

TURING
图灵新知

数 + 学 || (女 × 孩) 4

随机算法

Randomized Algorithms

日本数学会出版奖得主
结城浩◇著
丛熙 江志强◇译



中国工信出版集团

人民邮电出版社
POSTS & TELECOM PRESS

TURING

图灵新知

数
+
学
=
(
女
×
孩
)

随机算法

Randomized Algorithms

巨
结城浩◇著

丛熙江志强◇译

人民邮电出版社
北京

图书在版编目(CIP)数据

数学女孩. 4, 随机算法 / (日) 结城浩著; 丛熙, 江志强译. — 北京: 人民邮电出版社, 2019.5 (2019.7重印)
(图灵新知)
ISBN 978-7-115-50933-8

I. ①数… II. ①结… ②丛… ③江… III. ①数学—普及读物 IV. ①O1-49

中国版本图书馆CIP数据核字(2019)第040951号

内 容 提 要

《数学女孩》系列以小说的形式展开, 重点描述一群年轻人探寻数学中的美。内容由浅入深, 数学讲解部分十分精妙, 被称为“绝赞的数学科普书”。

《数学女孩4: 随机算法》以“随机算法”为主题, 从纯粹的数学和计算机程序设计两个角度对随机算法进行了细致的讲解。内容涉及排列组合、概率、期望、线性法则、矩阵、顺序查找算法、二分查找算法、冒泡排序算法和快速排序算法等。整本书一气呵成, 非常适合对数学和算法感兴趣的初高中生以及成人阅读。

-
- ◆ 著 [日] 结城浩
译 丛 熙 江志强
责任编辑 高宇涵
责任印制 周昇亮
 - ◆ 人民邮电出版社出版发行 北京市丰台区成寿寺路11号
邮编 100164 电子邮件 315@ptpress.com.cn
网址 <http://www.ptpress.com.cn>
大厂聚鑫印刷有限责任公司印刷
 - ◆ 开本: 880×1230 1/32
印张: 15.75
字数: 400千字 2019年5月第1版
印数: 5 001-7 000册 2019年7月河北第2次印刷
著作权合同登记号 图字: 01-2018-2900号
-

定价: 69.00元

读者服务热线: (010)51095183转600 印装质量热线: (010)81055316

反盗版热线: (010)81055315

广告经营许可证: 京东工商广登字20170147号

站在巨人的肩上
Standing on Shoulders of Giants



iTuring.cn

站在巨人的肩上
Standing on Shoulders of Giants



iTuring.cn

致读者

本书涵盖了形形色色的数学题，从小学生都能明白的简单问题，到大学生也难以理解的难题。

本书通过语言、图形、程序以及数学公式表达登场人物的思路。

如果你不太明白数学公式的含义，姑且先看看故事，公式可以一眼带过。泰朵拉和尤里会跟你一同前行。

擅长数学的读者，请不要仅仅阅读故事，务必一同探究数学公式。如此，也许能够更好地把握故事的全貌。

主页通知

关于本书的最新信息，可查阅以下 URL。

<http://www.hyuki.com/girl/>

此 URL 出自作者的个人主页。

序 言

我的前方本没有路，
我的身后是我踏出的路。
——高村光太郎《旅途》

我，想了解这个世界。

我，想了解我自己。

 想了解世界的广阔。

 想了解自己的深邃。

但实际上——我想被了解。

被世界，被她所了解。

但是我不明白。

我不明白我自己。

真的希望自己现在的样子被看到吗？

我想不明白这一点。

 与少言寡语的红发少女，

 邂逅在新的季节。

 从那里诞生出新的谜题。

2 序 言

若要做出选择，只能有所放弃。

无限多条道路，只能选择一条。

过去已然确定，未来尚不可知。

位于它们的分界上的，是现在。

如果未来变成现在，只会留下一个时刻。

现在在前行中将不定的未来变成确定的过去。

选择，决定了前程。

选择，向未来前行。

即便无法理解，我也会选择。

即便无法理解，我也在活着。

一边选择，一边活着。

一边前行，一边开辟道路。

我的前方本没有路，

我的身后是我踏出的路。

我不知自己是否正确地了解了世界。

也不知自己是否正确地了解了自己。

但是，我今天仍在前行。

为了知晓无法知晓的明天。

为了解出未能解出的谜题。

一边期待着有你的未来——

序言

第 1 章	绝不会输的赌博	1
1.1	掷骰子	1
1.2	抛硬币	4
1.2.1	两枚硬币	4
1.2.2	一枚硬币	7
1.2.3	彩票的记忆	8
1.3	蒙提霍尔问题	11
1.3.1	3个信封	11
1.3.2	上帝视角	18

第 2 章	积跬步，致千里	21
2.1	高中	21
2.1.1	泰朵拉	21
2.1.2	理纱	22
2.1.3	顺序查找	24
2.1.4	逐行调试	28
2.1.5	顺序查找算法分析	34
2.1.6	顺序查找算法分析(能找到 v 的情况)	35
2.1.7	顺序查找算法分析(无法找到 v 的情况)	38
2.2	算法分析	40

2 目录

2.2.1	米尔嘉	40
2.2.2	算法分析	41
2.2.3	不同情况的归纳	42
2.2.4	思考意义	45
2.2.5	带有哨兵的顺序查找算法	48
2.2.6	创造历史	52
2.3	自己家	54

第3章	171亿7986万9184份孤独	61
3.1	排列	61
3.1.1	书店	61
3.1.2	豁然开朗	62
3.1.3	具体示例	63
3.1.4	找规律	65
3.1.5	一般化	70
3.1.6	铺就道路	72
3.1.7	那家伙	74
3.2	组合	76
3.2.1	图书室	76
3.2.2	排列	77
3.2.3	组合	79
3.2.4	鲷鱼与绿鲤鱼	82
3.2.5	二项式定理	83
3.3	2^n 的分配	88
3.3.1	帕斯卡三角形	88
3.3.2	位模式	92

3.3.3	指数爆炸	94
3.4	幂运算的孤独	96
3.4.1	回家路上	96
3.4.2	家	96
<hr/>		
第4章	可能性中的不确定性	99
4.1	可能性中的确定性	99
4.2	可能性中的不确定性	106
4.2.1	相同的可能性	106
4.2.2	真正的武器	107
4.3	可能性的实验	109
4.3.1	解释程序	109
4.3.2	掷骰子比赛	112
4.3.3	轮盘比赛	113
4.4	可能性的倒塌	115
4.4.1	概率的定义	115
4.4.2	概率的意义	118
4.4.3	数学的应用	118
4.4.4	解答疑问	120
4.5	可能性的公理定义	121
4.5.1	柯尔莫哥洛夫	121
4.5.2	样本空间与概率分布函数	121
4.5.3	概率公理	125
4.5.4	子集与事件	126
4.5.5	概率公理P1	129
4.5.6	概率公理P2	130

4 目录

4.5.7	概率公理P3	131
4.5.8	还没有明白	132
4.5.9	掷出的点数为偶数的概率	134
4.5.10	质地不均匀的骰子和竖立的硬币	137
4.5.11	约定	138
4.5.12	咳嗽	139

第5章	期望	143
5.1	随机变量	143
5.1.1	妈妈	143
5.1.2	泰朵拉	144
5.1.3	随机变量的示例	146
5.1.4	概率分布函数的示例	150
5.1.5	许多词	152
5.1.6	期望	153
5.1.7	公平的游戏	157
5.2	线性法则	159
5.2.1	米尔嘉	159
5.2.2	和的期望等于期望的和	160
5.3	二项分布	165
5.3.1	硬币的话题	165
5.3.2	二项分布的期望	168
5.3.3	划分为和的形式	171
5.3.4	指示器随机变量	172
5.3.5	快乐的作业	174
5.4	直到所有事情发生	175

5.4.1	不知何时	175
5.4.2	能尽全力吗	176
5.4.3	运用学到的知识	180
5.4.4	尽全力	183
5.4.5	意料之外的事情	192
<hr/>		
第 6 章	难以捉摸的未来	197
6.1	约定的记忆	197
6.2	阶	199
6.2.1	更快的算法	199
6.2.2	至多为 n 阶	201
6.2.3	出题	204
6.2.4	至多为 $f(n)$ 阶	206
6.2.5	$\log n$	211
6.3	查找	215
6.3.1	二分查找	215
6.3.2	实例	217
6.3.3	分析	220
6.3.4	前往排序	227
6.4	排序	228
6.4.1	冒泡排序	228
6.4.2	实例	229
6.4.3	分析	231
6.4.4	大 O 表示法的层级	235
6.5	动态视角、静态视角	237
6.5.1	需要比较多少次呢	237

6.5.2	比较树	239
6.5.3	$\log n!$ 的评估	241
6.6	传递和学习	245
6.6.1	传递	245
6.6.2	学习	246

第7章	矩阵	249
7.1	图书室	249
7.1.1	瑞谷老师	249
7.1.2	TETRALIANE	250
7.2	尤里	252
7.2.1	无解	252
7.2.2	无穷多解	254
7.2.3	唯一解	256
7.2.4	信	268
7.3	泰朵拉	269
7.3.1	图书室	269
7.3.2	行与列	269
7.3.3	矩阵与向量的积	271
7.3.4	联立方程式与矩阵	273
7.3.5	矩阵的积	274
7.3.6	逆矩阵	275
7.4	米尔嘉	280
7.4.1	看穿隐藏的谜题	280
7.4.2	线性变换	286
7.4.3	旋转	293

7.5	回家路上	296
第8章	孤零零的随机漫步	301
8.1	家	301
8.1.1	雨天的周六	301
8.1.2	下午茶时间	302
8.1.3	钢琴问题	302
8.1.4	旋律示例	305
8.1.5	解题方法一：毅力比拼	308
8.1.6	解题方法二：一招定胜负	310
8.1.7	一般化	314
8.1.8	摇摆不定的心	319
8.2	清晨的上学路	320
8.3	中午的教室	322
8.3.1	矩阵的练习	322
8.3.2	摇摆不定的心	325
8.4	放学后的图书室	327
8.4.1	流浪问题	327
8.4.2	A^2 的意义	331
8.4.3	向着矩阵的 n 次方前进	332
8.4.4	上半场准备：对角矩阵	333
8.4.5	下半场准备：矩阵与逆矩阵的三明治	335
8.4.6	向着特征值前进	336
8.4.7	向着特征向量前进	342
8.4.8	求 A^n	344
8.5	家	347

8.5.1	摇摆不定的心	347
8.5.2	雨夜	349

第9章	坚强、正直、美丽	351
9.1	家	351
9.2	图书室	358
9.2.1	逻辑题	358
9.2.2	可满足性问题	358
9.2.3	3-SAT	360
9.2.4	满足	363
9.2.5	分配方式的练习	364
9.2.6	NP 完全问题	365
9.3	回家路上	367
9.3.1	誓言与约定	367
9.3.2	会议	368
9.4	图书室	369
9.4.1	求解3-SAT问题的随机算法	369
9.4.2	随机漫步	371
9.4.3	向着定量评估前进	376
9.4.4	另一个随机漫步	378
9.4.5	关注循环	379
9.5	家	384
9.5.1	幸运的评估	384
9.5.2	化简和式	388
9.5.3	次数的评估	390
9.6	图书室	391