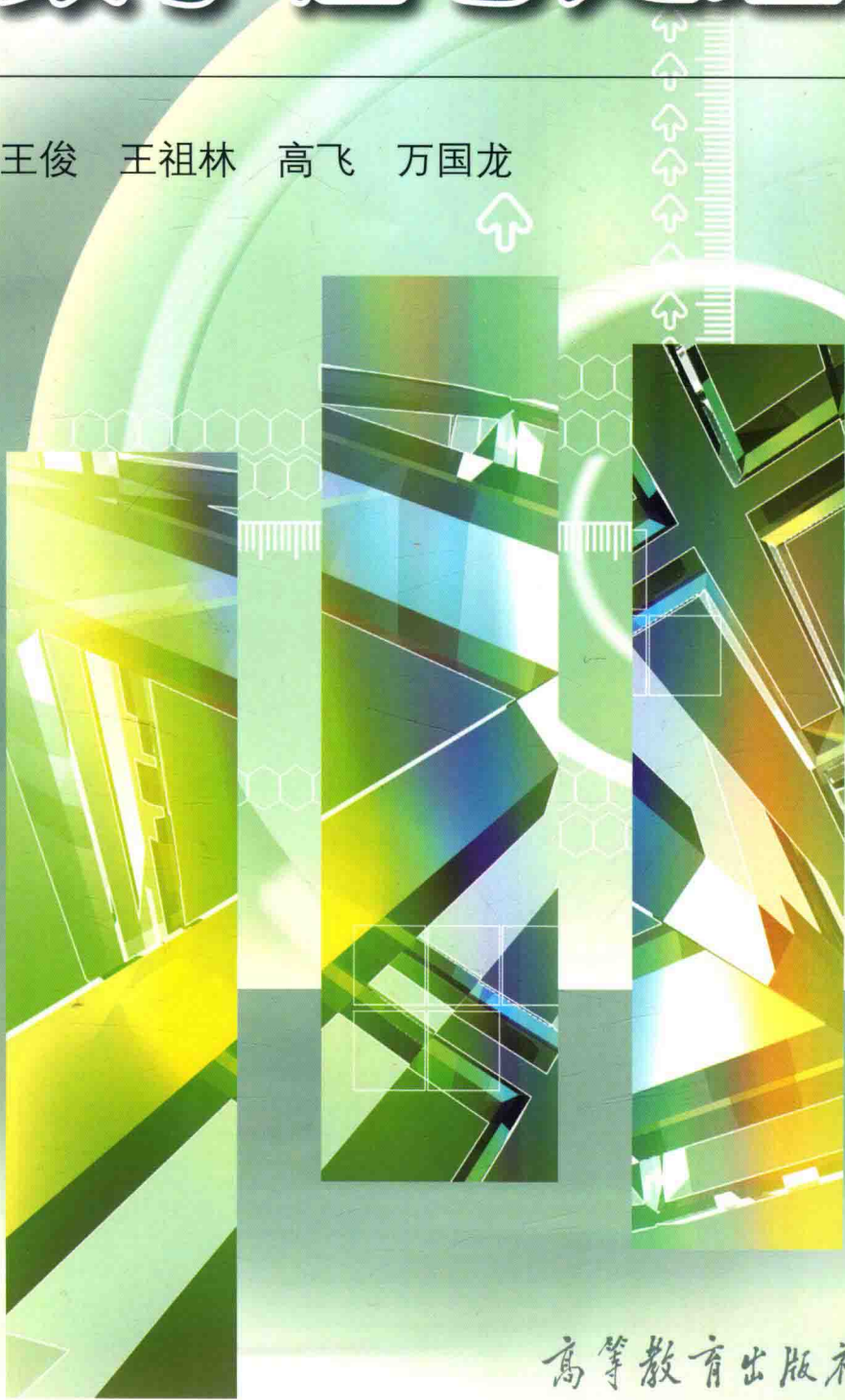




iCourse · 教材

# 数字信号处理

王俊 王祖林 高飞 万国龙



高等教育出版社



iCourse · 教材

# 数字信号处理

王祖林 高飞 万国龙

高等教育出版社·北京

## 内容提要

本书共分 11 章,第 1 章介绍数字信号处理的发展和应用;第 2 至 4 章分别介绍了离散时间信号与系统,离散时间傅里叶变换(DTFT)、离散傅里叶级数(DFS)、 $z$  变换的基本概念和性质以及离散系统变换域分析;第 5 至 7 章分别讨论了信号的采样与重建、离散傅里叶变换(DFT)快速傅里叶变换;第 8 至 9 章分别介绍了数字滤波器的设计方法和实现方法;第 10 至 11 章分别给出了信号的频域分析方法、多速率信号处理方法等工程实例。

本书可作为普通高等院校电子信息类、计算机类、自动化类、电气类等专业本科教材,也可作为科技工作者参考资料。

## 图书在版编目(CIP)数据

数字信号处理/王俊等主编. --北京:高等教育出版社,2019.8

ISBN 978-7-04-052233-4

I. ①数… II. ①王… III. ①数字信号处理-高等学校-教材 IV. ①TN911.72

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2019)第 141028 号

策划编辑 吴陈滨  
责任校对 陈 杨

责任编辑 王 楠  
责任印制 赵义民

封面设计 赵 阳

版式设计 杜微言

出版发行 高等教育出版社  
社 址 北京市西城区德外大街 4 号  
邮政编码 100120  
印 刷 固安县铭成印刷有限公司

开 本 787mm×1092mm 1/16  
印 张 22.5  
字 数 510 千字  
购书热线 010-58581118

咨询电话 400-810-0598  
网 址 <http://www.hep.edu.cn>  
<http://www.hep.com.cn>  
网上订购 <http://www.hepmall.com.cn>  
<http://www.hepmall.com>  
<http://www.hepmall.cn>  
版 次 2019 年 8 月第 1 版  
印 次 2019 年 8 月第 1 次印刷  
定 价 46.30 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换

版权所有 侵权必究  
物 料 号 52233-00

# 前 言

随着数字电子技术的发展,如今大部分信号的分析与综合均采用数字信号处理。如通信、导航、雷达、图像、医学等领域广泛使用数字信号处理技术。

本书主要讲解数字信号处理的原理、理论与实现方法。其先修课程包括高等数学、线性代数、复变函数、电路分析、信号与系统等。同时为学习后续专业课程(如通信原理、雷达原理、导航原理、图像处理 and 医学信号处理等)打下基础。

“数字信号处理”是一门理论性强、实践要求高的专业基础课程。作者参考国内外优秀教材,结合多年教学实践和经验,从音频信号处理实例入手,以信号分解、系统描述为主线,同时结合计算机、DSP、FPGA 等数字系统实现,讲解数字信号处理的基本理论,同时培养工程应用能力。在本书的编写过程中,力求做到知识体系的完整性、行文结构的易懂性、内容实例的前沿性。

本书注重与先修课程“信号与系统”的联系,注重知识点的关联性。对照“信号与系统”相关内容,分析连续、离散、数字信号的差别与联系。从离散时间序列的单位脉冲表示,引出 LTI 系统的卷积表示。从离散时间序列的复指数表示,引出傅里叶级数、傅里叶变换和  $z$  变换。从 LTI 系统的特征函数,引出 LTI 系统的频率响应。从傅里叶变换与  $z$  变换的关系,引出有理系统函数零极点与频率响应之间的关系。从连续与离散、周期与非周期,引出离散傅里叶变换(DFT)。从  $z$  变换与  $s$  变换的关系,引出 IIR 滤波器设计方法。从傅里叶变换性质,引出 FIR 滤波器设计方法。从差分方程,引出滤波器结构与实现方法。最后给出信号的频谱分析方法、多速率信号处理的基础、实时信号处理等数字信号处理的工程应用。

本书注重实验与实践,以音频信号处理作为实例,配备信号频谱分析、滤波设计、滤波器实现、课程综合实验等模块化实验。实例包括模拟滤波器、MATLAB/FPGA/DSP 数字滤波器等。模拟滤波器实例将“电子线路”“信号与系统”等课程相关内容联系起来,增加知识的连续性。数字滤波器实例强化“数字信号处理”和“信号与系统”之间的联系与区别。模块化课程实验包括信号频谱分析、滤波设计、滤波器实现、课程综合实验等,培养学生理论分析、系统仿真、系统实现的能力。

本书用 MATLAB 等工具绘制了大量图片,提高内容的可读性。精选例题及课后习题,加深学生对理论知识的理解。

“数字信号处理”与先修课程“信号与系统”所讲的连续时间信号与系统知识点联系紧密,因此学习本教材时,可比对“信号与系统”相关内容。例如,数字信号处理中的卷积和、离散傅里叶变换、 $z$  变换、差分方程等,分别对应于“信号与系统”的卷积积分、傅里叶变换、 $s$  变换、微分方程。比较数字信号处理和连续信号处理的异同,有助于掌握相关知识。

“数字信号处理”相关知识点之间存在相关性,可对比课程相关章节。例如,时域采样与频域采样、时域周期与频域周期、DFS 与 DTFT 及 DFT 知识点之间存在内在相似性和内

在联系,对比学习,可提高学习效率。

“数字信号处理”是一门理论和实际紧密结合的专业基础课程,因此学习时,需要注意理论联系工程实际。本书以声音信号频谱分析、滤波器设计、性能仿真、硬件实现的工程实例贯穿始终,培养学生系统分析、系统设计、系统实现能力。

本书由北京航空航天大学王俊教授主编,编写组包括北京航空航天大学王祖林教授、高飞副教授、万国龙副教授。王俊编写第1至5章、第9至11章;王祖林编写第6章;高飞编写第7章;万国龙编写第8章及习题。王俊统稿,王祖林、高飞、万国龙校阅。此外,本书的文字录入、程序编写和实例制作等工作由北京航空航天大学电子信息工程学院雷鹏老师完成,插图绘制和部分内容校正得到了秦兆涛博士的帮助。

北京交通大学电子信息工程学院陈后金教授审阅本书,提出了宝贵的修改意见和建议,在此表示诚挚的感谢。同时感谢高等教育出版社对本书编写、出版的帮助和支持。

本书虽然做了多次修改,但限于编者水平,本书中可能还有疏漏和不妥之处,恳请读者批评指正,以便提高本书水平。编者邮箱:Wangj203@buaa.edu.cn。

王 俊

2018年12月

# 目 录

第 1 章 绪论 .....	1
1.1 信号 .....	1
1.2 系统 .....	2
1.3 数字信号处理的发展 .....	3
1.4 数字信号处理的应用 .....	4
1.5 课程内容结构 .....	5
1.6 小结 .....	6
第 2 章 离散时间信号与系统 .....	7
2.1 离散时间序列 .....	7
2.1.1 序列的表示 .....	7
2.1.2 序列的分类 .....	7
2.1.3 常用时间序列 .....	8
2.1.4 序列的分解 .....	14
2.2 离散时间系统 .....	14
2.2.1 系统的表示 .....	15
2.2.2 系统的分类 .....	15
2.2.3 LTI 系统的卷积表示 .....	17
2.2.4 LTI 系统的性质 .....	20
2.2.5 线性常系数差分方程 .....	22
2.3 小结 .....	25
习题 .....	26
第 3 章 DTFT、DFS、 $z$ 变换 .....	31
3.1 离散时间傅里叶变换 .....	31
3.1.1 DTFT 定义 .....	31
3.1.2 DTFT 存在的条件 .....	33
3.1.3 DTFT 的性质和定理 .....	38
3.1.4 DTFT 的对称性 .....	43
3.2 离散傅里叶级数 .....	48
3.2.1 DFS 的定义 .....	48
3.2.2 DFS 的性质和定理 .....	51
3.2.3 DFS 的对称性 .....	56
3.3 $z$ 变换 .....	60
3.3.1 $z$ 变换的定义 .....	60
3.3.2 常用 $z$ 变换及收敛域特点 .....	62

3.3.3	$z$ 变换的性质和定理	69
3.3.4	$z$ 的反变换	76
3.4	小结	81
	习题	81
<b>第 4 章</b>	<b>离散系统变换域分析</b>	<b>88</b>
4.1	LTI 系统的表示	88
4.2	LTI 系统的频域表示	89
4.2.1	特征函数与频率响应	89
4.2.2	LTI 系统的频域表示	90
4.3	LTI 系统的 $z$ 变换分析	96
4.3.1	线性常系数差分方程表示的 LTI 系统	96
4.3.2	有理系统的 $z$ 变换分析	97
4.3.3	有理系统的频率响应	99
4.4	有理系统的全通分解	105
4.4.1	幅频特性相同的系统	105
4.4.2	全通系统	107
4.4.3	最小相位系统	111
4.4.4	系统补偿方法	113
4.5	广义线性相位系统	115
4.5.1	广义线性相位系统的特点	116
4.5.2	因果广义线性相位系统的频率响应	117
4.5.3	因果广义线性相位系统零点分布	126
4.6	小结	129
	习题	130
<b>第 5 章</b>	<b>信号的采样与重建</b>	<b>137</b>
5.1	连续时间信号的数字处理	137
5.2	连续时间信号的理想采样	137
5.2.1	$x[n]$ 与 $x_c(t)$ 的关系	138
5.2.2	$X_s(j\Omega)$ 和 $X_c(j\Omega)$ 的关系	138
5.2.3	$X(e^{j\omega})$ 和 $X_c(j\Omega)$ 的关系	141
5.3	连续时间信号的理想重建	142
5.4	余弦信号的采样	144
5.5	采样与重建的实际问题	146
5.5.1	ADC 量化误差	146
5.5.2	DAC 转换误差	147
5.6	小结	151
	习题	151
<b>第 6 章</b>	<b>离散傅里叶变换 (DFT)</b>	<b>154</b>
6.1	离散傅里叶变换 (DFT)	154

6.1.1	有限长序列与周期序列 .....	157
6.1.2	DFT 的定义 .....	158
6.1.3	$z$ 变换、DTFT、DFS、DFT 之间的关系 .....	160
6.1.4	频域采样与重建 .....	162
6.2	DFT 的性质和定理 .....	166
6.3	DFT 的对称性 .....	170
6.4	DFT 完成线性卷积 .....	174
6.4.1	两个有限长序列的线性卷积 .....	174
6.4.2	DFT 实现有限长序列的线性卷积 .....	175
6.4.3	DFT 实现 LTI 系统 .....	178
6.5	小结 .....	181
	习题 .....	181
第 7 章	快速傅里叶变换 .....	188
7.1	直接 DFT 的计算量以及改善途径 .....	188
7.2	按时间抽取 DIT-FFT .....	189
7.2.1	算法原理 .....	189
7.2.2	算法特点 .....	194
7.3	按频率抽取 DIF-FFT .....	197
7.3.1	算法原理 .....	198
7.3.2	算法特点 .....	200
7.4	IFFT 实现方法 .....	201
7.5	实序列 FFT 实现方法 .....	203
7.6	chirp- $z$ 变换 .....	204
7.6.1	chirp- $z$ 变换原理 .....	205
7.6.2	chirp- $z$ 的快速实现 .....	207
7.7	小结 .....	209
	习题 .....	210
第 8 章	数字滤波器设计方法 .....	213
8.1	模拟滤波器设计 .....	213
8.1.1	模拟滤波器的分类 .....	214
8.1.2	模拟滤波器的技术指标 .....	215
8.1.3	由幅度平方函数确定系统函数 .....	215
8.1.4	Butterworth 低通滤波器设计 .....	216
8.1.5	Chebyshev 低通滤波器设计 .....	219
8.1.6	Elliptic 低通滤波器设计 .....	221
8.1.7	频率转换与高通、带通、带阻滤波器设计 .....	221
8.2	离散时间系统对连续时间信号进行滤波 .....	226
8.3	冲激响应不变法设计 IIR 滤波器 .....	227
8.3.1	冲激响应不变法原理 .....	228
8.3.2	冲激响应不变法设计滤波器 .....	230

8.3.3	冲激响应不变法的优缺点	232
8.4	双线性变换法设计 IIR 滤波器	233
8.4.1	双线性变换法原理	233
8.4.2	双线性变换法设计滤波器	234
8.4.3	双线性变换法的优缺点	237
8.5	窗函数法设计 FIR 滤波器	237
8.5.1	窗函数法设计滤波器原理	237
8.5.2	常用窗函数	240
8.5.3	窗函数法设计滤波器	245
8.6	频率采样法设计 FIR 滤波器	250
8.6.1	广义线性相位 FIR 滤波器的特点	250
8.6.2	频率采样法设计滤波器的性能指标	251
8.6.3	频率采样法设计 FIR 滤波器	252
8.7	小结	254
	习题	254
第 9 章	数字滤波器实现方法	262
9.1	IIR 滤波器流图表示	262
9.1.1	直接型	264
9.1.2	级联型	267
9.1.3	并联型	268
9.1.4	转置型	270
9.1.5	IIR 系统中的反馈	271
9.2	FIR 滤波器流图表示	272
9.2.1	直接型	272
9.2.2	级联型	273
9.2.3	广义线性相位 FIR 系统的结构	274
9.2.4	FIR 频率采样型滤波器结构	276
9.3	数字滤波器的有限字长效应	279
9.3.1	数字系统的数制	279
9.3.2	滤波器系数量化效应	280
9.3.3	滤波器运算中的有限字长效应	284
9.3.4	IIR 滤波器的零输入极限环	284
9.4	小结	287
	习题	287
第 10 章	信号的频域分析方法	295
10.1	DFT 分析信号频域	295
10.2	正弦信号的 DFT 分析	296
10.2.1	加窗影响	298
10.2.2	频域采样影响	304
10.2.3	频域分析的参数选择	309

10.3	短时傅里叶变换 .....	310
10.3.1	短时傅里叶变换的定义 .....	310
10.3.2	短时傅里叶变换的性质 .....	311
10.3.3	短时傅里叶变换的应用 .....	312
10.4	小结 .....	313
	习题 .....	314
<b>第 11 章</b>	<b>多速率信号处理方法 .....</b>	<b>317</b>
11.1	采样率转换 .....	317
11.1.1	整数倍抽样 .....	317
11.1.2	整数倍插值 .....	320
11.1.3	非整数倍采样率转换 .....	323
11.1.4	多采样率转换滤波器的 MATLAB 实现 .....	325
11.2	多相分解 .....	325
11.2.1	多相分解表示 .....	327
11.2.2	抽样和插值的多相结构 .....	328
11.3	应用实例 .....	337
11.3.1	抗混叠滤波 .....	337
11.3.2	数字滤波器组 .....	338
11.4	小结 .....	343
	习题 .....	343
	参考文献 .....	347

号称为模拟信号,自变量和函数值均为离散值的信号称为数字信号。如图 1.1 所示。

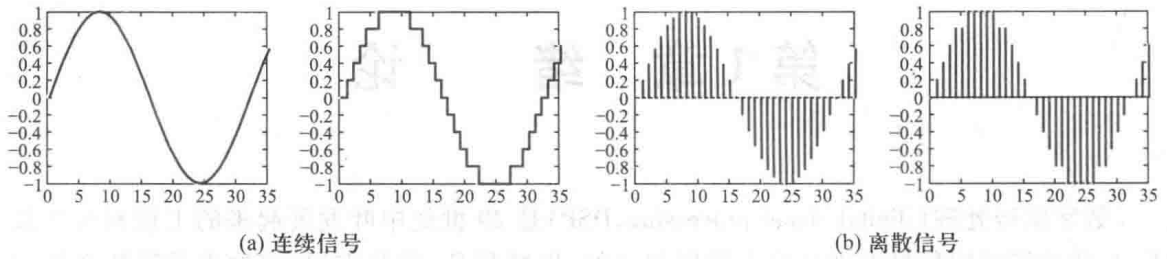


图 1.1 信号分类

自然界中的信号可能是连续信号,也可能是离散信号或数字信号。如语音、音乐、连续测量的温度曲线、连续测量的不同海拔高度的气压值都是连续信号;气象台定时测量的气温、黄河每天携带的泥沙量、我国小麦的年产量等都是离散信号;首都机场每日进出港人数、数字信号处理课每节课的上课人数等都是数字信号。

信号的自变量可以是时间、高度、速度、电压、电流、年月、数字等,我们将自变量为时间的一类信号称为时间信号。本书主要研究一维确定性时间信号。

## 1.2 系 统

系统是对信号进行一定处理以实现某一功能的物理设备。按照所处理信号种类和方法的不同可分为连续时间系统、离散时间系统和数字系统。

连续时间系统是指输入输出均为连续时间信号,且内部并未转换为离散时间信号的系统。连续时间系统可用微分方程描述信号处理系统(输入输出法、状态空间法),可在时域或变换域分析系统特性。连续时间信号的变换包括傅里叶变换、拉普拉斯变换、傅里叶级数。

电阻、电容、电感组成的电路系统就是一个连续时间系统,如图 1.2 所示。该连续时间系统是一个低通滤波电路,能抑制高频信号。

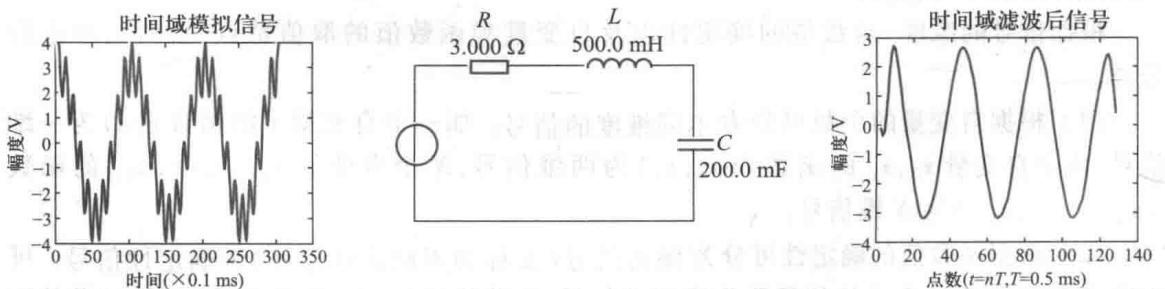


图 1.2 连续时间系统

离散时间系统是指输入输出均为离散时间信号的系统。离散时间系统可用差分方程描述信号处理系统(输入输出法、状态空间法),可在时域或变换域分析系统特性。离散时

间信号的变换包括离散时间序列傅里叶变换、离散时间序列傅里叶级数、 $z$  变换、离散傅里叶变换及其快速算法等。

数字系统是指处理数字信号的系统。数字系统一般由计算机、DSP、FPGA 等数字电路组成,如图 1.3 所示。数字系统通过 MATLAB、C 语言、硬件描述语言(VHDL、VerilogHDL)编程,便可完成各种信号处理功能。数字系统与离散系统的差别在于信号幅度连续与离散的差别,对离散信号进行幅度量化便可得到数字信号。此过程称为量化,量化会引入量化误差。也就是说,只要考虑了量化误差,便可用离散时间系统的理论分析数字系统,也可用数字系统实现离散时间系统。大多数情况下,“离散信号与系统”多用于理论问题的分析讨论,“数字信号与系统”多用于系统设计、软硬件实现。



图 1.3 数字系统

### 1.3 数字信号处理的发展

数字信号处理技术起源很早。16 世纪发展起来的经典数值分析技术,17 世纪牛顿提出的有限差分法,18 世纪欧拉、伯努利、拉格朗日等人建立的数值积分和内插法等数值分析技术以及拉普拉斯发展的  $z$  变换奠定了离散时间信号处理的数学基础;1805 年高斯给出了快速傅里叶变换(FFT)的基本原理,为快速离散时间信号计算提供了基本思想。

二战后不久,人们就开始探讨用数字元器件构成数字滤波器的问题。20 世纪 50 年代,采样的概念及其频谱效应已被人们充分了解, $z$  变换理论已普及到电子工程领域。1958 年,Ragazzini 等人的《Sampled Data Control System》是有关数字信号处理的第一本近代著作,但限于当时的工艺水平,人们只能对一些低频的控制或地震信号的数字处理问题做一些实践性的尝试。直到 20 世纪 60 年代中期,才开始出现较为定型的数字信号处理理论,但绝大部分信号处理还属于连续时间信号处理。

数字信号处理的重大进展之一是 1965 年 Cooley 和 Turkey 发表的 FFT 算法,它使数字信号处理从理论概念到应用实现发生了重大转折。FFT 的出现使得数字信号处理的计算量缩小了几个数量级,从而使数字信号处理技术得到广泛应用。随后出现了一些新的算法,如利用数论变换进行卷积运算的方法、WFTA 算法、沃尔什变换(WT)及其快速算法(FWT)等。

数字信号处理发展过程中的另一个重大进展是有限冲激响应(FIR)滤波器和无限冲激响应(IIR)滤波器地位的相对变化。在早期人们只看重信号的幅度信息,而 IIR 数字滤波器可用较少的阶数达到与 FIR 数字滤波器相同的滤波效果,因此人们认为 IIR 数字滤波器更为优越。后来人们认识到信号的相位也同样包含着信息,而且不易受到干扰,能更好地实现信息的无失真传输。但 IIR 滤波器不能保证相位不失真,而 FIR 数字滤波器在满足一定的限制条件时具有严格的线性相位。为了提取相位信息,人们宁可付出阶数的代价也要采用 FIR 数字滤波器。另外,可以用 FFT 实现高阶 FIR 滤波运算。因此,人们不再单纯地认为 IIR 数字滤波器比 FIR 数字滤波器优越,而是根据具体应用需要进行选择。随着研究的深入,FIR 数字滤波器越来越得到重视。

20 世纪 70 年代以来,许多科学工作者对数字信号处理中的有限字长效应进行了研究,解释了数字信号处理中出现的许多现象,使数字信号处理的基本理论进入了成熟阶段。1975 年,A. V. Oppenheim 与 T. W. Schaffer 所著的《Digital Signal Processing》一书是数字信号处理理论的代表作。

从数字处理技术的实现上看,大规模集成电路技术是推动数字信号处理发展的重要因素。由于大规模集成电路的出现,数字信号处理不仅可以在计算机上实现,而且还出现了专用 DSP 芯片及相应的电路芯片。DSP 产品已经发展成为一个庞大的家族,其体系结构也从早期的 Harvard 结构,发展到现在的 SHARC、VLIW 等复杂的体系结构,其运算速度从早期的 200 ns 指令周期发展到今天的 2~3 ns 指令周期,使得数字信号处理的速度有了更大的提高。

## 1.4 数字信号处理的应用

随着计算机,尤其是 DSP、FPGA 等专门用于信号处理的数字系统的发展以及数字信号处理理论的发展,使得数字信号处理得到广泛应用。其中最常用的是利用数字系统实现模拟信号处理的功能,其处理过程如图 1.4 所示。首先将连续时间信号转换为数字信号,进行数字信号处理,然后将处理得到的数字信号转换为连续时间信号输出。

数字信号处理的实现方式比较灵活,可通过三种方式实现:

(1) 软件实现,通过编程在通用计算机上实现各种信号处理功能。软件实现的优点是功能灵活,开发周期短,成本较低,但处理的速度较慢,一般用于对处理

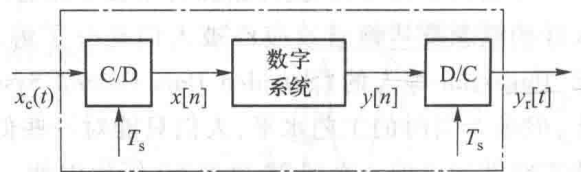


图 1.4 数字系统处理连续信号

速度要求不高的任务中,例如上述的系统仿真技术即可由此方法实现。但在很多应用场合往往希望信号处理系统能够实时工作,也就是要求数字系统要按照连续信号的采样速率输出样本,这对数字系统的处理速度提出了更高要求,需要有处理速度更快的实现方法。

(2) 专用硬件实现,采用由加法器、乘法器和延迟器构成的数字电路来实现某种专用的功能。例如 FFT 芯片、数字滤波芯片等。特定功能的算法被固化在芯片内,用户无须编

程,只要给定输入数据就能在输出端得到结果。专用硬件的优点是处理速度快,但功能不灵活,开发周期较长,适用于要求高速处理的任务中。

(3) 软硬件结合实现,采用通用单片机、可编程 DSP 或 FPGA 等可编程逻辑器件,并开发相应程序来实现。这种信号处理方式不仅处理速度快,而且可通过改变程序来改变系统的功能,因此又具有功能灵活的优点,是目前众多数字信号处理任务的主流处理方式。如图 1.5 所示,一个由 FPGA 构成的语音信号实时处理系统,通过编程可实时进行各种语音信号处理。

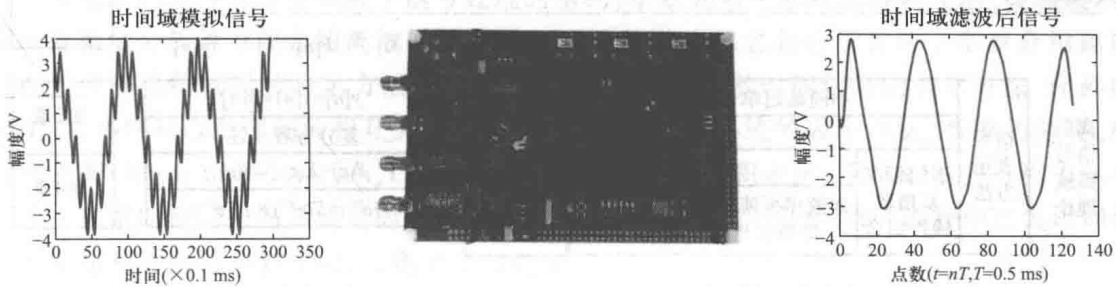


图 1.5 数字系统

数字信号处理由数字系统完成,与传统的模拟系统信号处理方法相比,数字系统具有以下优点:精度高、稳定性好、可靠性高、便于大规模集成、具有信号存储和编程能力、灵活性好、抗干扰能力强、可时分复用、能达到高性能指标、可实现多维信号处理。随着数字信号处理理论的发展与完善,数字信号处理已广泛应用到语音、图像、通信、雷达、声呐、导航、控制、地震预报、生物医学、遥感遥测、地质勘探、航空航天、故障检测、工业自动化、消费电子、经济预测、股市分析等领域,对社会经济发展、科技进步等都发挥了巨大的推动作用。

## 1.5 课程内容结构

综上所述,数字信号处理是在连续信号处理基础上发展起来的,对实际系统进行理论分析、系统设计和实现的工程科学技术。经过半个世纪的发展,数字信号处理已经成为一门独立的学科体系。其内容主要包括离散时间信号与系统理论基础、数字滤波器和数字频谱分析三大部分,如图 1.6 所示。

离散时间信号与系统理论基础包括:离散时间信号时域/频域表示方法、离散时间傅里叶变换理论、离散时间线性时不变系统的时域和变换域分析方法、时域/频域采样理论、离散傅里叶变换。

信号的采样与重建是理解连续时间信号与系统、离散时间信号与系统的桥梁,量化误差分析是离散时间系统和数字系统之间的纽带。

数字信号处理的两个典型应用是数字滤波器设计与实现、数字频谱分析。快速傅里叶变换是数字信号处理的里程碑事件,由于大幅度提高了运算速度,因此在数字滤波器、频谱分析等领域大量应用。

本书章节结构按照先时域后频域,先离散后数字的顺序开展,注重时域与频域的对偶

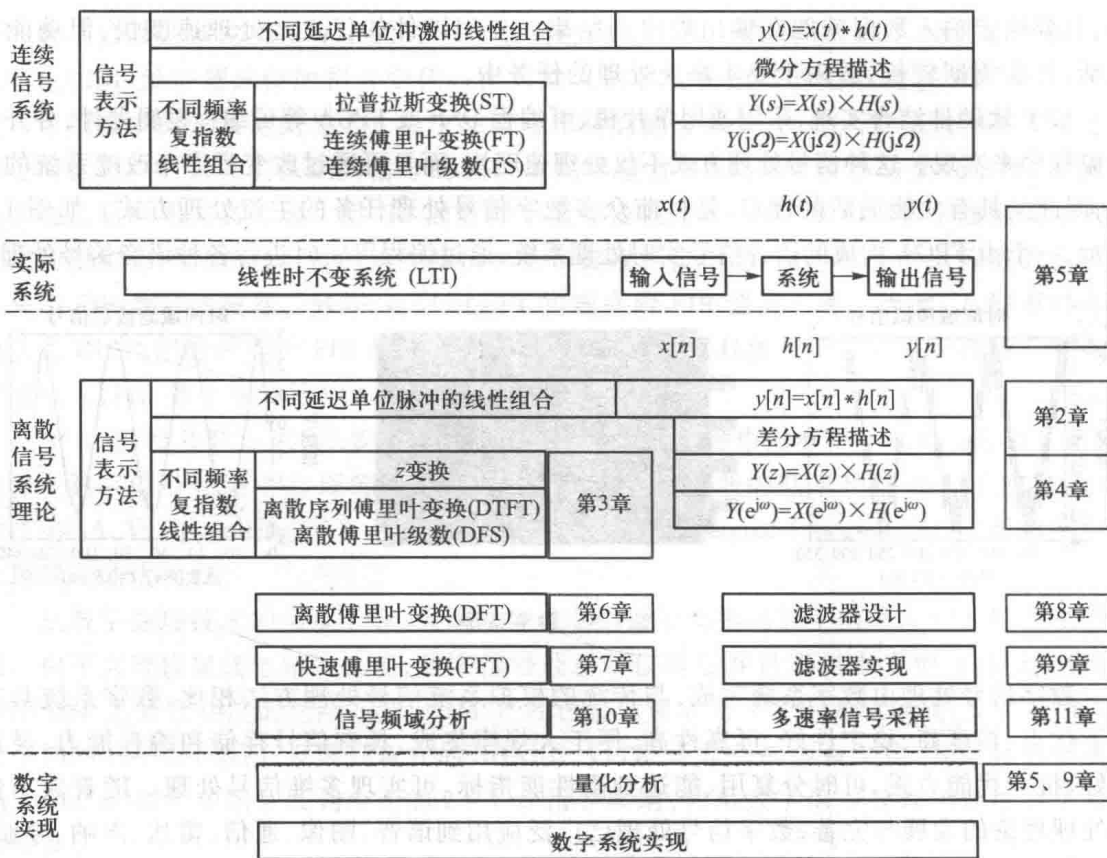


图 1.6 数字信号处理

关系,深入浅出讲解理论知识。以信号滤波处理为实例,从滤波的卷积实现、滤波器设计、滤波器实现到信号频谱分析,从简单到复杂、逐层深入讲解数字系统的理论分析、性能仿真、系统实现,培养工程应用能力。

由于离散时间系统的分析方法在许多方面与连续时间系统的分析方法相似,因此学习“数字信号处理”课程时,可对比“信号与系统”课程的相关内容,以提高学习效率。例如:连续时间系统可由微分方程描述,离散时间系统可由差分方程描述;连续时间信号可分解为单位冲激信号加权积分和的形式,离散时间信号可分解为单位脉冲序列加权累加和的形式;线性时不变连续时间系统可由卷积表示,线性时不变离散时间系统可由卷积和表示;连续时间信号有傅里叶变换、傅里叶级数、拉普拉斯变换,离散时间信号有离散时间序列傅里叶变换、离散傅里叶级数、z变换。

## 1.6 小 结

本章介绍了信息、信号、系统的概念,信号与系统的分类,数字信号处理的理论范畴、DSP系统的构成与应用领域等内容。数字信号处理包括:离散时间信号与系统理论、数字滤波器和数字频谱分析。

## 第 2 章 离散时间信号与系统

离散时间信号与系统是数字信号处理的基础,本章到第 4 章将从时域表示、频域表示、系统变换域分析等方面介绍离散时间信号与系统的基本概念和分析方法。本章介绍离散时间信号和系统的时域表示方法等基本知识,首先介绍离散时间信号的表示方法、序列的分类、常用序列以及序列的相互关系,接着给出离散时间系统的表示方法、系统的分类、线性时不变(linear time-invariant, LTI)系统的特点、系统的卷积表示、系统的差分方程表示等内容。离散时间信号与系统的时域表示相关知识,可对照“信号与系统”课程中连续时间信号与系统相关章节内容学习,以提高学习效率。

### 2.1 离散时间序列

离散时间信号是一个有序的时间集合,因此离散时间信号也称作离散时间序列。本节首先给出离散时间序列的表示、分类,然后介绍在离散时间信号与系统中起重要作用的几个常用基本序列,最后表述序列的分解,为后续离散时间系统的分析提供一种有力工具。

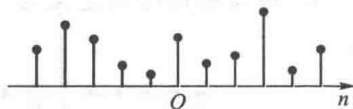
#### 2.1.1 序列的表示

离散时间序列一般用集合、解析表达式和图形这三种方式表示。

集合表示法: $x[n] = \{x_n, n \in \mathbf{Z}\}$ ,  $\mathbf{Z}$  表示整数集合。

例如, $x[n] = \{1, 2, 3, 4, 5; n=0, 1, 2, 3, 4\}$ ,一般简单表示为  $x[n] = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ,集合中下划线的元素表示  $n=0$  时的值  $x[0]$ 。

解析表达式:如  $x[n] = \sin\left(\frac{\pi}{5}n\right)$ ,  $-\infty < n < \infty$ 。



图形表示法:离散时间序列  $x[n]$  如图 2.1 所示,横轴为整数  $n$ ,纵坐标为信号函数值。

注意:对于离散时间序列  $x[n]$ ,只有  $n$  为整数时才有定义, $n$  为非整数时无定义。

#### 2.1.2 序列的分类

离散时间序列根据其特定特性可以分成不同的类型,按序列长度可以分为有限长度序列和无限长度序列,按序列的周期性可分为周期序列和非周期序列,按序列的取值可分为实数序列和复数序列,还可分为能量序列和功率序列。

如果序列  $x[n]$  仅在区间  $n \in [N_1, N_2]$  内有非零值,则该序列称为有限长序列,否则称为无限长序列。如果无限长序列  $x[n]$  的非零值位于区间  $n \in (-\infty, \infty)$ ,则称该序列为双

边序列;如果无限长序列  $x[n]$  的非零值位于区间  $n \in (-\infty, N_1]$ , 则称该序列为左边序列;如果无限长序列  $x[n]$  的非零值位于区间  $n \in [N_2, \infty)$ , 则称该序列为右边序列;如果右边序列  $x[n]$  的非零值位于区间  $n \in [0, \infty)$ , 则称该序列为因果序列。

如果存在不为 0 的整数  $N$ , 使得序列满足  $x[n] = x[n+N]$ , 则称  $x[n]$  为周期序列, 否则称为非周期序列。对于周期序列, 称整数  $N$  为周期。如果在所有正周期中有一个最小值, 称其为最小正周期(就是我们通常说的周期)。如果  $N$  为最小正周期, 则任一常数  $rN$  ( $r$  为非零整数) 均是周期。

如果序列  $x[n]$  的函数值为实数, 则称  $x[n]$  为实数序列, 如果序列  $x[n]$  的函数值为复数, 则称  $x[n]$  为复数序列。复数序列可用代数表示为  $x[n] = x_{\text{Re}}[n] + jx_{\text{Im}}[n]$ , 其中  $x_{\text{Re}}[n]$  为序列的实部、 $x_{\text{Im}}[n]$  为序列的虚部;也可用极坐标表示为  $x[n] = |x[n]| e^{j\angle x[n]}$ , 其中  $|x[n]|$  为序列的模、 $\angle x[n]$  为序列的相位。

如果信号的能量  $E = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |x[n]|^2 < \infty$ , 则称  $x[n]$  为能量有限序列(简称能量序列), 否则称为能量无限序列。对于能量无限序列, 如果序列的功率  $P = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-N}^N |x[n]|^2 < \infty$ , 则称  $x[n]$  为功率有限序列(简称功率序列), 否则称为功率无限序列。

周期序列是无限长序列, 因此一般都是功率序列。周期序列的功率定义为  $P = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} |x[n]|^2$ 。

### 2.1.3 常用时间序列

下面介绍几种在离散时间信号与系统的分析和设计中起重要作用的基本序列, 它们在今后的讨论中有着广泛的应用。最常用的基本序列为单位脉冲序列、单位阶跃序列、矩形序列和指数序列。

1. 单位脉冲序列定义为

$$\delta[n] = \begin{cases} 1, & n=0 \\ 0, & n \neq 0 \end{cases} \quad (2.1)$$

单位脉冲序列  $\delta[n]$  如图 2.2 所示, 在  $n=0$  处值为 1, 其余均为 0。

单位脉冲序列是最简单也是最常用的序列, 其在离散时间系统中的作用和单位冲激信号  $\delta(t)$  在连续时间系统中的作用类似。

2. 单位阶跃序列定义为

$$u[n] = \begin{cases} 1, & n \geq 0 \\ 0, & n < 0 \end{cases} \quad (2.2)$$

单位阶跃序列  $u[n]$  如图 2.3 所示, 当  $n \geq 0$  时值为 1, 当  $n < 0$  时值为 0。  $u[n]$  在离散时间系统中的作用与单位阶跃信号  $u[t]$  在连续时间系统中的作用类似。

(1) 单位脉冲序列  $\delta[n]$  可表示为单位阶跃序列  $u[n]$  的“一阶后向差分”, 即单位阶跃序列  $u[n]$  与单位阶跃序列延迟  $u[n-1]$  之差, 有