

18年经验铸就经典 百万考生亲测力荐

梦工场

专硕联考机工版紫皮书分册系列教材

第18版

2020版

MBA MPA MPAcc

数学分册

历年真题详解手册

袁进 等编著

2010年1月~
2018年12月
共十四套

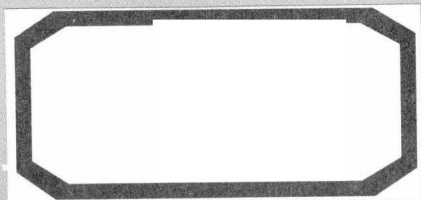
联考数学真题及详解

扫码关注公众号

点击页面下方的“分册视频”
即可免费学习本书同步视频
顶级数学大师面对面为你讲解
书中重点、难点，解析最新真题
(详细步骤见本书封二)



机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS



目录

2010年1月管理类专业硕士学位全国联考综合能力试卷数学试题及解析	1
2010年10月在职攻读硕士学位全国联考工商管理硕士综合能力试卷数学试题及解析	9
2011年1月管理类专业硕士学位全国联考综合能力试卷数学试题及解析	17
2011年10月在职攻读硕士学位全国联考工商管理硕士综合能力试卷数学试题及解析	24
2012年1月管理类专业硕士学位全国联考综合能力试卷数学试题及解析	32
2012年10月在职攻读硕士学位全国联考工商管理硕士综合能力试卷数学试题及解析	40
2013年1月管理类专业硕士学位全国联考综合能力试卷数学试题及解析	49
2013年10月在职攻读硕士学位全国联考工商管理硕士综合能力试卷数学试题及解析	56
2014年1月管理类专业硕士学位全国联考综合能力试卷数学试题及解析	64
2015年1月管理类专业硕士学位全国联考综合能力试卷数学试题及解析	71
2015年12月管理类专业硕士学位全国联考综合能力试卷数学试题及解析	78
2016年12月管理类专业硕士学位全国联考综合能力试卷数学试题及解析	86
2017年12月管理类专业硕士学位全国联考综合能力试卷数学试题及解析	93
2018年12月管理类专业硕士学位全国联考综合能力试卷数学试题及解析	102



2010 年 1 月管理类专业硕士学位全国联考 综合能力试卷数学试题及解析

一 问题求解

(第 1~15 小题,每小题 3 分,共 45 分.下列每题给出的 A、B、C、D、E 五个选项中,只有一项是符合试题要求的,请在答题卡上将所选项的字母涂黑)

1. 电影开演时观众中女士与男士人数之比为 5:4,开演后无观众入场,放映一个小时后,女士的 20%,男士的 15% 离场,则此时在场的女士与男士人数之比为 ()

- (A) 4:5 (B) 1:1 (C) 5:4 (D) 20:17 (E) 85:64

2. 某商品的成本为 240 元,若按该商品标价的 8 折出售,利润率是 15%,则该商品的标价为 ()

- (A) 276 元 (B) 331 元 (C) 345 元 (D) 360 元 (E) 400 元

3. 三名小孩中有一名学龄前儿童(年龄不足 6 岁),他们的年龄都是质数(素数),且依次相差 6 岁,他们的年龄之和为 ()

- (A) 21 (B) 27 (C) 33 (D) 39 (E) 51

4. 在右边的表格中每行为等差数列,每列为等比数列, $x+y+z =$ ()

- (A) 2 (B) $\frac{5}{2}$ (C) 3
(D) $\frac{7}{2}$ (E) 4

2	$\frac{5}{2}$	3
x	$\frac{5}{4}$	$\frac{3}{2}$
a	y	$\frac{3}{4}$
b	c	z

5. 如图 1,在直角三角形 ABC 区域内部有座山,现计划从 BC 边上某点 D 开凿一条隧道到点 A ,要求隧道长度最短.若 AB 长为 5 千米, AC 长为 12 千米,则所开凿的隧道 AD 的长度约为 ()

- (A) 4.12 千米 (B) 4.22 千米
(C) 4.42 千米 (D) 4.62 千米
(E) 4.92 千米

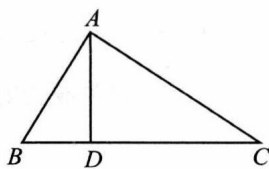


图 1

6. 某商店举行店庆活动,顾客消费达到一定数量后,可以在 4 种赠品中随机选取 2 个不同的赠品,任意两位顾客所选赠品中,恰有 1 件品种相同的概率是 ()

- (A) $\frac{1}{6}$ (B) $\frac{1}{4}$ (C) $\frac{1}{3}$ (D) $\frac{1}{2}$ (E) $\frac{2}{3}$

7. 多项式 $x^3 + ax^2 + bx - 6$ 的两个因式是 $x - 1$ 和 $x - 2$,则第三个一次因式为 ()

- (A) $x - 6$ (B) $x - 3$ (C) $x + 1$ (D) $x + 2$ (E) $x + 3$

8. 某公司的员工中,拥有本科毕业证,计算机考级证,汽车驾驶证的人数分别为 130,110,

90. 又知只有一种证的人数为 140, 三证齐全的人数为 30, 则恰有双证的人数为 ()
 (A) 45 (B) 50 (C) 52 (D) 65 (E) 100

9. 甲商店销售某种商品, 该商品的进价每件 90 元, 若每件定价 100 元, 则一天内能售出 500 件. 在此基础上, 定价每增 1 元, 一天能少售出 10 件. 若甲商店获得最大利润, 则该商品的定价应为 ()

(A) 115 元 (B) 120 元 (C) 125 元 (D) 130 元 (E) 135 元

10. 已知直线 $ax - by + 3 = 0 (a > 0, b > 0)$ 过圆 $x^2 + 4x + y^2 - 2y + 1 = 0$ 的圆心, 则 ab 的最大值为 ()

(A) $\frac{9}{16}$ (B) $\frac{11}{16}$ (C) $\frac{3}{4}$ (D) $\frac{9}{8}$ (E) $\frac{9}{4}$

11. 某大学分配 5 名志愿者到西部 4 所中学支教, 若每所中学至少有一名志愿者, 则不同的分配方案共有 ()

(A) 240 种 (B) 144 种 (C) 120 种 (D) 60 种 (E) 24 种

12. 某装置的启动密码是由 0~9 中的 3 个不同数字组成, 连续 3 次输入错误密码, 就会导致该装置永久关闭, 一个仅记得密码是由 3 个不同数字组成的人能够启动此装置的概率为 ()

(A) $\frac{1}{120}$ (B) $\frac{1}{168}$ (C) $\frac{1}{240}$ (D) $\frac{1}{720}$ (E) $\frac{3}{1000}$

13. 某居民小区决定投资 15 万元修建停车位, 据测算, 修建一个室内车位的费用为 5000 元, 修建一个室外车位的费用为 1000 元, 考虑到实际因素, 计划室外车位的数量不少于室内车位的 2 倍, 也不多于室内车位的 3 倍, 这笔投资最多可建车位的数量为 ()

(A) 78 (B) 74 (C) 72 (D) 70 (E) 66

14. 如图 2, 长方形 $ABCD$ 的两边分别为 8 米和 6 米, 四边形 $OEFG$ 的面积是 4 平方米, 则阴影部分的面积为 ()

(A) 32 平方米 (B) 28 平方米

(C) 24 平方米 (D) 20 平方米

(E) 16 平方米

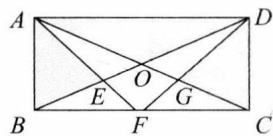


图 2

15. 在一次竞猜活动中, 设有 5 关, 如果连续通过 2 关就算闯关成功, 小王通过每关的概率都是 $\frac{1}{2}$, 他闯关成功的概率为 ()

(A) $\frac{1}{8}$ (B) $\frac{1}{4}$ (C) $\frac{3}{8}$ (D) $\frac{4}{8}$ (E) $\frac{19}{32}$

三 条件充分性判断

(第 16~25 小题, 每小题 3 分, 共 30 分. 要求判断每题给出的条件(1)和(2)能否充分支持题干所陈述的结论. A、B、C、D、E 五个选项为判断结果, 请选择一项符合试题要求的判断, 在答题卡上将所选项的字母涂黑)

- (A) 条件(1)充分,但条件(2)不充分.
 (B) 条件(2)充分,但条件(1)不充分.
 (C) 条件(1)和(2)单独都不充分,但条件(1)和条件(2)联合起来充分.
 (D) 条件(1)充分,条件(2)也充分.
 (E) 条件(1)和(2)单独都不充分,条件(1)和条件(2)联合起来也不充分.

16. $a|a-b| \geq |a|(a-b)$.

- (1) 实数 $a > 0$. (2) 实数 a, b 满足 $a > b$.

17. 有偶数位来宾.

- (1) 聚会时所有来宾都被安排坐在一张圆桌周围,且每位来宾与其邻座性别不同.
 (2) 聚会时男宾人数是女宾人数的两倍.

18. 售出一件甲商品比售出一件乙商品利润要高.

- (1) 售出 5 件甲商品, 4 件乙商品, 共获利 50 元.
 (2) 售出 4 件甲商品, 5 件乙商品, 共获利 47 元.

19. 已知数列 $\{a_n\}$ 为等差数列, 公差为 d , $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 12$, 则 $a_4 = 0$.

- (1) $d = -2$. (2) $a_2 + a_4 = 4$.

20. 甲企业今年人均成本是去年的 60%.

- (1) 甲企业今年总成本比去年减少 25%, 员工人数增加 25%.
 (2) 甲企业今年总成本比去年减少 28%, 员工人数增加 20%.

21. 该股票涨了.

- (1) 某股票连续三天涨 10% 后, 又连续三天跌 10%.
 (2) 某股票连续三天跌 10% 后, 又连续三天涨 10%.

22. 某班有 50 名学生, 其中女生 26 名, 在某次选拔测试中, 有 27 名学生未通过, 则有 9 名男生通过.

- (1) 在通过的学生中, 女生比男生多 5 人.
 (2) 在男生中未通过的人数比通过的人数多 6 人.

23. 甲企业一年的总产值为 $\frac{a}{P}[(1+P)^{12} - 1]$.

- (1) 甲企业 1 月份的产值为 a , 以后每月产值的增长率为 P .
 (2) 甲企业 1 月份的产值为 $\frac{a}{2}$, 以后每月产值的增长率为 $2P$.

24. 设 a, b 为非负实数, 则 $a + b \leq \frac{5}{4}$.

- (1) $ab \leq \frac{1}{16}$. (2) $a^2 + b^2 \leq 1$.

25. 如图 3, 在三角形 ABC 中, 已知 $EF \parallel BC$, 则三角形 AEF 的面积等于梯形 $EBCF$ 的面积.

- (1) $|AG| = 2|GD|$. (2) $|BC| = \sqrt{2}|EF|$.

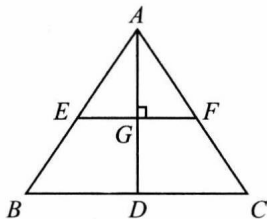


图 3

【参考答案】

一 问题求解

1. D

解析 设电影开始时,女为 $5x$ 人,男为 $4x$ 人,

$$\text{从而} \quad \frac{5x \times 0.8}{4x \times 0.85} = \frac{4}{3.4} = \frac{20}{17}$$

2. C

解析 设标价为 a 元,则售价为 $0.8a$,由已知

$$\frac{0.8a - 240}{240} = 0.15$$

解得 $a = 345$.

3. C

解析 设三个儿童的年龄依次为 $P_1, P_2, P_3 (P_1 < 6)$,若 $P_1 = 2$,则 $P_2 = 2 + 6, P_3 = 8 + 6$,不合题意.若 $P_1 = 3$,则 $P_2 = 3 + 6, P_3 = 9 + 6$,不合题意.取 $P_1 = 5$,则 $P_2 = 5 + 6 = 11, P_3 = 11 + 6 = 17$,即 P_1, P_2, P_3 皆为质数,符合题意要求,则三个儿童年龄和为

$$5 + 11 + 17 = 33$$

4. A

解析 由 $x, \frac{5}{4}, \frac{3}{2}$ 为等差数列, $\frac{5}{2}, \frac{5}{4}, y$ 为等比数列及 $\frac{3}{2}, \frac{3}{4}, z$ 为等比数列,

$$\text{得} \quad \frac{5}{4} - x = \frac{3}{2} - \frac{5}{4}, y = \frac{5}{4} \times \frac{1}{2}, z = \frac{3}{4} \times \frac{1}{2}$$

$$\text{即} \quad x = 1, y = \frac{5}{8}, z = \frac{3}{8}, 1 + \frac{5}{8} + \frac{3}{8} = 2$$

5. D

解析 由已知 $BC = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13$,从而

$$\frac{1}{2} \times 5 \times 12 = \frac{1}{2} \times AD \times 13$$

$$\text{解得} \quad AD = \frac{60}{13} \approx 4.62.$$

6. E

解析 将 4 种赠品分别用 1, 2, 3, 4 编号,任意 2 位顾客选赠品的总可能性为 $C_4^2 C_4^2 = 36$ (种).A: 表示 2 位顾客所选赠品中恰有一件相同,则 A 的可能性为 $C_4^1 \times 3 \times 2 = 24$,

从而所求概率为 $p = \frac{24}{36} = \frac{2}{3}$.

7. B

解析 若 $x^3 + ax^2 + bx - 6 = (x-1)(x-2)(x-m)$,

令 $x=0$, 则有 $(-1) \times (-2) \times (-m) = -6$, 即 $m=3$.

8. B

解析 A : 表示有本科毕业证的人, B : 表示有计算机等级证的人, C : 表示有汽车驾驶证的人. 则 A, B, C 这三个事件将全体员工分为两两互斥的八部分(如图4所示), 为书写方便, 简记为图5.

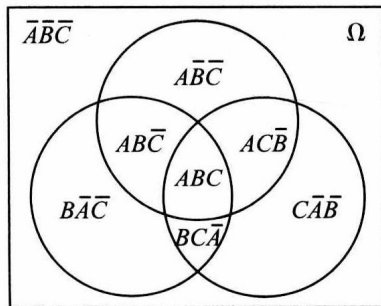


图 4

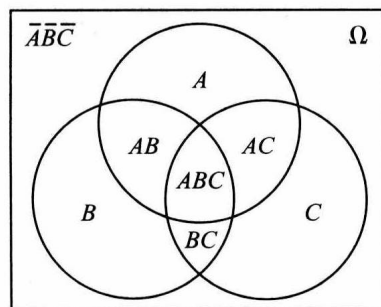


图 5

$$\text{由已知条件} \begin{cases} A + AB + AC + ABC = 130 \\ B + AB + BC + ABC = 110 \\ C + AC + BC + ABC = 90 \\ A + B + C = 140 \\ ABC = 30 \end{cases}$$

由前三个方程得

$$A + B + C + 3ABC + 2(AB + AC + BC) = 330$$

$$\text{从而} \quad 140 + 90 + 2(AB + AC + BC) = 330$$

$$AB + AC + BC = 50 \text{ (人)}$$

9. B.

解析 设定价为 $100 + a$ (元), 由已知条件, 利润

$$\begin{aligned} l &= (100 + a)(500 - 10a) - 90(500 - 10a) \\ &= -10a^2 + 400a + 5000 \\ &= -10[(a - 20)^2 - 900] \end{aligned}$$

即当 $a=20$ 时, 利润最大.

10. D

解析 所给圆为 $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 2^2$, 由已知条件 $-2a - b + 3 = 0$, 即 $b = 3 - 2a$,

$$\text{因此} \quad ab = a(3 - 2a) = -2a^2 + 3a = -2\left[\left(a - \frac{3}{4}\right)^2 - \frac{9}{16}\right].$$

即当 $a = \frac{3}{4}$ 时, $ab = \frac{9}{8}$ 为其最大值.

11. A

解析 由题意知其中一所学校应分得 2 人, 另外 3 所各一人.

第一步, 选一所学校准备分得 2 人, 共有 C_4^1 种选法.

第二步, 从 5 人中选 2 人到这所学校, 共有 C_5^2 种选法.

第三步, 安排剩下 3 人去 3 所学校, 共有 $3!$ 种方式.

由乘法原理, 不同分配方案为 $C_4^1 C_5^2 \times 3! = 240$ (种).

12. C

解析 设 $A_i (i=1,2,3)$ 表示第 i 次输入正确,

$$\begin{aligned} \text{则所求概率 } P &= P(A_1 \cup \bar{A}_1 A_2 \cup \bar{A}_1 \bar{A}_2 A_3) \\ &= P(A_1) + P(\bar{A}_1 A_2) + P(\bar{A}_1 \bar{A}_2 A_3) \\ &= \frac{1}{10 \times 9 \times 8} + \frac{719}{10 \times 9 \times 8} \times \frac{1}{719} + \frac{719}{10 \times 9 \times 8} \times \frac{718}{719} \times \frac{1}{718} = \frac{3}{720} = \frac{1}{240} \end{aligned}$$

13. B

解析 设建室内车位 x 个, 室外车位 y 个,

$$\text{由题意求满足 } \begin{cases} 5000x + 1000y \leq 150000 \\ 2x \leq y \leq 3x \end{cases} \text{ 的最大 } x + y.$$

$$\text{由 } \begin{cases} 5x + y \leq 150 \\ 2x \leq y \leq 3x \end{cases}, \text{ 可得 } 7x \leq 150, x \leq 21,$$

$$\text{由穷举法得 } \begin{cases} x=21 \\ y=45 \end{cases}, \begin{cases} x=20 \\ y=50 \end{cases}, \begin{cases} x=19 \\ y=55 \end{cases}.$$

因此, $19 + 55 = 74$ 为满足题意的最多车位数.

14. B

解析 白色区域面积为 $\frac{1}{2}BF \cdot CD + \frac{1}{2}FC \cdot AB - 4 = \frac{1}{2}CD \cdot BC - 4 = 20$,

从而阴影面积为 $6 \times 8 - 20 = 28$ (平方米).

15. E

解析 用 $A_i (i=1,2,3,4,5)$ 表示第 i 关闯关成功, 则小王的过关成功率

$$\begin{aligned} &P(A_1 A_2 \cup \bar{A}_1 A_2 A_3 \cup A_1 \bar{A}_2 A_3 A_4 \cup \bar{A}_1 \bar{A}_2 A_3 A_4 A_5 \cup \bar{A}_1 A_2 \bar{A}_3 A_4 A_5 \cup \bar{A}_1 \bar{A}_2 A_3 A_4 A_5) \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} + 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} + 3 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \\ &= \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{3}{32} = \frac{19}{32}. \end{aligned}$$

条件充分性判断

16. A

解析 因为 $|a-b| \geq a-b$,

所以由条件(1)可知 $|a|=a$,

故 $a|a-b| \geq |a|(a-b)$ 成立,

条件(1)充分.

取 $a=-1, b=-2$, 则有

$$a|a-b| = (-1) \times 1 = -1$$

$$|a|(a-b) = 1 \times 1 = 1$$

即条件(2)不充分.

17. A

解析 设男宾人数为 x , 女宾人数为 y , 题干要求推出 $x+y$ 为偶数.

由条件(1), 必有 $x=y$, 因此 $x+y=2x$ 为偶数, 即条件(1)是充分的.

取 $y=1, x=2$, 则满足条件(2), 但 $1+2=3$ 不是偶数, 因此条件(2)不充分.

18. C

解析 设甲每件利润为 x 元, 乙每件利润为 y 元, 题干要求推出 $x > y$.

条件(1)和条件(2)单独都不充分,

联合条件(1)和条件(2), 则有

$$\begin{cases} 5x + 4y = 50 \\ 4x + 5y = 47 \end{cases}$$

即 $x-y=3, x > y$ 成立.

19. D

解析 设此等差数列的首项为 a_1 , 公差为 d ,

题干给出 $a_1 + a_1 + d + a_1 + 2d + a_1 + 3d = 12$,

即 $2a_1 + 3d = 6$, 题干要求推出 $a_1 + 3d = 0$.

由条件(1), $d = -2$, 可得 $a_1 = 6$, 从而 $6 + 3 \times (-2) = 0$ 成立.

由条件(2), $a_1 + d + a_1 + 3d = 4$ 与 $2a_1 + 3d = 6$ 联立, 得 $d = -2, a_1 = 6$,

从而 $a_1 + 3d = 0$ 成立, 即条件(1)与条件(2)都是充分的.

20. D

解析 设甲企业去年总成本为 a_1 , 员工人数为 b_1 , 今年总成本为 a_2 , 员工人数为 b_2 ,

题干要求推出

$$\frac{a_2}{b_2} = 0.6 \frac{a_1}{b_1}$$

由条件(1), $a_2 = 0.75a_1, b_2 = 1.25b_1$, 因此

$$\frac{a_2}{b_2} = \frac{0.75a_1}{1.25b_1} = 0.6 \frac{a_1}{b_1}$$

由条件(2), $a_2 = 0.72a_1, b_2 = 1.2b_1$, 因此

$$\frac{a_2}{b_2} = \frac{0.72a_1}{1.2b_1} = 0.6 \frac{a_1}{b_1}$$

即条件(1)和条件(2)都是充分的.

21. E

解析 设该股票原价为 a , 现价为 b , 题干要推出 $b > a$.

由条件(1), $b = a(1+0.1)^3(1-0.1)^3 = a(1-0.01)^3 < a$.

由条件(2), $b = a(1-0.1)^3(1+0.1)^3 = a(1-0.01)^3 < a$.

因此, 条件(1)及条件(2)都不充分.

22. D

解析 设通过的女生人数为 x , 通过的男生人数为 y , 题干要求推出 $y=9$.

由条件(1), $y+y+5=23$, 得 $y=9$ 成立, 因此条件(1)是充分的.

由条件(2), $y+(y+6)=24$, 得 $y=9$ 成立, 条件(2)也充分.

23. A

解析 由条件(1), 甲企业1月份产值为 a , 则2月份为 $a(1+P)$, 3月份为 $a(1+P)^2, \dots$, 以此类推12月份产值为 $a(1+P)^{11}$,

因此一年的总产值为

$$\begin{aligned} & a + a(1+P) + a(1+P)^2 + \dots + a(1+P)^{11} \\ &= a \cdot \frac{1 - (1+P)^{12}}{1 - (1+P)} \\ &= \frac{a}{P} [(1+P)^{12} - 1] \end{aligned}$$

由条件(2), 一年的总产值为

$$\begin{aligned} & \frac{a}{2} + \frac{a}{2}(1+2P) + \frac{a}{2}(1+2P)^2 + \dots + \frac{a}{2}(1+2P)^{11} \\ &= \frac{a}{2} \times \frac{1 - (1+2P)^{12}}{1 - (1+2P)} = \frac{a}{2} \times \frac{1}{2P} [(1+2P)^{12} - 1] \end{aligned}$$

从而条件(1)是充分的, 条件(2)不充分.

24. C

解析 令 $a=0, b=5$, 则 $ab=0 < \frac{1}{16}$, 而 $a+b=5 > \frac{5}{4}$, 从而知条件(1)不是充分的.

令 $a=b=\frac{1}{\sqrt{2}}$, 则 $a^2+b^2=1$, 而 $a+b=\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}}=\sqrt{2} > \frac{5}{4}$, 即条件(2)也不充分.

联合条件(1)和条件(2), $(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab \leq 1 + \frac{1}{8} = \frac{9}{8} < \frac{25}{16}$, 因此 $a+b < \frac{5}{4}$ 成立.

25. B

解析 由条件(1), 三角形 AEF 的面积 $S_1 = \frac{1}{2}EF \cdot AG = \frac{1}{2}EF \cdot 2GD = EF \cdot GD$,

梯形 $EBCF$ 的面积 $S_2 = \frac{1}{2}(EF+BC) \cdot GD$,

由于 $BC \neq EF$, 从而 $S_1 \neq S_2$, 因此条件(1)不充分.

由 $EF \parallel BC$, 则 $\triangle AEF$ 相似于 $\triangle ABC$, 从而 $\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle AEF}} = \left(\frac{BC}{EF}\right)^2$,

由条件(2), $\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle AEF}} = 2$,

因此

$$S_{\triangle ABC} - S_{\triangle AEF} = S_{\triangle AEF}$$

(这里 $S_{\triangle ABC}$ 表示 $\triangle ABC$ 的面积, $S_{\triangle AEF}$ 表示 $\triangle AEF$ 的面积)

即梯形 $EBCF$ 的面积与三角形 AEF 的面积相等.

2010年10月在职攻读硕士学位全国联考 工商管理硕士综合能力试卷数学试题及解析

一 问题求解

(第1~15小题,每小题3分,共45分.下列每题给出的A、B、C、D、E五个选项中,只有一项是符合试题要求的,请在答题卡上将所选项的字母涂黑)

1. 若 $x + \frac{1}{x} = 3$, 则 $\frac{x^2}{x^4 + x^2 + 1} =$ ()

(A) $-\frac{1}{8}$ (B) $\frac{1}{6}$ (C) $\frac{1}{4}$ (D) $-\frac{1}{4}$ (E) $\frac{1}{8}$

2. 若实数 a, b, c 满足: $a^2 + b^2 + c^2 = 9$, 则代数式 $(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2$ 的最大值是 ()

(A) 21 (B) 27 (C) 29 (D) 32 (E) 39

3. 某地震灾区现居民住房的总面积为 a 平方米, 当地政府计划每年以 10% 的住房增长率建设新房, 并决定每年拆除固定数量的危旧房. 如果 10 年后该地的住房总面积正好比现有住房面积增加一倍, 那么, 每年应该拆除危旧房的面积是 () 平方米.

(注: $1.1^9 \approx 2.4$, $1.1^{10} \approx 2.6$, $1.1^{11} \approx 2.9$, 精确到小数点后一位.)

(A) $\frac{1}{80}a$ (B) $\frac{1}{40}a$ (C) $\frac{3}{80}a$ (D) $\frac{1}{20}a$ (E) 以上结论均不正确

4. 某学生在军训时进行打靶测试, 共射击 10 次. 他的第 6, 7, 8, 9 次射击分别射中 9.0 环, 8.4 环, 8.1 环, 9.3 环, 他的前 9 次射击的平均环数高于前 5 次的平均环数. 若要使 10 次射击的平均环数超过 8.8 环, 则他第 10 次射击至少应该射中 () 环. (报靶成绩精确到 0.1 环)

(A) 9.0 (B) 9.2 (C) 9.4 (D) 9.5 (E) 9.9

5. 某种同样的商品装成一箱, 每个商品的重量都超过 1 千克, 并且是 1 千克的整数倍, 去掉箱子重量后净重 210 千克, 拿出若干个商品后, 净重 183 千克, 则每个商品的重量为 () 千克.

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

6. 在一条与铁路平行的公路上有一行人与一骑车人同向行进, 行人速度为 3.6 千米/小时, 骑车人速度为 10.8 千米/小时. 如果一列火车从他们的后面同向匀速驶来, 它通过行人的时间是 22 秒, 通过骑车人的时间是 26 秒, 则这列火车的车身为 () 米.

(A) 186 (B) 268 (C) 168 (D) 286 (E) 188

7. 一件工程要在规定时间内完成. 若甲单独做要比规定的时间推迟 4 天完成, 若乙单独做要比规定的时间提前 2 天完成. 若甲、乙合作了 3 天, 剩下的部分由甲单独做, 恰好在规定时间内完成, 则规定时间为()天.

- (A) 19 (B) 20 (C) 21 (D) 22 (E) 24

8. 一次考试有 20 道题, 做对一题得 8 分, 做错一题扣 5 分, 不做不计分. 某同学共得 13 分, 则该同学没做的题数是()

- (A) 4 (B) 6 (C) 7 (D) 8 (E) 9

9. 如图 1 所示, 小正方形的 $\frac{3}{4}$ 被阴影所覆盖, 大正方形的 $\frac{6}{7}$ 被阴影所覆盖, 则小、大正方形阴影部分面积之比为()

- (A) $\frac{7}{8}$ (B) $\frac{6}{7}$ (C) $\frac{3}{4}$

- (D) $\frac{4}{7}$ (E) $\frac{1}{2}$

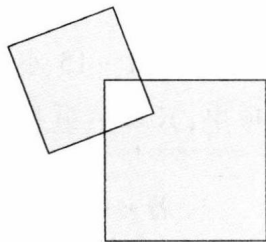


图 1

10. 直线 L 与圆 $x^2 + y^2 = 4$ 相交于 A, B 两点, 且 A, B 两点中点的坐标为 $(1, 1)$, 则直线 L 的方程为()

- (A) $y - x = 1$ (B) $y - x = 2$ (C) $y + x = 1$ (D) $y + x = 2$ (E) $2y - 3x = 1$

11. 图 2 中, 阴影甲的面积比阴影乙的面积多 28 平方厘米, $AB = 40$ 厘米, CB 垂直 AB , 则 BC 的长为()厘米. (π 取到小数点后两位.)

- (A) 30 (B) 32 (C) 34

- (D) 36 (E) 40

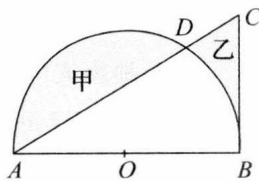


图 2

12. 若圆的方程是 $x^2 + y^2 = 1$, 则它的右半圆(在第一象限和第四象限内的部分)的方程是()

- (A) $y - \sqrt{1 - x^2} = 0$ (B) $x - \sqrt{1 - y^2} = 0$ (C) $y + \sqrt{1 - x^2} = 0$

- (D) $x + \sqrt{1 - y^2} = 0$ (E) $x^2 + y^2 = \frac{1}{2}$

13. 等比数列 $\{a_n\}$ 中, a_3, a_8 是方程 $3x^2 + 2x - 18 = 0$ 的两个根, 则 $a_4 \cdot a_7 =$ ()

- (A) -9 (B) -8 (C) -6 (D) 6 (E) 8

14. 某公司有 9 名工程师, 张三是其中之一. 从中任意抽调 4 人组成攻关小组, 包括张三的概率是()

- (A) $\frac{2}{9}$ (B) $\frac{2}{5}$ (C) $\frac{1}{3}$ (D) $\frac{4}{9}$ (E) $\frac{5}{9}$

15. 在 10 道备选试题中, 甲能答对 8 题, 乙能答对 6 题. 若某次考试从这 10 道备选题中随机抽出 3 道作为考题, 至少答对 2 题才算合格, 则甲乙两人考试都合格的概率是()

- (A) $\frac{28}{45}$ (B) $\frac{2}{3}$ (C) $\frac{14}{15}$ (D) $\frac{26}{45}$ (E) $\frac{8}{15}$

三 条件充分性判断

(第16~25小题,每小题3分,共30分.要求判断每题给出的条件(1)和(2)能否充分支持题干所陈述的结论.A、B、C、D、E五个选项为判断结果,请选择一项符合试题要求的判断,在答题卡上将所选项的字母涂黑)

(A) 条件(1)充分,但条件(2)不充分.

(B) 条件(2)充分,但条件(1)不充分.

(C) 条件(1)和(2)单独都不充分,但条件(1)和条件(2)联合起来充分.

(D) 条件(1)充分,条件(2)也充分.

(E) 条件(1)和(2)单独都不充分,条件(1)和条件(2)联合起来也不充分.

16. 12支篮球队进行单循环比赛,完成全部比赛共需11天.

(1) 每天每队只比赛1场.

(2) 每天每队比赛2场.

17. $x_n = 1 - \frac{1}{2^n} (n=1, 2, \dots)$.

(1) $x_1 = \frac{1}{2}, x_{n+1} = \frac{1}{2}(1 - x_n) (n=1, 2, \dots)$.

(2) $x_1 = \frac{1}{2}, x_{n+1} = \frac{1}{2}(1 + x_n) (n=1, 2, \dots)$.

18. 直线 $y = ax + b$ 经过第一、二、四象限.

(1) $a < 0$.

(2) $b > 0$.

19. 不等式 $3ax - \frac{5}{2} \leq 2a$ 的解集是 $x \leq \frac{3}{2}$.

(1) 直线 $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ 与 x 轴的交点是 $(1, 0)$.

(2) 方程 $\frac{3x-1}{2} - a = \frac{1-a}{3}$ 的根为 $x=1$.

20. $ax^3 - bx^2 + 23x - 6$ 能被 $(x-2)(x-3)$ 整除.

(1) $a=3, b=-16$.

(2) $a=3, b=16$.

21. 一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 无实根.

(1) a, b, c 成等比数列, 且 $b \neq 0$.

(2) a, b, c 成等差数列.

22. 圆 C_1 是圆 $C_2: x^2 + y^2 + 2x - 6y - 14 = 0$ 关于直线 $y = x$ 的对称圆.

(1) 圆 $C_1: x^2 + y^2 - 2x - 6y - 14 = 0$.

(2) 圆 $C_1: x^2 + y^2 + 2y - 6x - 14 = 0$.

23. 直线 $y = k(x + 2)$ 是圆 $x^2 + y^2 = 1$ 的一条切线.

$$(1) k = -\frac{\sqrt{3}}{3}. \quad (2) k = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

24. $C_{31}^{4n-1} = C_{31}^{n+7}$.

$$(1) n^2 - 7n + 12 = 0. \quad (2) n^2 - 10n + 24 = 0.$$

25. $(\alpha + \beta)^{2009} = 1$.

$$(1) \begin{cases} x + 3y = 7 \\ \beta x + \alpha y = 1 \end{cases} \text{ 与 } \begin{cases} 3x - y = 1 \\ \alpha x + \beta y = 2 \end{cases} \text{ 有相同的解.}$$

(2) α 与 β 是方程 $x^2 + x - 2 = 0$ 的两个根.

【参考答案】

一 问题求解

1. E

解析 $\frac{x^2}{x^4 + x^2 + 1} = \frac{1}{x^2 + 1 + \frac{1}{x^2}} = \frac{1}{(x + \frac{1}{x})^2 - 1} = \frac{1}{3^2 - 1} = \frac{1}{8}.$

2. B

解析 $(a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2 = 3(a^2 + b^2 + c^2) - (a + b + c)^2$
 $= 27 - (a + b + c)^2 \leq 27$

因此最大值为 27.

3. C

解析 设每年应该拆除危旧房的面积是 b 平方米.

由题意, 一年后住房总面积应为 $a(1 + 0.1) - b$,

两年后住房总面积应为 $[a(1 + 0.1) - b]1.1 - b = a(1.1)^2 - b(1.1) - b$,

以此类推十年后住房总面积为

$$a(1.1)^{10} - b(1.1)^9 - b(1.1)^8 - \cdots - b(1.1) - b = 2.6a - b \frac{1 - (1.1)^{10}}{1 - 1.1} = 2.6a - 16b,$$

从而 $2.6a - 16b = 2a, b = \frac{3}{80}a.$

4. E

解析 设十次射击的结果依次为 $x_1, x_2, \dots, x_9, x_{10}$,

由已知 $x_6 = 9, x_7 = 8.4, x_8 = 8.1, x_9 = 9.3$,

$$\frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_8 + x_9}{9} > \frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5}{5}.$$

因此 $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 < \frac{5}{4}(9 + 8.4 + 8.1 + 9.3) = 43.5$.

若 $\frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_{10}}{10} > 8.8$,

则 $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_{10} > 88 - 34.8 = 53.2$.

因为报靶成绩精确到0.1环,

则 $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_{10} \geq 53.3, x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 \leq 43.4$.

从而 $x_{10} \geq 9.9$.

5. C

解析 设箱中共有 y 个商品, 每个商品重量为 x 千克, 拿出 a 个商品.

由已知
$$\begin{cases} xy = 210 \\ xy - xa = 183 \end{cases}$$
,

即 $xa = 27, x, a$ 为正整数,

且 $x > 1, x$ 是 210 的因数, 从而 $x = 3$.

6. D

解析 设火车的车身为 x 米, 火车速度为 v 米/秒,

由已知 行人速度为 $v_1 = 1$ 米/秒, 骑车人速度 $v_2 = 3$ 米/秒,

因此
$$\begin{cases} \frac{x}{v - v_1} = 22 \\ \frac{x}{v - v_2} = 26 \end{cases}$$
,

得 $x = 286$.

7. B

解析 设规定时间为 a 天, 工程量为 1, 甲单独做需 x 天, 乙单独做需 y 天,

由已知 $x = a + 4, y = a - 2$,

则 $1 - \left(\frac{1}{a+4} + \frac{1}{a-2}\right) \times 3 = \frac{1}{a+4}(a-3)$,

整理得 $a = 20$.

8. C

解析 设该同学做对 x 道题, 做错 y 道, 没做的题数为 z 道,

由已知
$$\begin{cases} x + y + z = 20 \\ 8x - 5y = 13 \end{cases} \quad (x, y, z \text{ 均为非负整数}),$$

因为 $8x = 13 + 5y$ (y 为奇数且 $13 + 5y$ 是 8 的倍数),

由穷举法得 $y = 7, x = 6, z = 7$.

9. E

解析 设小正方形的面积为 a , 大正方形的面积为 b ,

$$\text{由已知 } \frac{1}{4}a = \frac{1}{7}b, \quad a = \frac{4}{7}b,$$

$$\text{因此 } \frac{\frac{3}{4}a}{\frac{6}{7}b} = \frac{\frac{3}{4} \times \frac{4}{7}b}{\frac{6}{7}b} = \frac{3}{7} \times \frac{7}{6} = \frac{1}{2}.$$

10. D

解析 点 $(1, 1)$ 满足直线 L 的方程, 所以只能选 $y + x = 2$, 另一方面, 由于 $(0, 0), (1, 1)$ 两点确定的直线与 L 垂直, 从而 L 斜率为 -1 , 即 L 方程为 $y - 1 = (-1) \times (x - 1)$, 得 $y + x = 2$.

11. A

解析 设阴影甲的面积为 $S_{\text{甲}}$, 阴影乙的面积为 $S_{\text{乙}}$, 图中白色区域面积为 $S_{\text{白}}$,

$$\text{则 } \begin{cases} S_{\text{甲}} + S_{\text{白}} = \frac{1}{2}\pi(20)^2 \\ S_{\text{乙}} + S_{\text{白}} = \frac{1}{2} \times 40 \times BC \\ S_{\text{甲}} = S_{\text{乙}} + 28 \end{cases}$$

$$\text{因此 } 28 = \frac{1}{2}(3.14 \times 400 - 40 \times BC), \quad BC = 30.$$

12. B

解析 由 $x^2 + y^2 = 1$, 得 $x^2 = 1 - y^2$, 则右半圆为 $x = \sqrt{1 - y^2}$,

$$\text{即 } x - \sqrt{1 - y^2} = 0.$$

13. C

解析 由已知 $a_3 a_8 = \frac{-18}{3} = -6$, 而等比数列 $\{a_n\}$ 中

$$a_4 a_7 = a_3 a_8 = -6$$

14. D

解析 从 9 人中抽调 4 人, 总的可能性有 C_9^4 (种)包括张三的可能性有 C_8^3 (种), 从而所求概率为

$$p = \frac{C_8^3}{C_9^4} = \frac{4}{9}$$

15. A

解析 $P(\text{甲合格且乙也合格}) = P(\text{甲合格})P(\text{乙合格})$

$$= \frac{C_8^3 + C_8^2 C_2^1}{C_{10}^3} \times \frac{C_6^3 + C_6^2 C_4^1}{C_{10}^3} = \frac{14}{15} \times \frac{2}{3} = \frac{28}{45}.$$

二 条件充分性判断

16. A

解析 12支篮球队进行单循环比赛,总共要进行 $C_{12}^2 = 66$ (场).

由条件(1),每天赛6场,完成比赛共需 $\frac{66}{6} = 11$ (天),

从而条件(1)是充分的,但条件(2)不充分.

17. B

解析 题干要求 $x_1 = 1 - \frac{1}{2}, x_2 = 1 - \frac{1}{2^2}, x_3 = 1 - \frac{1}{2^3}, \dots$

由条件(1), $x_2 = \frac{1}{2}(1 - x_1) = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4} \neq \left(1 - \frac{1}{2^2}\right)$.

由条件(2), $x_1 = \frac{1}{2}, x_2 = \frac{1}{2}(1 + x_1) = \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2, \dots$

$$x_n = \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{2^n} = \frac{\frac{1}{2}\left[1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n\right]}{1 - \frac{1}{2}} = 1 - \frac{1}{2^n}.$$

因此条件(1)不充分,条件(2)充分.

18. C

解析 联合条件(1)和条件(2),

当 $a < 0, b > 0$ 时,直线 $y = ax + b$ 的图像经过第一、二、四象限.

19. D

解析 由条件(1), $\frac{1}{a} + \frac{0}{b} = 1$, 得 $a = 1$,

因此 $3 \times 1 \times x - \frac{5}{2} \leq 2 \times 1$ 的解为 $x \leq \frac{3}{2}$ 成立.

由条件(2), $\frac{3-1}{2} - a = \frac{1-a}{3}$, 得 $a = 1$,

同样有 $3ax - \frac{5}{2} \leq 2a$ 的解集是 $x \leq \frac{3}{2}$ 成立.

20. B

解析 题干要求 $ax^3 - bx^2 + 23x - 6 = q(x)(x-2)(x-3)$,

$$\text{即 } \begin{cases} a \times 2^3 - b \times 2^2 + 23 \times 2 - 6 = 0 \\ a \times 3^3 - b \times 3^2 + 23 \times 3 - 6 = 0 \end{cases}$$

解得 $a = 3, b = 16$.