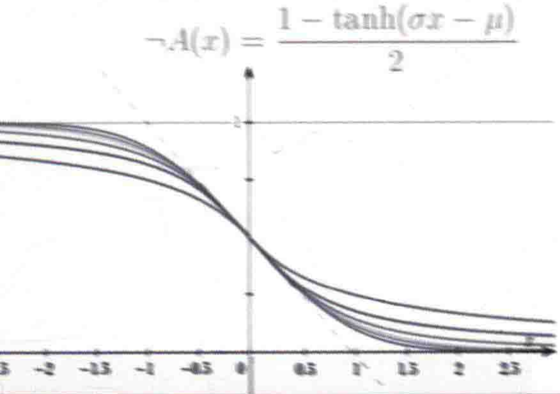
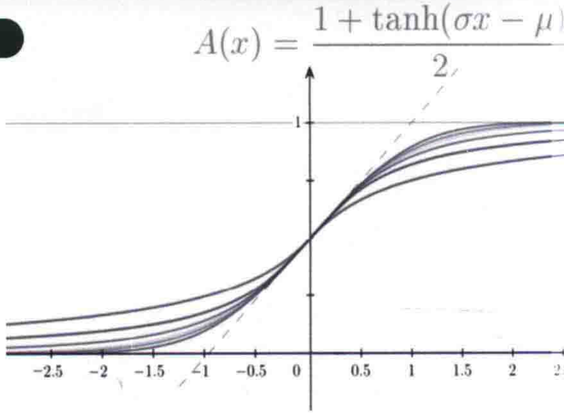
模糊数学与系统及其应用丛书 5





基于模糊逻辑代数的判断矩阵及其群体决策方法

徐泽水　马振明/著

Judgement Matrices and Group Decision Making Methods Based on Fuzzy Logic Algebra

科学出版社

模糊数学与系统及其应用丛书　5

基于模糊逻辑代数的判断矩阵及其群体决策方法

徐泽水　马振明　著

科学出版社
北　京

内 容 简 介

判断矩阵已成为描述决策者对方案或属性偏好信息的一个使用非常普遍和强有力的工具，在工程设计、经济、管理和军事等诸多领域有着广阔的实际应用前景. 由于决策环境的复杂性，决策者往往会给出不同类型的判断信息，如语言判断矩阵、数值判断矩阵、直觉模糊判断矩阵. 本书将系统地介绍几类基于判断矩阵的群体决策方法，包括基于标准模糊逻辑代数的语言判断矩阵及其群体决策方法、基于双曲标度的直觉积性判断矩阵群体决策方法、基于毕达哥拉斯模糊判断矩阵的群体决策方法.

本书可作为模糊数学、运筹学、信息科学、管理科学与工程等领域研究人员和工程技术人员的参考书，以及高等院校有关专业高年级本科生和研究生的教学用书.

图书在版编目(CIP)数据

基于模糊逻辑代数的判断矩阵及其群体决策方法/徐泽水，马振明著. —北京：科学出版社, 2020.4
(模糊数学与系统及其应用丛书; 5)
ISBN 978-7-03-064713-9

Ⅰ. ①基…　Ⅱ. ①徐…　②马…　Ⅲ. ①判断矩阵　②决策方法　Ⅳ. ①C934

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2020) 第 044886 号

责任编辑：李静科　李　萍 / 责任校对：邹慧卿
责任印制：吴兆东 / 封面设计：无极书装

科学出版社 出版
北京东黄城根北街 16 号
邮政编码：100717
http://www.sciencep.com

北京中石油彩色印刷有限责任公司 印刷
科学出版社发行　各地新华书店经销
*
2020 年 4 月第　一　版　开本：720 × 1000　B5
2020 年 4 月第一次印刷　印张：7　1/4　插页：1
字数：146 000

定价：58.00 元
(如有印装质量问题，我社负责调换)

《模糊数学与系统及其应用丛书》序

自然科学和工程技术, 表现的是人类对客观世界有意识的认识和作用, 甚至表现了这些认识和作用之间的相互影响, 例如, 微观层面上量子力学的观测问题.

当然, 人类对客观世界最主要的认识和作用, 仍然在人类最直接感受、感知的介观层面发生, 虽然往往需要以微观层面的认识和作用为基础, 以宏观层面的认识和作用为延拓.

而人类在介观层面认识和作用的行为和效果, 可以说基本上都是力图在意识、存在及其相互作用关系中, 对减少不确定性, 增加确定性的一个不可达极限的逼近过程; 即使那些目的在于利用不确定性的认识和作用行为, 也仍然以对不确定性的具有更多确定性的认识和作用为基础.

正如确定性以形式逻辑的同一律、因果律、排中律、矛盾律、充足理由律为形同公理的准则而界定和产生一样, 不确定性本质上也是对偶地以这五条准则的分别缺损而界定和产生. 特别地, 最为人们所经常面对的, 是因果律缺损所导致的随机性和排中律缺损所导致的模糊性.

与随机性被导入规范的定性、定量数学研究对象范围已有数百年的情况不同, 人们对模糊性进行规范性认识的主观需求和研究体现, 仅仅开始于半个世纪前 1965 年 Zadeh 具有划时代意义的 *Fuzzy sets* 一文.

模糊性与随机性都具有难以准确把握或界定的共同特性, 而从 Zadeh 开始延续下来的 "以赋值方式量化模糊性强弱程度" 的模糊性表现方式, 又与已经发展数百年而高度成熟的 "以赋值方式量化可能性强弱程度" 的随机性表现方式, 在基本形式上平行——毕竟, 模糊性所针对的 "性质", 与随机性所针对的 "行为", 在基本的逻辑形式上是对偶的. 这也就使得 "模糊性与随机性并无本质差别" "模糊性不过是随机性的另一表现" 等疑虑甚至争议, 在较长时间和较大范围内持续.

然而时至今日, 应该说不仅如上由确定性的本质所导出的不确定性定义已经表明模糊性与随机性在本质上的不同, 而且人们也已逐渐意识到, 表现事物本身性质的强弱程度而不关乎其发生与否的模糊性, 与表现事物性质发生的可能性而不关乎

其强弱程度的随机性, 在现实中的影响和作用也是不同的.

例如, 当情势所迫而必须在 “于人体有害的可能为万分之一” 和 “于人体有害的程度为万分之一” 这两种不同性质的 150 克饮料中进行选择时, 结论就是不言而喻的, 毕竟前者对 “万一有害, 害处多大” 没有丝毫保证, 而后者所表明的 “虽然有害, 但极微小” 还是更能让人放心得多. 而这里, 前一种情况就是 “有害” 的随机性表现, 后一种情况就是 “有害” 的模糊性表现.

模糊性能在比自身领域更为广泛的科技领域内得到今天这一步的认识, 的确不是一件容易的事, 到今天, 模糊理论和应用的研究所涉及和影响的范围也已几乎无远弗届. 这里有一个非常基本的原因: 模糊性与随机性一样, 是几种基本不确定性中, 最能被人类思维直接感受, 也是最能对人类思维产生直接影响的.

对于研究而言, 易感知、影响广本来是一个便利之处, 特别是在当前以本质上更加逼近甚至超越人类思维的方式而重新崛起的人工智能的发展已经必定势不可挡的形势下. 然而也正因为如此, 我们也都能注意到, 相较于广度上的发展, 模糊性研究在理论、应用的深度和广度上的发展, 还有很大的空间; 或者更直接地说, 还有很大的发展需求.

例如, 在理论方面, 思维中模糊性与直感、直观、直觉是什么样的关系? 与深度学习已首次形式化实现的抽象过程有什么样的关系? 模糊性的本质是在于作为思维基本元素的单体概念, 还是在于作为思维基本关联的相对关系, 还是在于作为两者统一体的思维基本结构, 这种本质特性和作用机制以什么样的数学形式予以刻画和如何刻画才能更为本质深刻和关联广泛?

又例如, 在应用方面, 人类是如何思考和解决在性质强弱程度方面难以确定的实际问题的? 是否都是以条件、过程的更强定量来寻求结果的更强定量? 是否可能如同深度学习对抽象过程的算法形式化一样, 建立模糊定性的算法形式化? 在比现在已经达到过的状态、已经处理过的问题更复杂、更精细的实际问题中, 如何更有效地区分和结合 “性质强弱” 与 “发生可能” 这两类本质不同的情况? 从而更有效、更有力地在实际问题中发挥模糊性研究本来应有的强大效能?

这些都是模糊领域当前还需要进一步解决的重要问题; 而这也就是作为国际模糊界主要力量之一的中国模糊界研究人员所应该、所需要倾注更多精力和投入的问题.

针对相关领域高等院校师生和科技工作者, 推出这套《模糊数学与系统及其应用丛书》, 以介绍国内外模糊数学与模糊系统领域的前沿热点方向和最新研究成果, 从上述角度来看, 是具有重大的价值和意义的, 相信能在推动我国模糊数学与模糊系统乃至科学技术的跨越发展上, 产生显著的作用.

为此, 应邀为该丛书作序, 借此将自己的一些粗略的看法和想法提出, 供中国模糊界同仁参考.

罗懋康
国际模糊系统协会 (IFSA) 副主席 (前任)
国际模糊系统协会中国分会代表
中国系统工程学会模糊数学与模糊系统专业委员会主任委员
2018 年 1 月 15 日

前　言

判断矩阵是决策者在决策过程中对方案或属性进行评估的一种有效工具, 在工程设计、经济、管理和军事等诸多领域有着广阔的实际应用前景. 本书以模糊逻辑代数为工具, 对几类判断矩阵及其群体决策方法进行介绍, 主要包括判断矩阵标度的选择、运算与测度、集成算子、群体共识性和一致性修正算法等. 具体地讲, 主要介绍了以下几个方面的工作.

第 1 章主要介绍基于标准模糊逻辑代数的语言判断矩阵及其群体决策方法. 考虑到已有数值或语言评估标度的特点以及其上的运算不具有封闭性的问题, 首先将已有的加法标度和积性标度推广为标度值是一般单调函数的广义评估标度, 进而借助标准模糊逻辑代数中的基本运算、相似测度、距离测度和熵测度, 给出广义评估标度上的基本运算、相似测度、距离测度和熵测度的定义, 不仅得到具有平衡语义表示模型的标度的统一形式, 而且修正了已有数值标度上的运算封闭性和语言判断矩阵一致性问题. 特别地, 由广义评估标度上的运算我们还推导出广义评估标度上的加权集成算子, 给出基于语言判断矩阵的群体决策方法.

第 2 章主要介绍基于双曲标度的直觉积性判断矩阵群体决策方法. 已有的数值标度如 0.1-0.9 标度、1-9 标度和广义 S 曲线标度并不能适合所有的实际情形, 例如, 数值标度上的单一数值不能够同时表达支持和反对的信息, 固定的数值标度不能够反映出决策者在标度选择时的偏好, 已有标度的标度值之间往往全部或者局部均匀分布. 为了使标度能够适用于某些具体情形, 利用带参数的双曲函数, 我们给出参数化双曲标度和基于双曲标度的直觉积性集, 结合标准模糊逻辑代数中的运算和测度给出基于双曲标度的直觉积性集上的运算和相关测度, 推导出相应的加权集成算子和幂集成算子. 本章还介绍了基于双曲标度的直觉积性判断矩阵, 利用给出的距离测度探讨直觉积性判断矩阵的群体共识性, 给出其一致性检验和修正的算法, 并和已有标度上的方法进行对比, 给出其适用范围.

第 3 章主要介绍基于毕达哥拉斯模糊判断矩阵的群体决策方法. Yager 教授提出的毕达哥拉斯模糊集是处理不确定信息的新工具, 比已有的直觉模糊集具有更

广泛的适用性, 它本质上是建立在非标准模糊逻辑代数基础上的. 以毕达哥拉斯模糊集为基础对判断矩阵进行研究, 为具有非平衡语义表示模型的标度上的判断矩阵提供了研究基础. 首先对已有的比较毕达哥拉斯模糊数的准确函数和得分函数进行修正, 使其更符合毕达哥拉斯模糊数; 然后借助已有的毕达哥拉斯模糊运算, 推导出新型的能够公平对待毕达哥拉斯模糊数中的隶属度和非隶属度的对称毕达哥拉斯模糊加权几何和算术平均算子, 并且能够适应毕达哥拉斯模糊判断矩阵研究需要; 给出逐步且同时修正毕达哥拉斯模糊判断矩阵一致性和共识性的方法. 特别地, 还介绍个体毕达哥拉斯模糊判断矩阵可接受一致性相对于一般的对称型集成算子具有可保持特性, 并通过虚拟供应商选择这一问题说明算法的有效性.

不同模糊环境下的判断矩阵理论和应用研究受到国内外众多学者的关注, 成为当前研究的一个热点, 本书汇集的成果只是其中的一部分, 只能起到抛砖引玉之效, 加之作者水平有限, 书中难免有疏漏和不足之处, 敬请广大读者批评指正.

徐泽水 马振明

2019 年 8 月

符号说明

L	格
$\wedge$	取小
$\vee$	取大
$\otimes$	三角模
$\rightarrow$	蕴涵
$\neg$	否定
$\leftrightarrow$	双蕴涵
$\oplus$	三角余模
$\mathcal{S}_0^{\tau}$	语言标度
$\mathcal{S}_{\phi(a)}^{\phi(\tau)}$	广义语言术语集
S	相似测度
D	距离测度
E	熵测度
s	得分函数
h	准确函数

《模糊数学与系统及其应用丛书》已出版书目

(按出版时间排序)

1 犹豫模糊集理论及应用 2018.2 徐泽水 赵 华 著

2 聚合函数及其应用 2019.2 覃 锋 著

3 逻辑代数上的非概率测度 2019.3 辛小龙 王军涛 杨 将 著

4 直觉模糊偏好关系群决策理论与方法 2019.11 万树平 王 枫 董九英 著

5 基于模糊逻辑代数的判断矩阵及其群体决策方法 2020.4 徐泽水 马振明 著

彩　　图

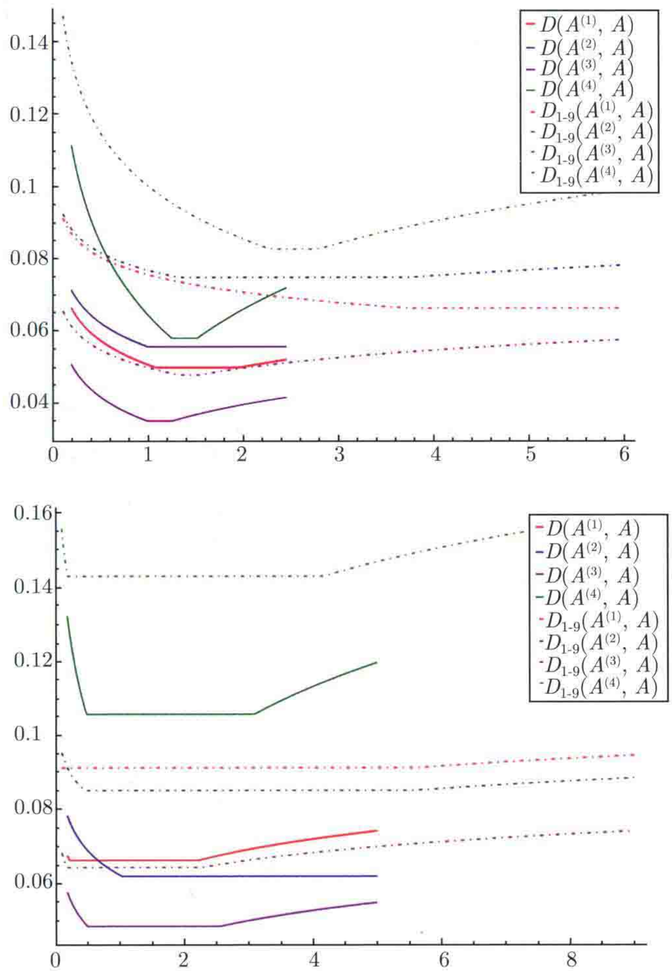


图 2.2　双曲标度和 1-9 标度中以 $\alpha_{14}^{(4)}$ 的隶属度和非隶属度为变量的偏离测度变化

目　　录

第 1 章　基于标准模糊逻辑代数的语言判断矩阵及其群体决策方法

由于客观事物和人类思维的复杂性, 通常人们更偏好于采用定性语言来处理实际评估和决策问题[36, 45, 46, 51, 128, 139, 159]. 例如, 当评估汽车的速度时, 通常采用 "很慢" "慢" "中等" "快" "很快" 等语言术语; 类似地, 当评估汽车的舒适性或者设计时, 通常采用 "差" "可接受" "一般" "好" 等语言术语[73]. 本质上, 解决此类包含定性信息的实际问题通常包含了词语计算这一过程. 这些语言方面研究代表了决策的定性方面, 所以, 需要利用语言变量来处理[47, 60, 139]. 通常, 语言变量的语言值由有限的语言术语组成, 其全体称为语言术语集.

近来, 语言值决策问题引起了广大学者的兴趣[30, 35, 38, 39, 50, 51, 60, 72, 83, 139, 146], 其一般包含以下三个步骤:

步骤 1. 收集语言变量的语言值构成语言术语集;

步骤 2. 对每个对象, 集成所有属性值为综合值;

步骤 3. 择优方案.

对步骤 1, 各种各样的语言术语集被提出来[5, 30, 35, 45–47, 72, 108, 127, 128, 130, 139, 155], 大致分为两种类型, 即: 加性语言术语集和积性语言术语集. 注意到这些语言术语集的评估标度往往是特殊的严格单调递增函数, 可以按照定义域和图像对称性进行分类. 尽管 Farhadinia[35] 给出了加性语言评估标度的一般形式[30, 130, 139] 和积性语言评估标度的一般形式[128], 但仍有一些特殊的语言评估标度不能包含于其中[5, 45, 108, 127].

对步骤 2, 集成算子在决策过程中起到了非常关键的作用, 许多学者提出各种集成算子, 主要有以下四种处理语言信息的计算模型:

(1) 基于扩展原理的计算模型[4, 26, 46], 将语言信息通过对应的隶属函数转换为模糊数来处理.

(2) 基于有序标度的计算模型[28], 使用语言术语集下标进行计算.

上述两种模型都包含了近似计算, 导致信息丢失, 从而缺乏精度[26,46].

(3) 二元语义计算模型[46,47,51,83], 利用由语言术语和数值构成的二元对表示语言信息. 然而, Herrera 和 Martinez[46] 指出二元语义计算模型只适用于语言术语均匀分布的情形.

(4) 虚拟计算模型[127,134,139,146]. 尽管虚拟计算模型和二元语义计算模型都能够很好地避免信息丢失, 但虚拟计算模型不用进行符号平移, 从而计算更为简便.

类似于二元语义计算模型, 从文献 [38,127,130,139] 中我们发现: 一方面, 虚拟计算模型也只是应用到语言术语均匀分布的情形, 即语言术语集对应的评估标度是不同定义域上的恒等函数; 另一方面, 虚拟计算模型[38,127] 中的运算从模糊逻辑代数角度来看存在不足. 不难发现, 模糊逻辑代数与语言术语集中都存在否定运算. 受此启发, 本章主要从标准模糊逻辑代数的角度, 对基于一般单调函数的语言术语集上的虚拟计算模型进行研究, 并将其应用到语言判断矩阵群体决策.

1.1 预备知识

1.1.1 模糊逻辑代数简介

剩余格[104] 构成了 Höhle 教授提出的半群逻辑[43] 的语义, 是大多数模糊逻辑的基础, 如: Esteva 和 Godo 的基于半群的三角模逻辑[31], Hájek 的基本逻辑[54], Łukasiewicz 逻辑[61], 直觉逻辑[42], Gödel 逻辑[21]. 与这些特殊的逻辑相对应, 剩余格的各种子类如: MTL-代数、BL-代数、MV-代数、Heyting 代数、Gödel 代数、NM-代数和 R_0-代数已被广泛研究. 文献 [74–76,78] 等从滤子角度研究了这些模糊逻辑代数之间的关系. 本节对模糊逻辑代数进行简要介绍.

定义1.1[54,104] 形如 $\mathcal{L}=(L,\wedge,\vee,\otimes,\rightarrow,0,1)$ 的代数, 如果对 $x,y,z\in\mathcal{L}$ 有

(1) $(L,\wedge,\vee,0,1)$ 为有界格;

(2) $(L,\otimes,1)$ 为交换半群;

(3) $(\otimes,\rightarrow)$ 构成伴随对, 即 $x\otimes y\leqslant z$ 当且仅当 $x\leqslant y\rightarrow z$,

则称其为剩余格.

记 $x\rightarrow 0$ 为 $\neg x$. 特别地, 当 $L=[0,1]$, $x\wedge y=\min\{x,y\}$ 且 $x\vee y=\max\{x,y\}$ 时,

(1) 如果 $x \otimes_{Ł} y = \max\{x+y-1, 0\}$ 且 $x \to_{Ł} y = \min\{1-x+y, 1\}$, 那么 $([0,1], \wedge, \vee, \otimes_{Ł}, \to_{Ł}, \neg, 0, 1)$, 记为 $[0,1]^{\mathrm{MV}}$, 为 Lukasiewicz 剩余格或者标准 MV-代数, 其中 $\neg x = N^s(x) = 1-x$. 此外, 可以定义如下运算:

$$x \oplus_{Ł} y = \min\{x+y, 1\}, \quad x \leftrightarrow_{Ł} y = \min\{x \to_{Ł} y, y \to_{Ł} x\}. \tag{1.1}$$

(2) 如果 $x \otimes_Y y = \max\{x^2+y^2-1, 0\}^{\frac{1}{2}}$ 且 $x \to_Y y = \min\{1-x^2+y^2, 1\}^{\frac{1}{2}}$, 则 $([0,1], \wedge, \vee, \otimes_Y, \to_Y, \neg, 0, 1)$, 记为 $[0,1]^Y$, 构成非标准模糊逻辑代数, 其中 $\neg_Y x = (1-x^2)^{\frac{1}{2}}$, 其可以作为 Yager 教授提出的毕达哥拉斯模糊集[151] 的理论基础.

对标准 MV-代数 $[0,1]^{\mathrm{MV}}$, 有如下性质:

引理1.2 设 $[0,1]^{\mathrm{MV}}$ 为标准 MV-代数, 则

(1) $x \leftrightarrow_{Ł} y = 1$ 当且仅当 $x = y$;

(2) $x \leftrightarrow_{Ł} y = y \leftrightarrow_{Ł} x$;

(3) $x \leqslant y \leqslant z$ 蕴涵 $x \leftrightarrow_{Ł} z \leqslant x \leftrightarrow_{Ł} y$ 和 $x \leftrightarrow_{Ł} z \leqslant y \leftrightarrow_{Ł} z$;

(4) $x \leftrightarrow_{Ł} y = 1 - |x-y|$;

(5) $x \leftrightarrow_{Ł} N^s(x) = 1 - |1-2x|$.

1.1.2 加性语言术语集

加性语言术语集通常也称为对称且均匀语言术语集[5, 45–47], 即语言术语集 $\mathcal{S}_0^\tau = \{s_i | i = 0, \cdots, \tau\}$ 满足如下条件:

(1) $s_i \leqslant s_j$ 当且仅当 $i \leqslant j$;

(2) $s_i \vee s_j = s_i$, $i \geqslant j$;

(3) $s_i \wedge s_j = s_i$, $i \leqslant j$;

(4) $Neg(s_i) = s_j$, 其中 $i + j = \tau$.

明显地, 语言术语集是一种代数结构, 在语言术语全体上定义了 $\vee, \wedge$ 和 Neg 三种运算. 从代数观点来看, $(\mathcal{S}_0^\tau, \vee, \wedge, Neg, s_0, s_\tau)$ 是 De Morgan 代数, 其满足:

(1) $(\mathcal{S}_0^\tau, \vee, \wedge, \leqslant, s_0, s_\tau)$ 为有界分配格;

(2) $Neg: \mathcal{S}_0^\tau \to \mathcal{S}_0^\tau$ 是对合否定, 即 $Neg(Neg(s_i)) = s_i$, 其中 $s_i \in \mathcal{S}_0^\tau$;

(3) $Neg(s_i \vee s_j) = Neg(s_i) \wedge Neg(s_j)$ 且 $Neg(s_i \wedge s_j) = Neg(s_i) \vee Neg(s_j)$, $s_i, s_j \in \mathcal{S}_0^\tau$.