

其次，本书叙述作者学习及领悟数学的心路历程，并借此说明数学推理和独力思考能力的关系。

最后，我会给出治疗“数学焦虑症”的解药，就是一套全新的数学

学习方法。本人最大的愿望就是：学生经由本书的学习，能大幅降低对数学的恐惧，增加信心，进而体会数学之美。同时，也因为更有自信，就能更有效率地学习“技巧”部分。

在本书出版之际，特别感谢义美食品高志明先生全力支持本书的出版。本书虽经多次修订，错误与缺点仍在所难免，欢迎各界批评指正，以使本书得以不断完善。

第一章 什么是数学

1.1 数学与艺术 / 003

1.2 数学与音乐 / 065

第二章 数学与理性精神

2.1 为什么学数学 / 105

2.2 数学与民主 / 112

2.3 数学与科学 / 116

2.4 数学与哲学——逻辑的重要性 / 118

2.5 数学是西方文化之母

——数学素养是理性社会的基础 / 119

第三章 数学与逻辑

- 3.1 逻辑有什么用 / 133
- 3.2 逻辑是什么 / 134
- 3.3 认识集合 / 137
- 3.4 如何正确推理 / 150
- 3.5 利用逻辑的证明方法 / 170

第四章 如何降低数学恐惧

- 4.1 将数学放回人类文明中 / 185
- 4.2 生活中必须懂的数学：M型社会与GDP / 189
- 4.3 数学成绩与聪明才智的关系 / 195
- 4.4 独立思考与创造力——我的麦吉弗故事 / 197
- 4.5 克服数学恐惧情绪 / 202
- 4.6 进入社会后，数学很少用得到，
为什么要学那么多 / 214
- 4.7 高斯的故事——活用创造力 / 217
- 4.8 为什么要学一堆几何证明 / 220

第一章

什么是数学



一个数学家，在他的工作中感受到与一个艺术家同样的印象；他的愉快也同样巨大，并具有同样的性质。

——庞加莱（Henri Poincaré），法国物理学家、数学家

1.1 数学与艺术

什么是数学？如果你在路上抓几个路人来问这个问题，答案可能都是“数学是研究数字的科学”。确实，“数学”在望文生义的情况下，大多数人都以为只和“数字”有关。事实上，这样对数学的描述，早在两千多年前的古希腊时代就不正确了。我们就从人类文明进展的脉络来探讨“什么是数学”？

1.1.1 公元前500年：实用及经验法则的数学

在公元前500年，数学在当时的发展，确实只局限于数字，无论是古埃及、古巴比伦、古印度或中国等古文明，都是如此。当时的数学，仅限于数字的实际应用，如建造金字塔、建筑城墙、发明武器、划分农地、兴建水利及道路工程等。当时的数学就像是烹饪书一样，针对某形态的问题，有一相对应的解法（公式），数学的学习就像是背“烹饪书”，把数字套进正确的公式就可以得到答案。这时期的数学仅局限于数字及简单几何图形在实际生活的应用，见图1-1到图1-5。



图1-1 古埃及公主Neferetiabet（公元前2600年）的石版画，上面有古埃及数学符号

1	𐍌	11	𐍌𐍌	21	𐍌𐍌𐍌	31	𐍌𐍌𐍌𐍌	41	𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌	51	𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌
2	𐍌𐍌	12	𐍌𐍌𐍌	22	𐍌𐍌𐍌𐍌	32	𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌	42	𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌	52	𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌
3	𐍌𐍌𐍌	13	𐍌𐍌𐍌𐍌	23	𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌	33	𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌	43	𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌	53	𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌
4	𐍌𐍌𐍌𐍌	14	𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌	24	𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌	34	𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌	44	𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌	54	𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌
5	𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌	15	𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌	25	𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌	35	𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌	45	𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌	55	𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌
6	𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌	16	𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌	26	𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌	36	𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌	46	𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌	56	𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌
7	𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌	17	𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌	27	𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌	37	𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌	47	𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌	57	𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌
8	𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌	18	𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌	28	𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌	38	𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌	48	𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌	58	𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌
9	𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌	19	𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌	29	𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌	39	𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌	49	𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌	59	𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌
10	𐍌	20	𐍌𐍌	30	𐍌𐍌𐍌	40	𐍌𐍌𐍌𐍌	50	𐍌𐍌𐍌𐍌𐍌		

图1-2 古巴比伦文化的数学符号

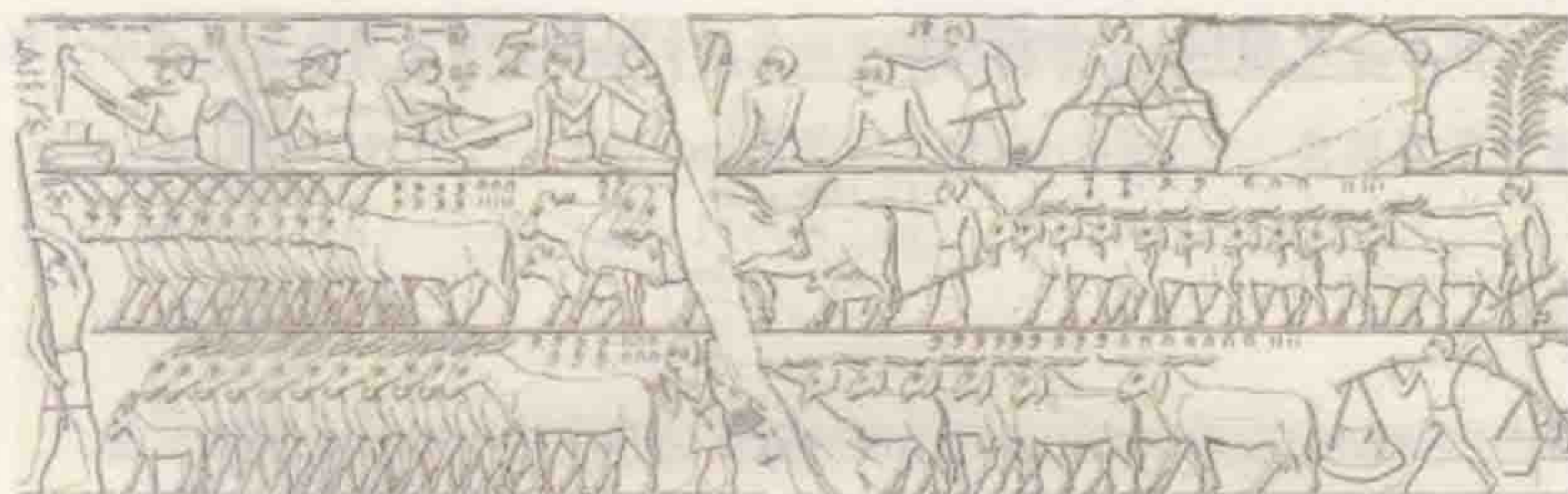


图1-3 研究古埃及文明的德国学者从古埃及文物转绘的图像，图像中记录了牛和羊的数量

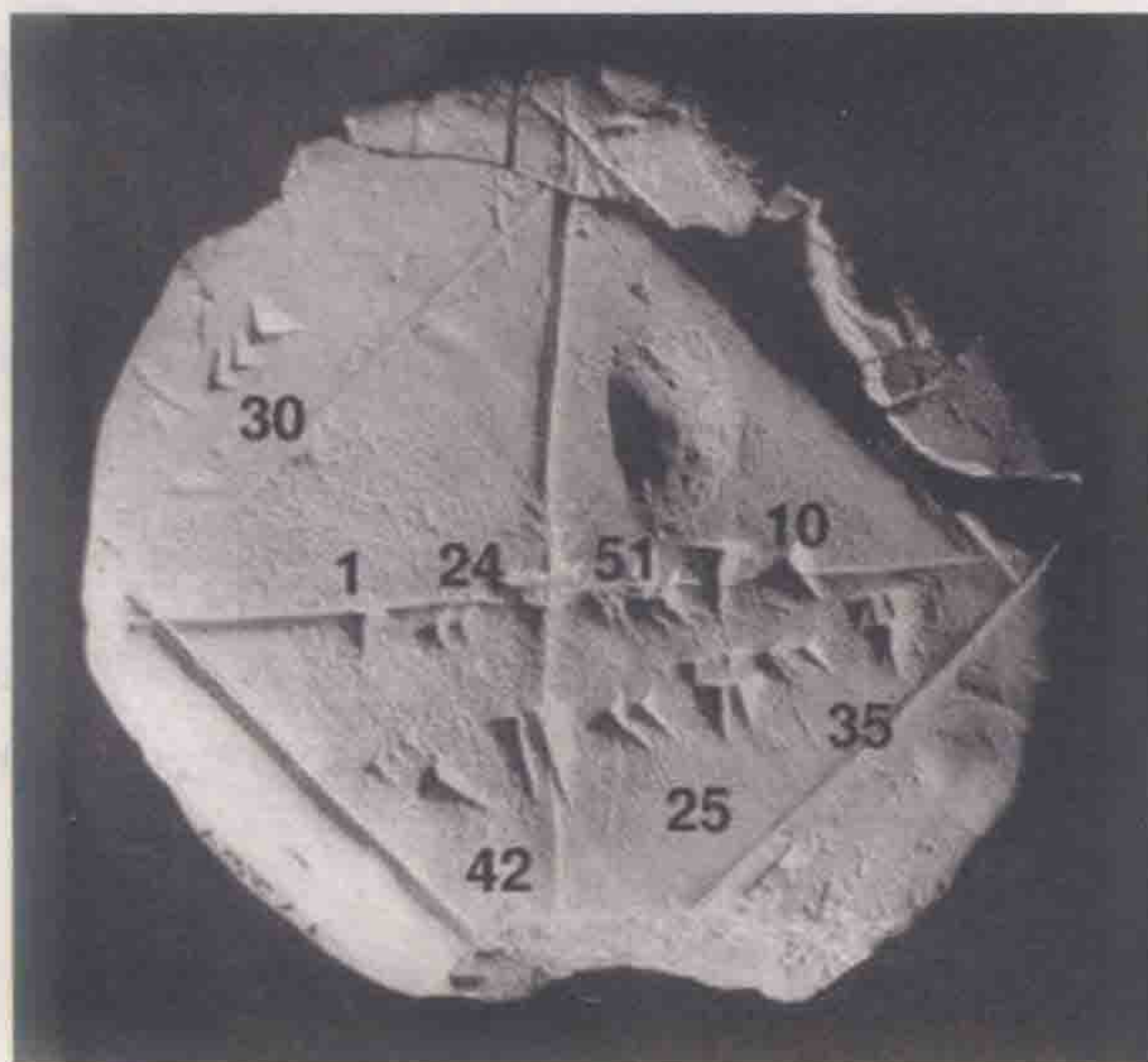


图1-4 古巴比伦编号为YBC7289的泥版，上面的数字是2的平方根的近似值，用当时的60进位制表示： $1+24/60+51/60^2+10/60^3=1.41421296\cdots$

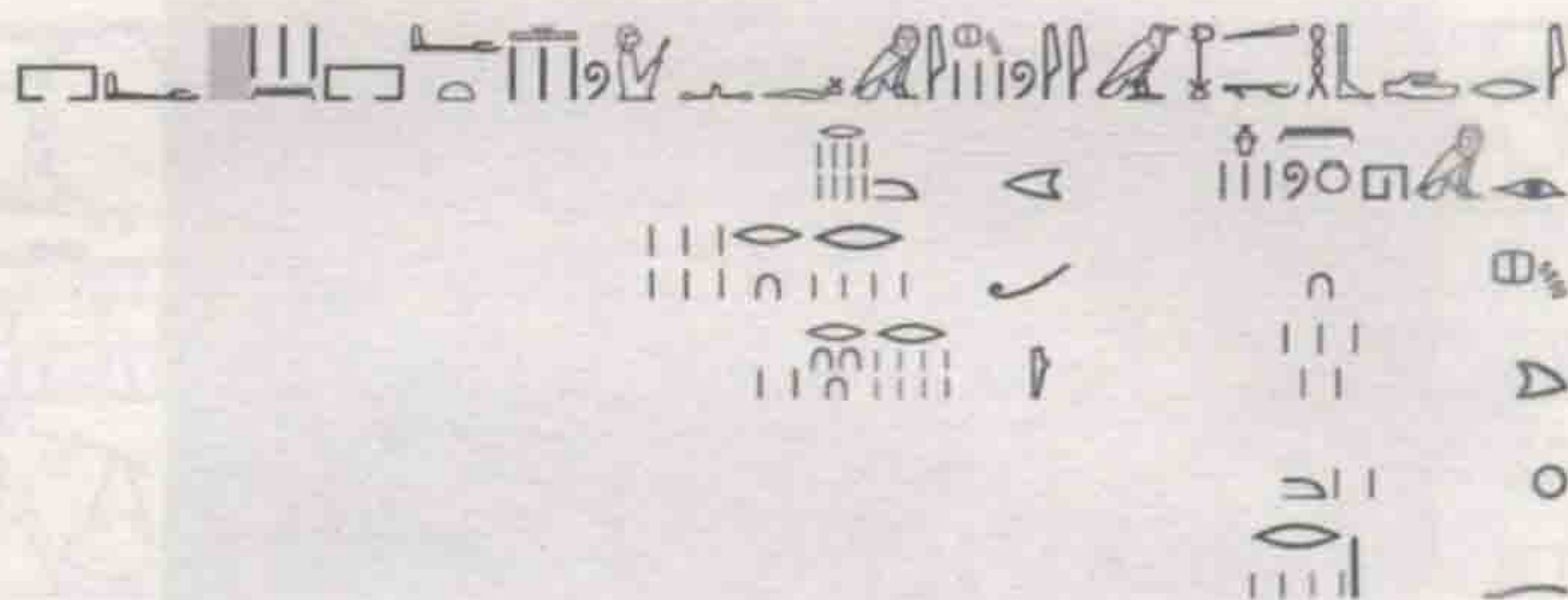


图1-5 莱因德数纸草（Rhind Mathematical Papyrus）中的古埃及数学应用题第80题

同时古巴比伦人没有乘法，但有平方表、立方表，用来协助计算。

方法如下：

$$1. \quad ab = \frac{(a+b)^2 - (a-b)^2}{4}$$

$$\text{例题：} 5 \times 3 = \frac{(5+3)^2 - (5-3)^2}{4} = \frac{64-4}{4} = 15$$

$$2. \quad ab = \frac{(a+b)^2 - a^2 - b^2}{2}$$

$$\text{例题：} 5 \times 3 = \frac{(5+3)^2 - 5^2 - 3^2}{2} = \frac{64-25-9}{2} = 15$$

古希腊人坚持演绎推理是数学证明的唯一方法，这是对人类文明最重要的贡献之一。它使数学从木匠的工具盒、测量员的背包中解放出来，使得数学成为人们头脑中的一个思想体系。此后，人们开始靠理

性，而不是凭感官去判断事物。正是这种推理精神，开辟了现代文明。

——克莱因（Morris Kline），美国数学史家

数学的重大突破，发生在公元前500年到公元300年这段期间的古希腊文明。事实上，古希腊人对数学和科学哲学的贡献是人类文明发展极关键的一大步，古希腊数学家、哲学家的贡献主要在于几何学及公理系统的建立。古希腊人不太重视数学的实用性，他们感兴趣的是数学作为掌握抽象概念的利器。他们发现，从简单的点、线、面、圆的抽象概念开始，再依据严谨的逻辑推论，就可推导出许多重要的数学结果。譬如说，古埃及人与古巴比伦人早从实际应用知道勾股定理（古希腊称之为毕达哥拉斯定理），但只停留在“知其然，但不知所以然”的阶段，而古希腊人不但能从基本的几何抽象概念证明出勾股定理，而且还推导出许多古埃及人与古巴比伦人不能直接从实际应用中得到的重要结果。

希腊化时代伟大的数学家希帕克斯（Hipparchus）使用相似三角形的定理估算地球半径为3 944.3英里，这个数字与现代高科技测量到的地球半径为3 961.3英里只差17英里，误差才0.4%！真是厉害极了，见图1-6。

