

数学建模的实践

(下册)

裘哲勇 潘建江 主 编 ©



西安电子科技大学出版社
<http://www.xduph.com>

数学建模的实践

(下册)

裘哲勇 潘建江 主编

西安电子科技大学出版社

内 容 简 介

本书是从杭州电子科技大学近十年来参加全国大学生数学建模竞赛获得一等奖的论文和参加美国大学生数学建模竞赛与交叉学科建模竞赛获得特等奖的论文中精选出的20篇论文加工整理而成的。

下册选自 CUMCM2008—B 题、CUMCM2011—B 题、CUMCM2012—A 题、CUMCM2012—B 题、CUMCM2013—B 题、CUMCM2014—A 题、CUMCM2015—A 题、CUMCM2016—A 题、CUMCM2016—B 题，共 10 篇论文。每篇论文都按照竞赛论文的写作要求，包括摘要、问题重述、问题分析、模型假设与符号说明、模型的建立与求解、模型的分析与检验、模型的评价与改进等内容。书中论文几乎完整地保持了参赛论文的原貌，同时在每篇论文后给出了点评。

本书可供参加全国大学生数学建模竞赛和参加美国大学生数学建模竞赛的大学生学习和阅读，也可作为数学建模课程教学和竞赛培训的案例教材，还可供从事相关学科教学和研究工作的科技人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

数学建模的实践. 下册 / 裘哲勇, 潘建江主编. —西安: 西安电子科技大学出版社, 2019. 10

ISBN 978 - 7 - 5606 - 5363 - 1

I. ① 数… II. ① 裘… ② 潘… III. ① 数学模型—文集 IV. ① O22 - 53

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2019)第 137150 号

策划编辑 陈 婷

责任编辑 武翠琴 陈 婷

出版发行 西安电子科技大学出版社(西安市太白南路2号)

电 话 (029)88242885 88201467 邮 编 710071

网 址 www.xduph.com 电子邮箱 xdupfxb001@163.com

经 销 新华书店

印刷单位 咸阳华盛印务有限责任公司

版 次 2019年10月第1版 2019年10月第1次印刷

开 本 787毫米×1092毫米 1/16 印张 14.5

字 数 341千字

印 数 1~1000册

定 价 36.00元

ISBN 978 - 7 - 5606 - 5363 - 1/O

XDUP 5665001 - 1

*** 如有印装问题可调换 ***

本社图书封面为激光防伪覆膜, 谨防盗版。

前 言

数学建模教学作为培养创新型人才的重要手段已经得到各个高校的广泛认同，并在各校大力推行。作为一所地方性大学，杭州电子科技大学开展数学建模活动始于1995年，在随后的20多年时间里，无论是在数学建模教学中还是在数学建模竞赛中都取得了优异的成绩，得到了全国组委会、省教育厅以及省内外兄弟高校的高度评价。截至2018年，杭州电子科技大学在全国大学生数学建模竞赛中共获得国家一等奖46项，二等奖89项；2006年后参加美国大学生数学建模竞赛与交叉学科建模竞赛，获得二等奖以上奖项118项，并于2010年获得特等奖。

在数学建模竞赛方面，杭州电子科技大学起初以参赛为主要目的，后经过多年的发展，将数学建模课程的指导思想确定为培养学生的创新实践能力，让尽可能多的学生受益。数学建模活动不断走向深入，由阶段性活动转为日常教学活动与课外科研活动。在教学方面，数学建模教学已经形成了多个品种、多种层次、多种方式的教学格局。对于不同层次，理论教学学时分别为32、48、64学时，并辅以上机实践训练和课外建模实践。此外，还面向全校开设了数学建模实验选修课以及数学建模课程设计。由于有着丰富完善的课程体系，每年吸引1500多名学生修读此课。在竞赛方面，2000年起每年举办校内竞赛，之后参加全国竞赛，再到来年参加美国竞赛。在学生科技方面，学生从参加竞赛发展到与教师一起做课题、撰写学术论文或参加新苗人才计划与创新杯等。

2003年，杭州电子科技大学“数学建模”课程被评为首批省级精品课程，数学建模团队于2008年被评为浙江省省级教学团队，数学建模活动相关成果分别获得1997年、2001年、2009年浙江省教学成果二等奖，《数学建模》教材2014年入选“十二五”国家级规划教材，并被评为浙江省普通高校“十二五”优秀教材。这是多年来杭州电子科技大学从事数学建模的同仁们共同努力的结果，也是对我们的鞭策和鼓励。

为了对学校数学建模的成果进行总结，进一步提高数学建模水平，并提高

所有参加数学建模活动的同学们的参赛水平，我们搜集整理了近十年来优秀的获奖论文，汇编成书。

本书(上、下册)收录了2007—2016年杭州电子科技大学参加全国大学生数学建模竞赛部分获得一等奖的论文和参加美国大学生数学建模竞赛与交叉学科建模竞赛获得特等奖的论文，共20篇。本书对收录的论文进行了统一的编排整理、点评，但论文的主体内容、建模方法、文章结构、计算结果等基本保持了原来的面貌。这样可使读者真实地看到获奖者在三天(美国数学建模竞赛是四天)比赛期间的论文成果，借鉴参赛论文的写作风格和方式，提高自己撰写论文的能力。

每篇论文的程序和详细数据见数字课程网站——<http://mooc.chaoxing.com/course/95314349.html>。

本书的出版得到了杭州电子科技大学教务处的全力支持，同时得到了省级数学建模教学团队负责人陈光亭教授的关心，以及沈灏、张智丰、李炜、程宗毛、李承家、章春国等各位指导老师的支持，可以说，没有他们的大力支持，本书是难以出版的。在此，还要感谢理学院领导与同事们的关心与支持，感谢所有参加过数学建模竞赛的同学们，感谢他们的辛勤努力！愿本书的出版能够给大学生数学建模活动带来积极的推动作用！

由于编者水平有限，书中难免有不妥之处，诚望读者批评指正。

编者

2019年6月

目 录

第 1 篇 高等教育学费标准探讨	1	4.1 问题一的分析	34
摘要	1	4.2 问题二的分析	36
1 问题重述	2	5 基于贪心原则划分管辖范围	37
1.1 问题背景	2	5.1 贪心原则的基本思想与方法	37
1.2 问题提出	2	5.2 基于贪心原则划分管辖范围的求解	37
2 问题分析	2	5.3 结果分析	38
2.1 关于影响学费因素的初步讨论	3	6 基于均匀分配工作量的平台混合分配模型	38
2.2 数据收集	3	6.1 模型的建立	38
3 基本问题假设	3	6.2 模型的求解	40
4 不同属性高校的区域性学费标准	4	6.3 模型结果的分析	40
4.1 高校属性的分类	4	7 基于多层规划的警力调度模型	40
4.2 学费影响因素的进一步分析	5	7.1 基本模型的建立	40
4.3 普通高校学费模型——两阶段 最小二乘法	6	7.2 多层模型的建立	41
4.4 普通高校学费标准的确定	7	7.3 模型的求解	42
4.5 平均学费标准在不同学科的折算	12	8 基于双目标规划的新增平台设置	43
4.6 抱怨度的 Logistic 回归模型	14	8.1 模型的建立	43
5 不同专业的收益论模型	19	8.2 模型的求解	44
5.1 问题假设	19	9 全市现有交巡警服务平台的合理性 分析与改善	45
5.2 我国高校学费标准分析	19	9.1 全市现有交巡警服务平台的 合理性分析	45
5.3 收益论思想的相关分析	20	9.2 基于层次分析法的改善方案	47
5.4 基于收益论的学费定价模型	21	10 基于动态二部图的围堵算法	50
5.5 收益论模型结果分析	26	10.1 仿真算法的实现	50
5.6 收益论模型评价	27	10.2 仿真模型的求解与分析	50
6 模型的推广——多目标规划模型	27	11 模型的评价与改进	52
6.1 考虑学生的承受能力	27	11.1 模型的优点	52
6.2 考虑学校的培养质量和可持续发展	28	11.2 模型的不足与改进	52
中国高等教育学费标准调整的几点建议	28	参考文献	52
参考文献	31	论文点评	53
论文点评	31	第 2 篇 交巡警服务平台的优化设置与调度	32
第 2 篇 交巡警服务平台的优化设置与调度	32	摘要	32
摘要	32	1 问题重述	33
1 问题重述	33	2 符号说明与模型假设	33
2 符号说明与模型假设	33	2.1 符号说明	33
2.1 符号说明	33	2.2 模型假设	33
2.2 模型假设	33	3 模型准备	34
3 模型准备	34	4 问题的分析	34
4 问题的分析	34	4.1 红葡萄酒与白葡萄酒酿制差异	57
4.1 红葡萄酒与白葡萄酒酿制差异	57	4.2 理化指标的解释	57
4.2 理化指标的解释	57		

5 检验两组评酒员评分结果差异性的 两种方法	58	4 问题分析	84
5.1 数据的预处理	58	4.1 问题一的分析	84
5.2 基于成对数据 t 检验的评分差异性 模型	59	4.2 问题二的分析	84
5.3 基于单因素方差分析的评分差异性 判断模型	61	4.3 问题三的分析	85
6 基于方差分析的可信评酒员组别的 选择	62	5 问题一模型的建立与求解	85
6.1 问题分析	62	5.1 模型建立	85
6.2 基于多因素方差分析的可信评酒员 组别模型的建立	63	5.2 模型求解	89
6.3 可信评酒员组别模型的求解和分析	64	5.3 模型改进	93
7 酿酒葡萄分级模型	64	6 问题二模型的建立与求解	97
7.1 问题分析	64	6.1 模型建立	97
7.2 酿酒葡萄分级模型的建立	65	6.2 模型求解	98
7.3 模型求解和检验	68	7 问题三模型的建立与求解	99
8 基于相关性分析和主成分分析的理化 指标联系模型	73	8 模型的评价	102
8.1 问题分析	73	参考文献	103
8.2 模型的建立	73	论文点评	103
8.3 葡萄皮中的理化指标对葡萄酒中 单宁含量的影响分析	75	第 5 篇 碎纸片的拼接复原	105
8.4 葡萄理化指标对葡萄酒理化指标 影响的定量分析	75	摘要	105
9 酿酒葡萄和葡萄酒的理化指标对葡萄酒 质量的影响	76	1 问题重述与分析	106
9.1 问题分析	76	1.1 问题一的重述与分析	106
9.2 模型的建立与求解	76	1.2 问题二的重述与分析	106
9.3 葡萄酒芳香物质对葡萄酒质量的 影响	77	1.3 问题三的重述与分析	106
9.4 结论的分析	77	2 模型假设	106
10 模型的评价与优化	79	3 符号说明	107
参考文献	79	4 模型的建立	107
论文点评	79	4.1 碎纸片的预处理	107
第 4 篇 用光伏电池设计太阳能小屋	81	4.2 类比 TSP 问题的 0-1 规划模型	107
摘要	81	4.3 基于模式相似性测度的偏差 距离模型	108
1 问题背景与提出	82	5 模型的求解	109
1.1 问题背景	82	5.1 问题一的求解	109
1.2 问题重述	82	5.2 问题二的求解	110
1.3 名词解释	83	5.3 利用关联算法解决双面碎纸片的 拼接问题	115
2 全局符号说明	83	6 模型的评价	117
3 基本假设	84	6.1 模型的优点	117
		6.2 模型的缺点	117
		6.3 算法时间复杂度的讨论	117
		7 模型的拓展	118
		参考文献	119
		论文点评	119
		第 6 篇 嫦娥三号软着陆轨道设计与控制策略	121
		摘要	121

1 问题的提出	122	6 软着陆过程前三个阶段的最优控制策略	144
2 模型假设	122	6.1 着陆准备阶段和主减速阶段的最优控制策略	144
3 符号说明	122	6.2 近月点和远月点位置与速度的确定	149
4 问题的分析	123	6.3 快速调整阶段的最优控制策略	150
4.1 问题背景的理解	123	7 软着陆过程后三个阶段的最优控制策略	152
4.2 近月点、远月点和速度的求解	123	7.1 粗避障阶段的优化调整	152
4.3 软着陆轨道和六个阶段的分析	123	7.2 精避障阶段的优化	155
4.4 误差分析和敏感性分析	124	7.3 缓速下降阶段的优化	158
5 着陆准备轨道的确定	124	8 模型参数的灵敏度分析	158
5.1 轨道近月点和远月点位置的确定	124	8.1 着陆准备阶段和主减速阶段模型参数的灵敏度分析	158
5.2 近月点和远月点上嫦娥三号的 速度	127	8.2 快速调整阶段模型参数的 灵敏度分析	159
6 软着陆各阶段的最优控制模型	127	8.3 结果分析	160
6.1 嫦娥三号软着陆的现状分析	127	9 模型改进与评价	160
6.2 基于遗传算法的分阶段优化 控制方案	128	9.1 模型一——燃料最优制导模型	160
6.3 嫦娥三号软着陆轨道的最优确定	134	9.2 模型二——重力转弯制导模型	161
7 误差分析及敏感性分析	136	9.3 模型三——二次多项式障碍回避 制导律设计	161
7.1 误差分析	136	参考文献	161
7.2 敏感性分析	137	论文点评	161
8 模型的评价及改进	137	第 8 篇 太阳影子定位问题研究	163
8.1 模型的优点	137	摘要	163
8.2 模型的缺点	137	1 问题的提出	164
8.3 模型的改进	138	2 问题的分析	164
参考文献	138	2.1 问题一的分析	164
论文点评	138	2.2 问题二的分析	164
第 7 篇 嫦娥三号软着陆轨道优化设计与 控制策略分析	140	2.3 问题三的分析	165
摘要	140	2.4 问题四的分析	165
1 研究背景	141	3 模型假设与符号说明	165
2 问题重述	141	3.1 模型假设	165
3 问题分析	141	3.2 符号说明	165
3.1 问题一和问题二的分析	141	4 关于影子长度变化规律的研究	166
3.2 问题三的分析	141	4.1 不同时空影长变化模型	166
4 模型假设与符号说明	142	4.2 模型的建立	168
4.1 模型假设	142	4.3 模型的修正	169
4.2 符号说明	142	4.4 模型的求解与趋势分析	170
5 月心坐标系和着陆轨道坐标系及动力学 模型的建立	142	5 根据影子坐标确定物体位置的研究	171
5.1 月心坐标系和着陆轨道坐标系的 建立	142	5.1 确定经纬度大致范围	171
5.2 动力学方程的建立	143	5.2 模型的建立与求解	172

5.3	求直杆所在具体位置	173	7	对问题三的求解	195
5.4	模型检验	173	7.1	评价指标	195
6	根据影子坐标确定位置及日期的研究	174	7.2	确定相关参数的取值范围	195
6.1	确定经度大致范围	174	7.3	对非线性多目标规划模型的求解	195
6.2	太阳方位角变化趋势	174	7.4	对钢桶、钢管的倾斜角度及锚链形状、浮标的吃水深度和游动区域的分析	196
6.3	模型的建立	174	8	模型的评价	198
6.4	求解及结果验证	175	8.1	模型的优点	198
7	视频拍摄地点的确定	176	8.2	模型的缺点	198
7.1	图像处理	176	参考文献	198	
7.2	建立求解拍摄地位置的模型	177	论文点评	199	
7.3	模型的检验	178	第10篇 基于复杂网络的小区开放策略模型	200	
7.4	日期未知时经纬度与日期的确定	178	摘要	200	
8	模型评价	178	1	问题重述	201
8.1	模型的优点	178	1.1	问题的背景	201
8.2	模型的缺点	178	1.2	问题的提出	201
8.3	模型的优化	179	2	问题假设	201
参考文献	179	3	符号说明	202	
论文点评	179	4	问题一的分析与求解	202	
第9篇 基于非线性多目标规划的系泊系统设计问题	181	4.1	问题一的分析	202	
摘要	181	4.2	问题一的求解	202	
1	问题重述	182	5	问题二的分析与求解	206
1.1	问题的背景	182	5.1	问题二的分析	206
1.2	问题的提出	182	5.2	问题二求解前的分析	207
2	问题的分析	183	5.3	车辆通行的数学模型的建立	208
2.1	模型的分析	183	6	问题三的分析与求解	209
2.2	问题一的分析	183	6.1	问题三的分析	209
2.3	问题二的分析	183	6.2	内部结构不同的小区开放后对周边道路的不同影响	209
2.4	问题三的分析	183	6.3	三个影响因素的模拟实验	216
3	模型假设与符号说明	184	6.4	总结各类型小区开放后对道路交通的影响	218
3.1	模型假设	184	7	问题四的分析与求解	219
3.2	符号说明	184	7.1	问题四的分析	219
4	模型的准备与建立	184	7.2	问题四的求解	219
4.1	模型的准备	184	8	模型的评价与改进	220
4.2	模型的建立	186	8.1	模型的评价	220
5	基于二分法对问题一的求解	189	8.2	模型的改进	220
5.1	确定锚链状态	189	参考文献	223	
5.2	对模型的求解	190	论文点评	224	
6	对问题二的求解	192			
6.1	对第一小问的求解	192			
6.2	对第二小问的求解	194			

第1篇 高等教育学费标准探讨^①

队员：贾宏涛(自动化)，徐益江(通信工程)，王佳(电子信息工程)

指导教师：数模组

摘 要

高等教育学费标准问题是影响我国高等教育事业普及的重要制约因素，根据从国家统计局等权威统计网站收集到的数据资料，本文建立了数学模型，对高校学费标准问题进行探讨。

首先，我们以教育成本和教育质量为基础，提出了两阶段最小二乘法模型，得出了不同地区中央属高校和地方属高校的学费标准随地区经济的发达程度而变化的结论。经济发达地区的学费较高，如北京(地方属)4836元/学年、浙江(地方属)4797元/学年、浙江(中央属)4426元/学年、山东(中央属)4424元/学年；中等发达地区次之，如陕西(地方属)4012元/学年、重庆(地方属)3980元/学年、天津(中央属)4359元/学年、吉林(中央属)4328元/学年；欠发达地区最低，如青海(地方属)2936元/学年、贵州(地方属)2768元/学年、河北(中央属)4100元/学年、宁夏(中央属)4061元/学年。地方属高校的学费波动较大，中央属高校则比较平稳，这主要是由国家教育资金的扶持程度不同造成的。

在此基础上，根据不同的经济发展水平，分别计算了东、中、西部省区各学科类学校的折算系数，得出了各学科类院校的学费标准：文艺类学费最高，财经类次之，农林类最低。

考虑地区经济差异、家庭可支配收入和学校教育成本，提出了基于抱怨度的 Logistic 回归模型，对上述学费标准进行了家庭和学校二者的抱怨度分析，结果发现：东部省区的抱怨度较小，西部省区的抱怨度最高；经济发达地区的抱怨度较小，如上海的家庭和学校抱怨度分别为 0.1169、0.0196；欠发达地区的抱怨度则较大，如西藏的家庭和学校抱怨度分别为 0.6144、1.000。影响家庭抱怨度差异的主要指标是家庭可支配收入的地区差异，学校抱怨度差异则是由学校的教育成本和国家教育拨款的多寡引起的。

其次，对于差别性收费，考虑各行业的不同收益情况，提出了收益论模型，得出了不同门类的学费标准：金融类专业最高，农林类专业最低。

最后，我们综合了教育成本、地区经济差异、家庭承受能力和学校可持续发展等方面的因素，提出了多目标规划的推广模型。

根据分析和计算结果，我们认为合理的学费标准应该以居民承受能力、教育成本和学校的可持续发展为基础进行定价，并实行专业和地区差别收费。对于地区经济差异，应实

^①此题为 2008 年“高教社杯”全国大学生数学建模竞赛 B 题(CUMCM2008—B)，此论文获该年全国一等奖。

行以助学贷款为主、各项奖学金和助学金为辅的调节机制。此外,加大政府和社会对高等教育的投入,才是解决我国高等教育公平性和可持续发展的关键。最后,以短文形式向相关部门阐述了我们的合理化建议。

关键词: 两阶段最小二乘法; 收益论; Logistic 回归模型; 抱怨度; 多目标规划

1 问题重述

1.1 问题背景

高等教育事关高素质人才培养、国家创新能力增强、和谐社会建设的大局,因此受到党和政府及社会各方面的高度重视和广泛关注。培养质量是高等教育的一个核心指标,不同的学科、专业在设定不同的培养目标后,培养质量需要有相应的经费保障。高等教育属于非义务教育,其经费在世界各国都由政府财政拨款、学校自筹、社会捐赠和学费收入等几部分组成。对适合接受高等教育的经济困难的学生,一般可通过贷款和学费减、免、补等方式获得资助,品学兼优者还能享受政府、学校、企业等给予的奖学金。

学费问题涉及每一个大学生及其家庭的切身利益,是一个敏感而又复杂的问题,过高的学费会使很多学生无力支付,过低的学费又使学校财力不足而无法保证培养质量。学费问题近来在各种媒体上引起了热烈的讨论。

1.2 问题提出

(1) 根据中国国情,收集诸如国家生均拨款、培养费用、家庭收入等相关数据,并据此通过数学建模的方法,就几类学校或专业的学费标准进行定量分析,得出明确、有说服力的结论。其中,数据的收集和分析是数学建模的基础和重要组成部分。

(2) 根据建模分析的结果,给有关部门写一份报告,提出具体建议。

(3) 论文必须观点鲜明、分析有据、结论明确。

2 问题分析

经济的高速发展拉大了不同地区的贫富差距,即使是同一地区,人们的收入水平也有很大的差别,基于教育的公平性原则,高校学费与人均国民收入比是反映家庭经济承受力的一个重要指标。据国家统计局、国家发改委公布的数据显示,2005年中国人均国民收入为1740美元,约合人民币13572元。以2005年平均约5000元/学年的学费为依据,中国现阶段高校学费与人均国民收入比已达到36.8%,在农村,这一比例更高达154%,二者都为世界最高水平。目前我国高等教育日常运行成本是每学生每年约1.4万元,实际上每生分摊比例达44%,而国外通常在15%左右。学费的高标准已经偏离了中国经济发展的整体现状,超出了大部分学生的支付能力,背离了能力支付原则。

目前,我国高校学费主要依据生均培养成本来定价,而很少考虑承受能力,以致出现了学费增长过快、定价过高、差别太小等问题,而学费援助体系还不完善,使学费成了很多贫困学生接受高等教育的主要障碍,有违教育公平。

综合以上论述,我们认为我国目前高校学费定价主要存在四个方面的问题:①学费应占培养成本的比例模糊;②学费定价过高偏离了居民承受能力;③学费定价没有体现应有的差别;④学费援助体系不够完善。学费援助体系的建立和完善需要国家政策和社会信用体系的不断完善,因此我们只考虑前三个方面的影响因素。

2.1 关于影响学费因素的初步讨论

高等教育有别于其他的公共产品,其学费不是高等教育服务的价格,而是高等教育服务的成本分担。高校培养学生的成本以及由多数居民的收入水平决定的支付能力,是确定学费标准的基本依据。同时助学金、奖学金、助学贷款等学生资助政策也可在一定程度上缓解高等教育机会不公平的现状。

现在我们要讨论的是从目前高校收费标准的情况及如何合理地制定高等教育学费来解决教育机会不公平的问题。

首先,确定学费标准的一个最主要的因素就是教育成本。所谓教育成本,就是高等教育服务者即高校培养学生的成本,这里不应该包括学生支付的个人教育成本,也不应该包括社会和受教育者的间接教育成本。然而,目前对于教育成本并不明确,主要表现在学校和政府没有提供准确而系统的成本信息,以及在一些教育成本计算中包括了学校支出中与培养学生无关的费用,使得学生的教育成本被提高了。

其次,确定学费标准的主要相关因素中还包括居民的收入水平。一个家庭的收入水平直接决定其支付能力,这也是一个学生能否上得起学的最主要的方面。在市场经济中,居民的收入水平存在巨大的差异,呈现非均衡状态。如果学费水平过高,超出了多数居民的支付能力,将导致教育机会的不公平。对于我国的现状而言,居民收入分配的基尼系数不断增大,甚至达到了国际上公认的警戒线水平,因此,在确定学费标准时,必须充分考虑居民的支付能力。

2.2 数据收集

分析各个高校的学费需要大量的数据,而这些数据需要自己收集,因此数据的来源及其内容非常重要,数据的真实性与否会使问题的结果有非常大的差异。在数据收集时,由于许多学校和地区2007年的相关数据还没有公布,因此为了减少不必要的误差,我们选择以2006年的数据来进行分析,以期得到一个比较全面且有代表性的结论。具体数据来源于中国统计年鉴、国家统计局、中国教育年鉴等一些权威统计资料。

3 基本问题假设

本文的研究内容基于以下基本假设:

- (1) 收集的数据真实可信;
- (2) 不考虑诸如军校等特殊类型的学校;
- (3) 只考虑高等院校中本科生的学费标准。

其余假设在文中说明。

4 不同属性高校的区域性学费标准

从问题分析中我们知道,高校学费作为高等学校收入的一部分,它的决定因素不止一种,其中教育成本是最主要的因素。因此,我们在分析高校学费高低时,应该将多个因素综合考虑,不能只看一个绝对指标的大小,更不能舍弃教育成本的主导地位,而应该联系高校的经费支出尤其是事业性经费支出来进行分析。

4.1 高校属性的分类

根据中国教育年鉴中不同学校的经费投入统计数据可以发现,国家重点高校的事业性教育经费投入普遍比一般高校的多。高校学费的收取和政府教育经费的投入关系密切,为了使确定的学费标准合理,我们将学校按不同属性进行分类,分别考虑它们的学费标准。

首先确定中央属和地方属高校的分类标准,把中央部委直接管理的高校作为中央属高校,全国其他非部委直属的普通高校作为地方属高校。据统计,截至2006年中央属高校共有114所。表1所示为2006年中国教育年鉴中关于中央属高校的部分名单。

表1 中央属高校名单

地区	高校	地区	高校
北京	北京大学、清华大学	福建	厦门大学
天津	南开大学、天津大学	山东	山东大学
河北	华北电力大学(保定)	湖北	武汉大学、华中科技大学
辽宁	大连理工大学	湖南	湖南大学、中南大学
吉林	吉林大学	广东	中山大学、华南理工大学
黑龙江	东北林业大学	重庆	重庆大学
上海	复旦大学、同济大学	四川	四川大学
江苏	南京大学、东南大学	陕西	西安交通大学
浙江	浙江大学	甘肃	兰州大学
安徽	合肥工业大学	宁夏	西北第二民族学院

由于全国高校数量庞大,统计比较困难,且关于各个高校教育成本、教育经费拨款等相关数据难以收集,考虑到同一地区高校的各项指标相关性比较高,经济状况也比较一致,现分别将中央属高校和地方属高校以地区为单位作为总体计算其平均值,将问题进行简化。依据查阅的相关资料^[1],我们将同一地区同一属性的高校汇总,列出了不同属性的高校所在地,分类如表2所示。

从表2中我们可以看出,有些地区(如广东、浙江等)既出现在中央属高校栏中,又出现在地方属高校栏中,这是因为这些地区的高校中同时有这两个属性的高校,虽然地点重复了,但是在模型计算求解时,我们仍然是把这个地区所包含的同一类高校作为考虑对象,这一点对问题的解决没有影响。

表2 不同属性的高校所在地分类

分类	高校所在地
中央属高校	广东、北京、重庆、上海、甘肃、河北、四川、陕西、辽宁、江苏、湖南、安徽、吉林、湖北、宁夏、山东、黑龙江、福建、天津、浙江
地方属高校	浙江、上海、黑龙江、广东、湖南、河北、山西、北京、天津、福建、湖北、辽宁、山东、江西、新疆、重庆、吉林、海南、陕西、江苏、四川、甘肃、安徽、河南、广西、内蒙古、贵州、云南、西藏、宁夏、青海

4.2 学费影响因素的进一步分析

由高等教育的分担性可知教育成本在高等教育学费标准确定中的重要性,教育经费的支出在教育成本中占了很大的比重。事业性经费的支出和预算内事业性经费拨款占了普通高校教育经费的绝大部分,2006年所占比重为73%,预算内事业性经费和学费共同承担高等教育培养成本的主要部分,因此学费标准与生均事业性经费支出、生均预算内事业性经费拨款、教育经费收入和事业性收入中非学费收入有关。

培养质量是衡量高等教育的一个重要指标,它与学校各方面的软硬件设施、师资队伍和科研项目等有着密切的联系。培养质量需要有相应的经费来保证,过低的学费往往会使学校的经费不足而导致其培养质量的下降。政府出台的高等教育学费标准被认为足以保证高校的培养质量,因为2000年以来学费标准是恒定的,所以我们将这个学费标准作为衡量培养质量的一个量化指标,如图1所示。

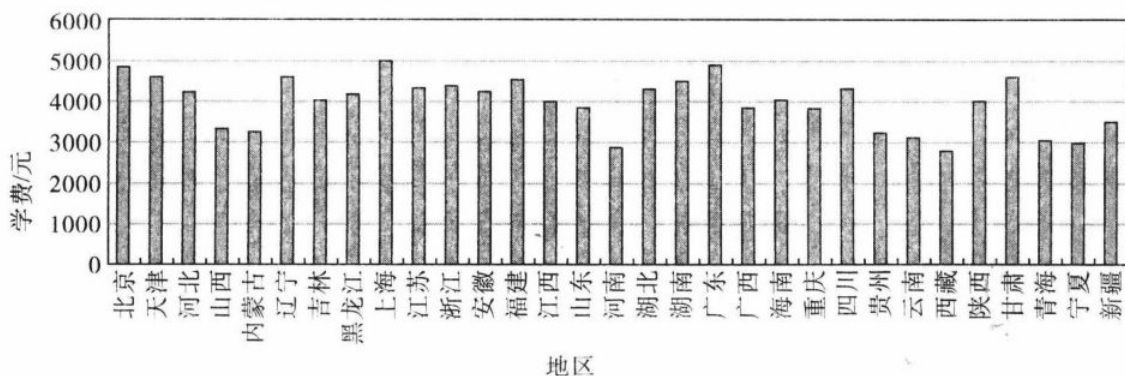


图1 2000年以来学费标准

由问题分析中的初步了解可知,学费的确定和家庭收入关系密切,进而可以延伸到与人均GDP有一定关系。由2003年各个不同属性高校实际收取的学费和当年各高校所在地区人均GDP的相关系数结果^[2]可以得出结论:中央属高校生均实际学费与地区人均GDP无关;地方属高校生均实际学费与地区人均GDP相关。由题目附录1中表格数据的分析可以得出,地方属高校学杂费用最高的五个地区中,有三个属于东部,有两个属于中部;学杂费最低的五个地区中,有四个属于西部,有一个属于东部。可见东部地区学费普遍较高,西部地区学费普遍较低,这说明地方属高校的学费与当地经济发展水平有关。

结合以上的分析可以得出,高校学费的主要影响因素有事业性经费支出、预算内事业

性经费拨款占教育经费收入比重、事业收入非学费收入所占比重、培养质量和生均事业性经费支出占人均 GDP 之比(地方属高校)等。

4.3 普通高校学费模型——两阶段最小二乘法

4.3.1 两阶段最小二乘法的思想

两阶段最小二乘法是方程识别中的一种好方法,特别适用于过度识别的方程。它将“间接最小二乘法对简化型方程的估计式”作为工具变量,因为这些估计式是模型中全部预定变量的线性组合,所以工具变量利用了全部预定变量的观测值,然后进行模型参数的估计。

两阶段最小二乘法是一种单方程估计方法,每次只适用于对联立方程模型中的一个方程进行估计,并能给出结构参数估计值的满意结果。首先介绍三个概念。

(1) 内生变量:在联立方程模型中,其值随方程式中其他变量的变化而变化的变量,它是这个模型系统所决定的变量。

(2) 外生变量:在联立方程模型中,其值不随方程式中其他变量的变化而变化的变量,它是这个模型系统之外的因素所决定的变量。

(3) 工具变量:用来对方程进行辅助解释修订的变量。

4.3.2 高校学费标准的两阶段最小二乘法模型

先建立最小二乘法基本方程进行估计:

$$Y_1 = b_{12}Y_2 + b_{13}Y_3 + b_{14}Y_4 + b_{15}Y_5 + \gamma_{11}X_1 + \gamma_{12}X_2 + \gamma_{13}X_3 + \gamma_{14}X_4 + \gamma_{15}X_5 + u_1 \quad (1)$$

式中: Y_2 、 Y_3 、 Y_4 、 Y_5 为内生变量,其中 Y_2 表示生均事业性经费支出, Y_3 表示事业收入中非学费收入所占百分比, Y_4 表示预算内事业性经费拨款占教育经费收入百分比, Y_5 表示生均事业性经费支出与人均 GDP 之比(地方属高校); X_1 、 X_2 、 X_3 、 X_4 、 X_5 为预定变量,其中, X_1 表示事业收入, X_2 表示学杂费, X_3 表示教育经费收入, X_4 表示预算内事业性经费拨款, X_5 表示人均 GDP, 它也是外生变量; Y_1 表示需估计的学费标准; b_{12} 、 b_{13} 、 b_{14} 、 b_{15} 、 γ_{11} 、 γ_{12} 、 γ_{13} 、 γ_{14} 、 γ_{15} 为回归系数; u_1 表示随机误差。

假定随机误差 u_1 满足零均值、常数方差和零协方差, Y_2, \dots, Y_5 相应的简化型方程为

$$\begin{cases} Y_2 = \pi_{21}X_1 + \pi_{22}X_2 + \dots + \pi_{25}X_5 + v_2 \\ \vdots \\ Y_5 = \pi_{51}X_1 + \pi_{52}X_2 + \dots + \pi_{55}X_5 + v_5 \end{cases} \quad (2)$$

式中, π_{ij} ($j=1, 2, \dots, 5$) 为回归系数, v_i ($i=2, \dots, 5$) 表示误差。

首先,对式(2)的每一个方程应用普通最小二乘法,求得式(2)的估计式为

$$\hat{Y}_i = \hat{\pi}_{i1}X_1 + \hat{\pi}_{i2}X_2 + \dots + \hat{\pi}_{i5}X_5 \quad (i=2, \dots, 5)$$

其中 $\hat{\pi}$ 是 π 的最小二乘估计量。因此就有 $Y_i = \hat{Y}_i + e_i$ ($i=2, \dots, 5$), 这里 e_i 是最小二乘估计的残差。

然后,将这个式子代换到式(1)右边的内生变量,得到

$$Y_1 = b_{12}\hat{Y}_2 + \dots + b_{15}\hat{Y}_5 + \gamma_{11}X_1 + \dots + \gamma_{15}X_5 + u_1^* \quad (3)$$

其中: $u_1^* = u_1 + b_{12}e_2 + \dots + b_{15}e_5$, 显然 u_1^* 仍然满足零均值、常数方差与零协方差。对变

换后的式(3)应用最小二乘法,可以求得结构参数的估计量,这就是两阶段最小二乘估计。

由上面的分析可以看出,两阶段最小二乘估计法是分作两个阶段来完成的,每个阶段都应用普通最小二乘估计法,即:

第一阶段,对简化型方程应用最小二乘法,求出内生变量 Y_i 的估计量,这样可以得到 $Y_i = \hat{Y}_i + e_i (i=2, \dots, 5)$;

第二阶段,将第一阶段得到的 $Y_i = \hat{Y}_i + e_i$ 代入被估计的结果方程中,第二次应用普通最小二乘法,求得结构参数的估计值。

4.4 普通高校学费标准的确定

4.4.1 地方高校学费标准的计算

从影响高校学费标准的因素分析中我们已经知道与学费相关的具体因素,我们查找中国教育年鉴中2006年地方属高校所在地区的教育经费投入情况,用于计算合理的高校收费标准。表3所列为变量数据部分统计表。表中,生均事业性经费支出是未改动数据,事业收入中非学费收入所占百分比由事业收入与学费收入计算得出,预算内事业性经费拨款占教育经费收入百分比由预算内事业性经费拨款和教育经费收入计算得出,生均事业性经费支出与人均GDP之比由生均事业性经费支出和人均GDP计算得出。原始数据取自中国统计数据库——中国2006年分地区地方普通高等学校教育经费支出明细统计。

表3 变量数据部分统计表

地区	生均事业性 经费支出/元	事业收入中非 学费收入所占 百分比	预算内事业性 经费拨款占教 育经费收入百分比	生均事业性经 费支出与人均 GDP之比
北京	27 242	0.34	0.64	0.60
天津	11 832	0.36	0.51	0.33
河北	8957	0.06	0.35	0.60
山西	9916	0.17	0.44	0.83
内蒙古	7642	0.17	0.48	0.48
辽宁	13 101	0.20	0.39	0.70
吉林	9904	0.16	0.47	0.74
陕西	8827	0.22	0.31	0.89
甘肃	8241	0.19	0.48	1.14
青海	10 719	0.06	0.69	1.06

将表3中的数据利用统计分析软件SPSS 15.0进行两阶段最小二乘法分析,可得出 R^2 和调整后的 R^2 都为0.986,接近于1,说明拟合程度较好; F 检验值为6.491,对应的 P 值为0.001,说明拟合程度好;回归系数的 t 检验值为8.206,对应的 P 值为0,通过检验,说明回归系数显著。由此得到回归方程式为

$$Y_1 = 4654 + 0.044 \times Y_2 + 2093 \times Y_3 - 1696 \times Y_4 - 1084 \times Y_5 \quad (4)$$

利用式(4)可计算得出地方属高校所在地区的估测学费,如表4所示。

表4 地方属高校估测学费标准

地区	估测学费/元	地区	估测学费/元
北京	4836	湖北	4167
天津	4707	湖南	3925
河北	3935	广东	4430
山西	3812	广西	3636
内蒙古	4013	海南	4176
辽宁	4241	重庆	3980
吉林	3840	四川	4086
黑龙江	4112	贵州	2768
上海	4617	云南	3111
江苏	4557	西藏	3502
浙江	4797	陕西	4012
安徽	3935	甘肃	3360
福建	4160	青海	2936
江西	4091	宁夏	3273
山东	4322	新疆	4149
河南	3765		

从表4中可以看出,各个地区的学费标准波动范围大致在3000~5000元,而且地区差异非常明显,贵州和青海的学费标准最低,北京和浙江的学费标准最高。

根据各地区经济发展情况,各取六个发达和不发达地区的估测学费标准与现行的学费标准进行比较,直方图如图2、图3所示。整体比较如图4所示。

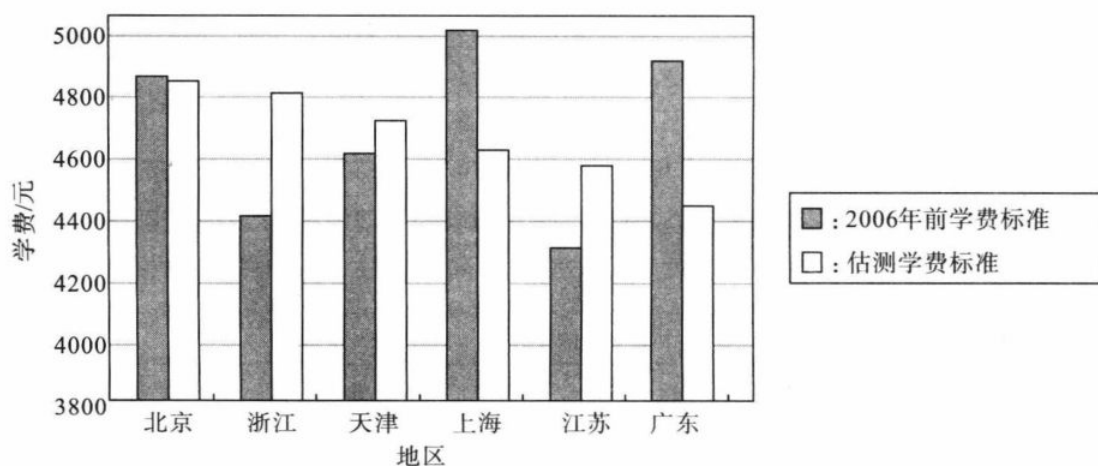


图2 六个经济发达地区地方属高校现行学费标准与估测学费标准比较