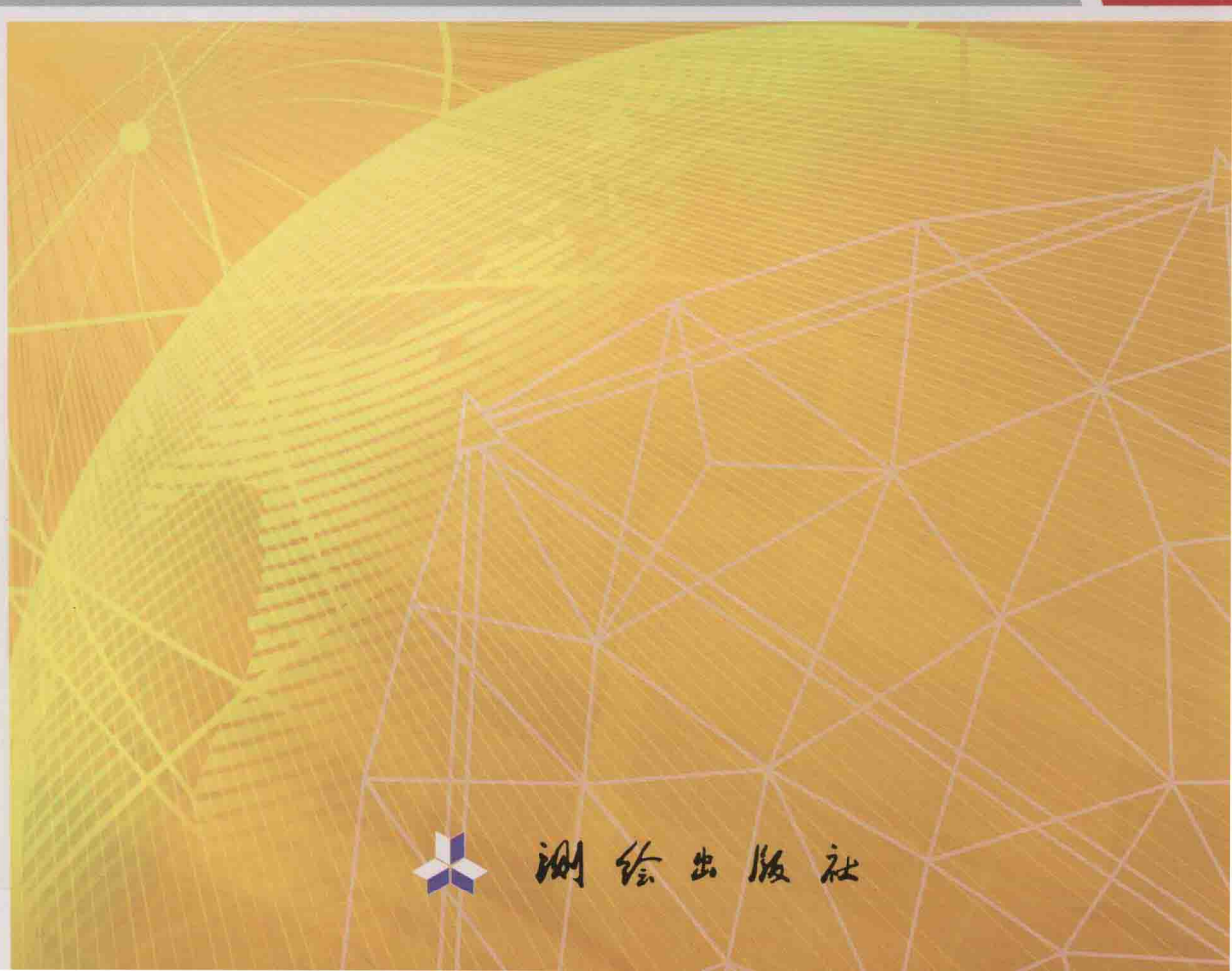
高等学校教材

控制测量学及其应用

Control Surveying and Its Application

李健 张建军 丁辰 乔书波 编著



测绘出版社

高等学校教材

控制测量学及其应用

Control Surveying and Its Application

李　健　张建军　丁　辰　乔书波　编著

测绘出版社

·北京·

© 李健　张建军　2018
所有权利(含信息网络传播权)保留,未经许可,不得以任何方式使用。

内容简介

本书系统论述了建立国家大地控制网的基本理论和技术,主要包括水平控制网、高程控制网和卫星导航定位测量控制网的布设方案、施测技术和数据处理方法。对经纬仪、测距仪、水准仪及卫星导航定位测量仪器做了较详细的讨论。最后通过一个典型案例,对控制测量学的综合应用进行了介绍。

本书可作为高等院校测绘工程专业本、专科的教材,也可供煤炭、地质、石油、水利、地震、建筑等测量部门有关人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

控制测量学及其应用/李健等编著. —北京:测绘出版社,2018.7
高等学校教材
ISBN 978-7-5030-4149-5

Ⅰ.①控… Ⅱ.①李… Ⅲ.①控制测量—高等学校—教材 Ⅳ.①P221

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2018)第 148968 号

责任编辑	巩　岩	**封面设计**	李　伟	**责任校对**	石书贤	**责任印制**	陈　超
出版发行	测绘出版社			**电　　话**	010—83543956(发行部)
社　　址	北京市西城区三里河路 50 号				010—68531609(门市部)
邮政编码	100045				010—68531363(编辑部)
电子信箱	smp@sinomaps.com			**网　　址**	www.chinasmp.com
印　　刷	北京九州迅驰传媒文化有限公司			**经　　销**	新华书店
成品规格	184mm×260mm				
印　　张	17.75			**字　　数**	440 千字
版　　次	2018 年 7 月第 1 版			**印　　次**	2018 年 7 月第 1 次印刷
印　　数	0001—1000			**定　　价**	54.00 元

书　　号　ISBN 978-7-5030-4149-5
如有印装质量问题,请与我社发行部联系。

前　言

控制测量学的主要任务就是利用各种手段和技术建立地面控制网(水平控制网、高程控制网和三维卫星导航定位测量控制网)从而测定地面点的精确位置。近年来,由于电子、计算机技术的普遍使用和空间技术的迅速发展,控制测量向测量自动化和空间方向的发展取得了很大的进步,特别是卫星导航定位测量技术逐步成为测定地面点位置的主要手段。过去人们一直使用的传统常规测量手段在现在大规模生产中的应用已越来越少,但是传统的常规测量手段在国家各项建设中却不能完全被其他方法替代,如国家高程控制网的建立目前还是以水准测量为主要手段,一些特殊的工程还需要布设高精度的常规控制网等。因此本书既论述了用传统测量手段建立国家控制网的方法,又讨论了利用卫星导航定位测量精密定位技术建立控制网的技术和方法,最后通过500 m口径球面射电望远镜(FAST)基准精密测量的案例,综合阐述了控制测量学的具体应用。

本书在编写过程中,首先重视教材新体系的构筑,并结合人才培养方案和新的课程标准,明确教材主旨,力求教材内容的更新,舍去了原有教材陈旧的知识点。

全书共7章,其中第1、3、4、5章主要由张建军编写;第2、6章主要由李健编写;第7章主要由丁辰编写;全书由李健统稿;书中插图由乔书波、刘波等组织绘制。

本书在编写过程中得到了信息工程大学测绘工程教研室的大力支持,很多老师对内容提出了宝贵意见,谨此对他们表示深深的感谢。同时,对书中存在的问题和错误恳请读者批评指正。

目　录

第 1 章　绪　论 …… 1
§ 1.1　控制测量学的任务和内容 …… 1
§ 1.2　控制测量的基准面和基准线 …… 3
§ 1.3　大地测量学简史 …… 8
§ 1.4　控制测量新技术的发展概况 …… 12

第 2 章　国家大地控制网的布设 …… 16
§ 2.1　建立水平大地控制网的方法 …… 16
§ 2.2　建立高程控制网的方法 …… 19
§ 2.3　建立 GNSS 三维控制网的方法 …… 20
§ 2.4　国家控制网的布设原则 …… 22
§ 2.5　国家水平控制网的布设方案 …… 24
§ 2.6　国家高程控制网布设方案 …… 29
§ 2.7　国家 GNSS 三维控制网的布设方案 …… 31
§ 2.8　国家大地控制网的布设 …… 40

第 3 章　控制测量仪器 …… 52
§ 3.1　角度测量仪器 …… 52
§ 3.2　经纬仪误差与检验 …… 76
§ 3.3　距离测量及距离测量仪器 …… 83
§ 3.4　距离测量的改正及测距仪的检验 …… 91
§ 3.5　水准测量仪器 …… 98
§ 3.6　精密水准仪及标尺检验与校正 …… 111
§ 3.7　测量型 GNSS 接收机 …… 117
§ 3.8　测量型 GNSS 接收机的检验 …… 119

第 4 章　水平控制网的建立 …… 125
§ 4.1　外界条件对水平角和距离观测的影响 …… 125
§ 4.2　水平角和距离观测的基本规则 …… 130
§ 4.3　水平角观测方法 …… 131
§ 4.4　水平角观测作业限差的制定及超限成果的分析处理 …… 137
§ 4.5　归心改正和归心元素的测定 …… 142
§ 4.6　水平控制网观测作业的组织实施 …… 150
§ 4.7　水平控制网精度估计概述 …… 153

§4.8 水平控制网野外观测成果化算 …… 159
§4.9 依控制网几何条件检查观测成果的质量 …… 165
§4.10 水平控制网几何条件闭合差超限时的误差分析 …… 172

第5章 高程控制网的建立 …… 177
§5.1 水准测量误差来源及影响 …… 177
§5.2 精密水准测量作业方法 …… 186
§5.3 水准面不平行性对水准高差的影响及高程系统 …… 190
§5.4 水准测量外业计算及精度 …… 198
§5.5 三角高程测量及高差计算公式 …… 201
§5.6 地面大气垂直折光系数的测定 …… 209
§5.7 三角高程测量的精度和应用 …… 211
§5.8 电磁波测距高程导线 …… 215

第6章 GNSS控制网的建立 …… 221
§6.1 GNSS控制测量误差来源及影响 …… 221
§6.2 GNSS控制测量的技术设计 …… 228
§6.3 GNSS控制测量的实施 …… 232
§6.4 GNSS控制网观测数据处理 …… 238
§6.5 GNSS高程测量 …… 243

第7章 控制测量学在FAST基准控制网建立中的应用 …… 247
§7.1 射电望远镜与FAST概况 …… 247
§7.2 FAST坐标系统 …… 250
§7.3 FAST基准控制网测量优化设计 …… 256
§7.4 控制测量技术设计书的编写 …… 265
§7.5 FAST基准控制网测量实施 …… 269

参考文献 …… 272

附录 水平角观测中各种误差 …… 273

第1章 绪 论

§1.1 控制测量学的任务和内容

1.1.1 控制测量学的任务

控制测量学的任务如下：

(1)在局域或全球范围内建立由一系列地面控制点构成的大地控制网，精密测定控制点的三维位置及其时空变率，为测制地图、工程设计和地球动力学等科学领域提供控制基础，也为人造卫星、远程武器和各种航天器的发射和运行提供精确控制信息。

(2)研究和测定地球形状、大小及其变化，为大地控制网和地球科学提供计算基准和数据。

总之，控制测量学的主要任务是建立具有三维坐标的大地控制网。大地控制网的作用可概括为下列四个方面。

1. 控制地形测图

地球的形状近似为椭球，地球的曲率在小范围可忽略，而在较大区域内测绘和编制各种比例尺地形图时，必须顾及地球表面的弯曲。由于椭球面为不可展平曲面，所以必须布设大地控制网，精确测定控制网中各点的三维坐标，并按一定的数学方法将这些点投影到平面上，构成精确的、完整的控制体系。若根据这些控制点进行测图，既能使地球表面上的地貌、地物测绘在平面图上，保证各地区同时开展测制的地图能够拼接而不产生明显的变形和裂口，又能有效地控制测图时产生的误差积累，把误差限制在控制点之间，确保地图的精度。

2. 为经济和国防建设提供控制基础

开发矿产资源、建设工业基地、兴修水利工程、发展交通运输和进行土地综合利用等各项经济建设，不仅需要各种比例尺的地图进行规划和设计，还要直接利用控制网的测量成果。例如：在长江的综合利用规划设计中，就进行了两万多个三角点和十几万千米的水准测量；在南水北调工程中，东、中、西三条线路的附近需要更多更精确的大地控制点资料；城市中地铁的掘进是根据地面上大地控制点所指示的方向，以保证地下隧道的贯通。日本新干线通过的青函隧道，从本州的青森至北海道的函馆，全长为 53.9 km，水下部分达 23.3 km，就是根据精密的控制测量来满足隧道的直线性和贯通精度的；我国两万多千米高铁建设所需的 2000 国家大地坐标系(China geodetic coordinate system 2000，CGCS2000)中的精密点位主要由控制测量完成。另外，全国性的地籍测量、土地权属及详查则必须在控制测量提供统一坐标的前提下进行界址测量。

在军事应用中，常规武器和远程武器发射与制导，若要命中几十千米甚至上万千米以外的目标，必须精确测定发射点至目标的距离和方位，以及发射点和目标点的坐标，这是炮兵和导弹阵地控制测量所要完成的一项重要任务。在国防工程建设中，如试验靶场、军事基地、机场、军港、地下设施、边疆和海防的建设等，都需要控制测量技术作保障。远程武器发射试验中的

轨道修正计算需要弹道测控站完成，这些站点的间距达上千千米，站间位置的相对精度要高于10^{-7}，需要通过控制测量来实现。

3. 为研究地球形状、大小提供基础数据

大地测量学中测定的地球大小是指测定地球椭球的大小，研究地球的形状是指研究大地水准面的形状。椭球的大小以长半轴 a 和短半轴 b 来表示，也可用 a 和扁率 $\alpha=(a-b)/a$ 来表示。要精确确定 a、b 或 a、α，就必须综合利用控制测量、天文测量、重力测量和卫星测量等资料。这里介绍一种最简单的方法，若把地球近似看作一个球体，那么半径就表示其大小。在球的同一子午线上，选择 A、B 两地，如图 1.1 所示，按同一时刻测得太阳(或某一天体)的高度角(或天顶距)就可算得纬度差 $\Delta\varphi=\varphi_B-\varphi_A$，再量得 A、B 间的大圆弧长 S，则可求得地球的半径 R，即

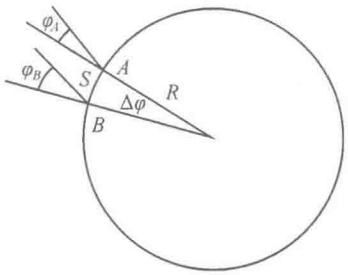


图 1.1 弧度测量

$$R=\frac{S}{\Delta\varphi} \tag{1.1}$$

测量一段弧长及其所对应的圆心角，称为弧度测量。人类第一次测定地球大小，就是在球形地球的假设下进行的。如今，弧度测量仍是研究地球形状、大小的方法之一。

控制测量是在地球表面上进行的，为了正确处理测量的数据，必须确定地球的 a 和 α。用各种大地测量技术的数据确定的地球椭球面又成为控制测量成果计算的基准面，这是相辅相成、逐步趋近的过程。

由于测量技术、方法和精度的不断改进和提高，人们对地球形状、大小的认识也在不断地改变和深化，a 和 α 的数值也逐渐精确。要获得与地球形状非常吻合的地球椭球(称为总地球椭球)，需要高精度、分布均匀的全球数据，并经多次反复精化才能完成，这是一个长期而艰巨的任务。

4. 为研究地球科学、地球物理学、地球动力学、地震学和海洋学等科学任务提供数据

地球与其他物质一样，是不断运动和变化的，如地壳的水平移动和垂直升降、大陆漂移、海面地形变化、地球两极的周期性运动等，这些运动都不同程度地影响着大地测量的结果。反之，通过大地控制网复测，以及新、旧控制测量资料的综合分析，就可以发现地球及局部地壳变化的状态。例如，通过控制测量和与其他相关资料的比较，人们发现板块运动使大西洋以年均 2.5 cm 的速度扩大，青藏高原以年均 2.5 cm 的速度上升，地球温室效应导致海平面以年均 2.1 mm的速度上升。

1.1.2 控制测量学研究的内容

1. 大地控制网布设的理论和方法

大地控制网布设的理论和方法是控制测量学的研究内容之一，其主要研究内容是设计和布设合理的国家大地控制网，并对网中控制点间的角度、距离、高差、基线等进行精密测量，并经过严密的数学处理，以尽可能高的精度获得大地控制点的三维坐标。

在控制测量学中具体涉及控制网的设计和布设，测量仪器的原理、检验和使用，测量与数据处理方法的探讨，以及质量控制与检核等，这些将是本书重点讨论的内容。

2. 椭球面大地测量计算原理与方法

大地控制网中各控制点的计算，只有在选定的数学基准面上才能进行。地球近似一个旋转椭球，显然采用与地球接近的椭球面作为基准面，可以使点位有较高的归算精度。地形图是以平面表示的，因此，还需要将控制点的坐标、测量中的方位(角度)和距离，按一定方法从椭球面投影到特定的平面上。有关地面测量成果归算方法也是控制测量学研究内容之一。

3. 空间技术精密定位方法

传统的控制测量只在大陆范围内开展，无法跨越海洋。各国只能采用与本国领土比较接近的椭球面进行大地控制网的计算，从而产生了许多独立的大地坐标系，但无法推求与地球最吻合的总地球椭球。1957年第一颗人造地球卫星发射成功后，逐步形成了以全球导航卫星系统(global navigation satellite system，GNSS)技术为代表的现代测量手段，具有全天候、高精度、自动化、高效益等显著特点。这些利用空间技术精确测定地面点位的方法，也是控制测量学研究的内容之一。

4. 惯性测量方法

20世纪70年代中期，在惯性导航基础上发展起来的惯性测量，可以实时测量控制点的几何参数和物理参数。它机动灵活、独立自主、不受气候限制，在军事上首先得到应用，继而在大地测量、工程测量、矿山测量、隧道掘进贯通测量和海洋测量中的应用也日益广泛，已成为大地测量学的一个新分支，也是一种快速进行控制测量的新方法。有关它的内容在其他文献中有讲述，此处不再赘述。

5. 武器平台与试验靶场大地测量保障

控制测量的另一内容是为空间科学技术、远程武器的研制与试验、部队作战训练、国防设施和战场的基础建设等方面提供精确的坐标和方位，为武器平台和试验靶场提供大地测量保障。

6. 弹道导弹阵地测量保障

弹道导弹阵地测量保障是弹道导弹作战的重要组成部分，它的主要任务是用控制测量方法，为弹道计算、导弹发射、弹道修正、导弹测控及落点预报等提供有关的定位定向参数和测控基准。

综上所述，控制测量学涉及了许多理论与技术，内容日益丰富，与其他学科的联系逐渐增加。本书将主要论述用控制测量建立国家大地控制网的理论与方法及它们的具体应用。

§1.2 控制测量的基准面和基准线

1.2.1 铅垂线与大地水准面

地球上任何一个质点都同时受到地球自转离心力和地心引力的作用，离心力与引力的合力称为重力，重力的方向即为铅垂线方向。处于静止状态的水面，如平静的湖面或杯中水面，即表示一个水准面。显然，水准面处处与重力方向(即铅垂线方向)垂直，否则液体就会处于运动状态。在地球引力起作用的范围内，任何空间都有一个水准面，所以水准面有无穷多个。

控制测量是在地球自然表面上进行的，该表面高低起伏，很不规则，世界上最高的珠穆朗玛峰，海拔8 844.43 m，而太平洋西部马里亚纳海沟深达11 034 m，两者高差近20 000 m，约为

地球半径的3/1 000。全球陆地面积占29%，平均高度约840 m，海洋面积占71%，平均深度约为3 800 m。显然在地球自然表面上无法处理测量成果，需要选择与地球体形极为接近的、可用简单数学公式表示的表面作为基准面。

水平角是目标视准线与其在水准面上投影线之间的夹角，控制测量所用的测角仪器必须具有确定水准面的能力，因此，经纬仪都设置了不同类型的水准器，以便引导仪器的垂直轴与铅垂线方向一致，这样才能使仪器的水平度盘与过度盘中心的水准面切平面一致。三角网和导线网中的边长，是在不同高度的水准面上测量的长度，需要归算到统一的水准面上。由几何水准测量所推求的两点高差就是过这两点水准面之间的垂直长度。这些控制测量的地面观测值，都与水准面有关。为了使各类控制测量的结果能够互相比较、互相利用，需要选择一个具有代表性的水准面和线作为野外测量的统一基准。

为了使测量成果有一个共同的基准面，可以选择一个十分接近地球表面又能代表地球形状和大小的水准面作为共同标准。众所周知，约占地球总面积的71%的海洋是地球上最广阔的天然水准面。若将平衡、静止状态的平均海水面延伸到大陆内部，扩展到全球，形成一个包围整个地球的、光滑的闭合曲面，则将这个水准面称为大地水准面，这个闭合的物理曲面所包围的真实形体称为大地体。

由于大地水准面的形状和大地体的大小接近地球自然表面的形状和大小，并且它的位置比较稳定，在地球表面处处存在，故大地水准面成为测量作业的最佳基准面，而将与其垂直的铅垂线作为野外测量的基准线。

1.2.2 参考椭球与总地球椭球

由于绝大多数控制测量是在地球表面进行的，而大地水准面是控制测量作业基准面，所以必须确定该基准面的形状和大小，并且进行数学描述。

地表起伏及地层内部质量分布不均匀，使大地水准面呈略有起伏的不规则表面，难以用数学公式精确描述。但随着人类对地球知识的不断探索与积累，逐渐认识到地球的形状近似于两极略扁的旋转椭球，其表面可用简单的数学公式准确表达，旋转椭球的形状和大小可用长、短半轴 a、b 或长半轴 a 加扁率 α 表示。因此，世界各国都采用旋转椭球作为地球的近似形体。

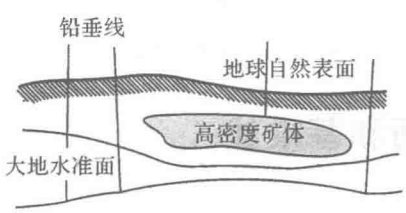


图1.2 水准面、铅垂线

例如，图1.2中，地球自然表面下部高密度矿体中含有重金属，造成左右两侧局部质量差异较大，以致引力增加，铅垂线偏斜，大地水准面稍微隆起，呈现不规则的变化。

由于控制测量数据是以大地水准面为基准的，在这个基准面上是不能直接进行数学计算的，所以还必须将形状和大小都确定的旋转椭球与大地水准面的相关位置固定下来，才能将野外观测数据归算到旋转椭球面上，并对控制测量的数据进行数值计算。通常将确定大地水准面与旋转椭球的相对位置称为椭球定位。

一般将形状和大小与大地体近似且两者之间的相对位置确定的旋转椭球称为参考椭球。参考椭球面及相应的法线是大地测量的计算面和线。

参考椭球面是控制测量数值计算的基准面。但参考椭球并不是唯一的，为了便于进行区域测绘工作，许多国家都根据本国的大地控制测量成果确定一个与该国局部大地水准面更接

近的参考椭球。显然，各种不同的参考椭球不便于国际交流与合作，因此，需要确定一个与整个大地体最接近的参考椭球，称为总地球椭球。

确定总地球椭球的数据，必须建立在全球范围的控制测量和重力测量资料的基础之上。然而由于地球上海洋面积约占地球总面积的71%，故过去只根据占少数的陆地控制测量成果推算总地球椭球是十分困难的。随着空间测量技术的发展，根据卫星测高、卫星重力、空间大地控制网和陆地大地控制网的测量数据，得到了一些更精确的总地球椭球的模型。随着对地球认知的不断深入和科学技术的发展，总地球椭球将会在地球科学中发挥重要的作用。

1.2.3 总地球椭球和参考椭球的参数

相对大地体而言，地球表面的不规则起伏不大。因为地表褶皱主要由地壳层的物质分布不均匀引起，而地壳的质量仅占地球总质量的1/65，所以大地体宏观上接近于一个具有微小扁率的旋转椭球。

与大地体吻合得最好的旋转椭球称为总地球椭球，也称为总椭球或平均椭球，总地球椭球应满足的条件为：

(1)总地球椭球与地球的质量(包含大气质量)相等。

(2)总地球椭球与地球旋转的平均角速度相等。

(3)总地球椭球体积与大地体的体积相等，且表面与大地水准面间差距的平方和最小。

(4)总地球椭球中心与地心重合，总地球椭球短轴与地球平自转轴重合，大地起始子午面与天文起始子午面平行。

要满足以上条件，不仅需要知道椭球形状和大小，还需要确定该椭球与大地体的相互关系，这就涉及椭球的定位和定向。

将大地控制网归算到椭球面上，需要确定一个与总椭球接近的椭球，作为处理控制测量成果的基准。建立总椭球必须在全球范围布设天文大地控制网，并进行重力测量，在空间测量技术出现之前，这种洲际间的控制测量是无法实现的。

为了控制测量的需要，许多国家和地区只有根据局部天文、控制和重力测量数据，以及局部大地水准面参数，确定一个与总椭球接近的椭球，作为处理控制测量成果的基准。这样的椭球只能描述局部区域的大地水准面，不能反映整个大地体，所以参考椭球面仅作为地球局部区域的数学表面。

17世纪以来，许多测量工作者根据不同地区、不同年代的测量资料，按不同的处理方法推算出许多不同的椭球元素(表1.1)。表中前七组元素都是根据天文、地面控制和重力测量资料推算的，如今还在许多国家的控制测量和地图制图中使用；后六组元素在推算时还增加了空间大地测量的观测资料。从表中可以看出，在增加了空间大地观测资料后，椭球参数越来越准确，变化已很小，这些椭球参数已被许多国家采用。

1954年以前我国采用过美国海福德椭球。中华人民共和国成立后建立的1954北京坐标系，采用了苏联克拉索夫斯基椭球元素。以该坐标系为基准，建成了全国天文大地网，完成了全国测图和制图工作。选用1975年国际大地测量与地球物理联合会(IUGG)第十六届大会推荐的椭球元素，并进行全国天文大地网平差，建立了1980西安大地坐标系。2000国家大地坐标系于2008年全面投入使用，其参考椭球的几何参数给出了长半轴和地球力学形状因子($J_2=0.001\,082\,629\,832\,258$)的定义值，扁率可通过反算得到具体数值。

表 1.1 常用的椭球元素

参考椭球名称	推求(启用)年份	长半轴/m	扁率
德朗布尔(Delambre)	1800	6 375 653	1∶334.0
埃佛勒斯(Everest)	1830	6 377 276	1∶330.801
贝塞尔(Bessel)	1841	6 377 397	1∶299.153
克拉克(Clarke)	1880	6 378 249	1∶294.978
海福德(Hayford)	1910	6 378 283	1∶297.8
克拉索夫斯基(Krasovsky)	1940	6 378 245	1∶298.3
凡氏	1965	6 378 169	1∶298.25
1967 年大地坐标系	1967	6 378 160	1∶298.247
史密森(SAO)-Ⅲ	1973	6 378 140	1∶298.256
IUGG 十六届大会推荐值	1975	6 378 140	1∶298.257
IUGG 十七届大会推荐值	1979	6 378 137	1∶298.257
GRS80	1980	6 378 137	1∶298.257 222 101
IUGG 十八届大会推荐值	1983	6 378 136	1∶298.257
WGS-84	1984	6 378 137	1∶298.257 223 563
CGCS2000	2008	6 378 137	1∶298.257 222 101

1.2.4 大地坐标系和天文坐标系

描述地面点在地球自然表面上的球面坐标称为地理坐标。地理坐标在不同的坐标框架中有多种,其中常用的有大地坐标和天文坐标,如表 1.2 所示。

表 1.2 大地坐标系和天文坐标系的比较

项目		大地坐标系	天文坐标系
基本面,线		参考椭球面,法线	大地水准面,铅垂线
坐标面		起始大地子午面,椭球赤道面、参考椭球面	起始天文子午面,地球赤道面、大地水准面
地理坐标	经度	L:起始大地子午面与测站大地子午面的夹角	λ:起始天文子午面与测站天文子午面的夹角
	纬度	B:法线与椭球赤道面交角	φ:垂线与地球赤道面交角
高程		H:沿法线至参考椭球面的距离	$H_{正}$:沿铅垂线至大地水准面的距离
方位角		A:大地子午面与包含照准点的法截面间夹角	α:天文子午面与包含照准点的垂直面间夹角
地理坐标获取方法		在椭球面上推算求得; 不能通过观测获得	通过天文观测方法直接测得; 不能经过推算求得
地理坐标的特点		依附于椭球面法线; 各点大地坐标相关; 计算求得,定位精度较高	依附于铅垂线; 各点天文坐标独立; 观测求得,定位精度较低

1. 大地坐标系

地面点 P 在参考椭球面上的位置用大地经度 L 和大地纬度 B 来表示,称为大地坐标。如果该点不在椭球面上,还要用到大地高 H。图 1.3 表示参考椭球,NS 为椭球短轴,包含短轴

的平面称为大地子午面，子午面与椭球相截的椭圆称为子午圈，NP_0S 为过 P 点的子午圈；垂直于短轴的平面与椭球面的截线称为平行圈，通过椭球中心并与短轴垂直的平面称为椭球赤道面，其相应的平行圈称为赤道；P 点的法线 PK 与椭球赤道面的夹角 B 就是 P 点的大地纬度，由赤道起算从 0°～90°，向北为正，称为北纬，向南为负，称为南纬；P 点的大地子午面 NP_0S 与起始大地子午面 NGS 的夹角 L 为 P 点的大地经度，由起始大地子午面起算，向东为正称为东经，向西为负称为西经；P 点沿法线至参考椭球面的距离 PP_0 称为 P 点的大地高 H；过 P 点法线与椭球面上另一点 Q 构成的法截面，它与 P 点大地子午面的夹角 A，称为 PQ 方向的大地方位角，由 P 点的正北方向起从 0°～360°顺时针方向量取。

2. 天文坐标系

地面点 P 在大地水准面上的位置用天文经度 λ 和天文纬度 φ 表示，称为天文坐标。若 P 点不在大地水准面上，则由 P 点沿铅垂线方向至大地水准面的距离 PP_1 称为正高 $H_{正}$。图 1.4 为大地水准面构成的大地体，ZZ_1 为地球的旋转轴；PP_2 为过 P 点的铅垂线，一般不与地球旋转轴相交，包含 P 点的垂线且与地轴 ZZ_1 平行的平面 $Z'PZ'_1$ 称为过 P 点的天文子午面，$Z'GZ'_1$ 是通过英国格林尼治天文台的起始天文子午面，也称为本初子午面；通过地心 O 并与地轴垂直的面是地球赤道面，该面与大地水准面的交线称为地球赤道；P 点的铅垂线与地球赤道面的交角称为天文纬度 φ，过 P 点的天文子午面与本初子午面的夹角 λ 称为天文经度，其度量方法与大地坐标的度量方法相同；P 点沿铅垂线至大地水准面的距离称为正高 $H_{正}$；过 P 点铅垂线和另一地面点 Q 所做的垂直面，与过 P 点的天文子午面的夹角 α，称为 PQ 方向的天文方位角，其度量方法与大地坐标的度量方法相同。

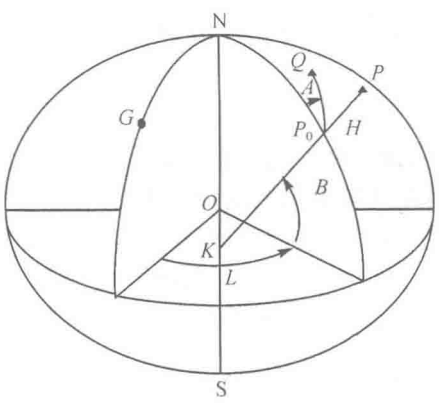


图 1.3 大地坐标系

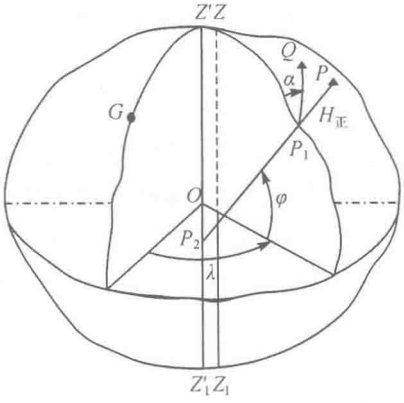


图 1.4 天文坐标系

3. 垂线偏差、大地水准面差距及两种坐标的关系

地球椭球与大地体间的相关位置确定后，由于大地水准面的不规则性，无论是参考椭球还是总地球椭球，其表面都不可能与大地水准面处处重合，故在同一点上所做的这两个面的法线，即大地水准面的铅垂线与椭球面的法线一般也不会重合(图 1.5)。两者之间的微小夹角 u 称为垂线偏差，u 在子午线和卯酉线上的投影分量通

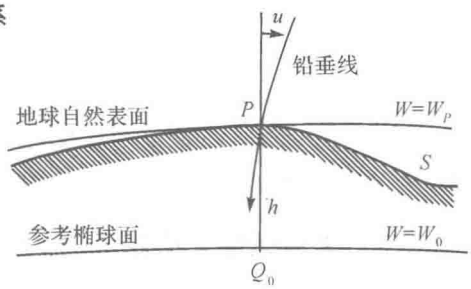


图 1.5 赫尔默特定义

常分别以 ξ 和 η 表示，ξ 向北为正，η 向东为正。显然，由于垂线偏差的存在，故同一点的两种坐标值是不一致的。

对应的面不同，垂线偏差的定义也有差异，具体如下：

(1)赫尔默特(Helmert)的定义：垂线偏差 u 是过地球表面 P 点的垂线方向与椭球面法线之间的夹角，如图 1.5 所示。椭球面上的 Q_0 点是通过椭球面法线与 P 点联系在一起的，不需要 Q_0 与 P 之间的实际重力场或正常重力场。

(2)莫洛坚斯基(Molodensky)的定义：垂线偏差 u 是地球表面 P 点的垂线方向与水准椭球等位面(似地球面)的法线之间的夹角，如图 1.6 所示。水准椭球的等位面与过 P 点的重力等位面具有同样的位值 W_P，而 Q 点位于似地球面上，似地球面与地球自然表面之间的高差称为高程异常 ζ。

(3)皮泽蒂(Pizetti)的定义：垂线偏差 u 是在 $W=W_0$ 的大地水准面上 P_0 的垂线方向与椭球面法线之间的夹角，如图 1.7 所示。P_0 点是由地面点 P 借助于垂线确定的。大地水准面与椭球面应具有相等的位 W_0。椭球面与大地水准面之间的高差称为大地水准面差距 N。当前者高于后者时，$N<0$；反之，$N>0$。

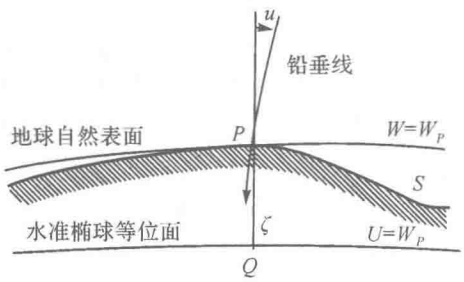


图 1.6 莫洛坚斯基定义

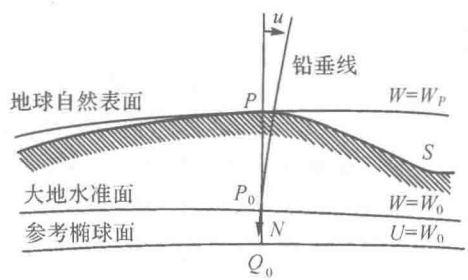


图 1.7 皮泽蒂定义

在上述定义中若椭球是总椭球，则相应的垂线偏差称为绝对垂线偏差；若是参考椭球，就称为相对垂线偏差。目前总椭球元素还在不断精化过程中，所以常用的都是相对垂线偏差。

大地坐标与天文坐标及大地方位角与天文方位角之间的关系式为

$$\left.\begin{aligned}\xi&=\varphi-B\\ \eta&=(\lambda-L)\cos\varphi\end{aligned}\right\}\tag{1.2}$$

$$A=\alpha-(\lambda-L)\sin\varphi\tag{1.3}$$

式(1.2)为垂线偏差方程，式(1.3)为拉普拉斯(Laplace)方程。同一点的天文坐标与大地坐标的垂线偏差称为天文大地垂线偏差。

§1.3 大地测量学简史

控制测量学作为大地测量发展起来极为重要的分支，大地测量学的发展历程就是控制测量学的发展历程，经历了早期、中期、近代和现代时期。

1.3.1 球形地球大地测量

在远古时代，我国就有“天圆地方”之说，将地球视为平面。公元前 6 世纪后半叶，毕达哥

拉斯(Pythagoras)提出了球形地球的观念。公元前3世纪,亚历山大(Alexandria)学者埃拉托色尼(Eratosthenes)首次用子午圈弧长测量法来估算地球半径。他发现,在夏至正午,日光直射赛尼(Syene)城的井底,即太阳天顶距为零。同日正午,位于同一子午线上(实际经差约2°)的亚力山大城,日光与垂线方向的夹角是圆周的1/50,即日光偏南7°12′(即太阳高度为82°48′),在两束光线平行假设下认为两城的纬差为7°12′,两城的距离根据骆驼商队行走的时间估计为5 000 stadia(古希腊长度单位,1 stadia≈185 m),按式(1.1)估算了地球半径约为40 000 stadia。尽管1 stadia的长度还存在争议,但这是人类应用弧度测量概念第一次估算了地球的大小。用天文方法测量子午圈弧长两端点的纬差,用控制方法测量两端点间的子午圈弧长,即以天文、控制测量方法为基础确定地球大小的基本原则,至今仍在使用。

我国最早一次对地球大小进行实测是在唐朝开元期间(公元713—741年),太史监南宫说在高僧一行(公元683—727年,俗名张遂)指导下,在今河南省地势平坦的平原上进行了弧度测量。他选择了大致位于同一子午线上的滑州白马(今滑县附近)、浚仪(今开封西北)、扶沟和上蔡4地作为弧度测量台站,用"复矩"测量北极星高度,用圭表测定日影长度,用测绳丈量站间距离(近300 km),推算了北极星相差一度对应的地面长度。在《旧唐书·天文志》中载记了测量结果:"……然大率五百二十六里二百七十步而北极差一度半,三百五十一里八十步而差一度……"化算为现代计量单位,这段纬度差1°的子午线长度约为132 km,比现代测量值110.95 km约长了21 km。

公元827年在阿拉伯回教主阿尔曼孟(Al.Mamun)的领导下也进行了一次有意义的弧度测量。测区选在伊拉克巴格达西北,两支测量队从北纬35°的同一点沿同一子午线分别向北、向南测量恒星高度到1°为止,弧长用以古阿拉伯尺为单位的木杆丈量。推算出纬度35°处的1°子午线弧长等于111.8 km,比正确值110.95 km只大1%。

中世纪欧洲在宗教的桎梏下,科学技术处于极度低迷状态,对地球形状问题没有研究记载。

1.3.2 椭球地球大地测量

在17世纪初,1615年荷兰人斯涅耳(Snell)首创了三角测量法,结束了实地距离丈量弧长的历史,推进了大地测量的发展。此后,望远镜、游标尺、十字丝、测微器等相继出现,开拓了大地测量的新时代。

天文学和物理学在地球形状、重力场及其空间位置等方面提出了许多新观念。波兰天文学家哥白尼(Copernicus),于1543年在其《关于天体的圆运动》的著作中,创立了日心说,确定了地球在太阳系中的空间位置;德国的开普勒(Kepler)于1619年发表了行星运动三大定律;意大利的伽利略(Galileo)于1590年根据自由落体原理进行了第一次重力测量。

英国物理学家牛顿(Newton,1642—1727)开创了椭球形状和大小研究的新时期。牛顿于1687年在其《自然哲学的数学原理》的著作中,根据万有引力定律和地球是均质流体的假设,认为在万有引力定律下,绕轴旋转的均质流体物质的均衡形状是两极扁平的旋转椭球,其扁率为$\alpha=(a-b)/a$(a、b分别是椭球长、短半轴),等于1/230,且重力加速度由赤道向两极与$\sin^2\varphi$(φ为地理纬度)成比例地增加。惠更斯(Huygens)在《关于重力的起因》的著作中,将地球质量集中在球心,推导的地球扁率为1/578,等于赤道离心力与引力之比的一半。旋转椭球的理论促进了几何大地测量学的发展,奠定了物理大地测量学基础。

我国清康熙四十七至五十五年(1708—1716),为测制《皇舆全图》,进行了大量的天文大地测

量工作。其中最有意义的是1710年当法国神父雷杰思(Regis)和杜德美(Jarteux)自齐齐哈尔南归时,曾在纬度47°～41°,用测绳实地丈量每度的弧长,发现这些弧长值随纬度不同而不同,由北向南逐渐减小,在这6°之间共差258尺(1尺=0.308 5 m),这为地球椭球之说提供了资料。

为了证明椭球学说,法国科学院组织的两个测量队于1735年分赴北欧的拉普兰和赤道的秘鲁,用三角测量法进行弧度测量。拉普兰(纬度66°)的子午圈1°弧长是111.92 km,比波卡于1669—1670年间在法国巴黎(纬度约49°)测量的子午圈1°上弧长111.21 km大了很多。秘鲁队在赤道附近测量的1°弧长为110.60 km。这些天文大地测量结果,有力地证明了椭球学说是正确的。

在这个阶段,几何大地测量在验证了牛顿的万有引力定律和证实了地球为椭球之后,走向成熟发展的道路,取得的成绩主要体现在以下几方面:

(1)建立长度单位。法国利用新的更精确的弧度测量结果,于1799年计算了一个新的椭球参数(称为1800年德朗布尔椭球)$a=6\ 375\ 653$ m、$\alpha=1:334$,并取其子午圈弧长的四千万分之一作为长度单位,称为1 m。从而在大地测量中有了明确的长度单位。

(2)提出最小二乘法。法国的勒让德(Legendre)于1806年首次发表了最小二乘法理论。但德国的高斯(Gauss)早已于1794年就应用这一理论推算了谷神星的轨道,1809年,在他的《天体运行论》著作中导出最小二乘法原理,利用具有观测误差的多余观测量求定待定参数最佳估值及其精度的方法沿用至今。

(3)开展椭球大地测量学研究。通过高斯、勒让德及贝塞尔等的不懈努力,解决了椭球数学性质、椭球面上数值计算及将椭球面投影到平面的正形投影方法。

(4)开展大规模弧度测量。由于测微器、基线尺、纬度及天文方位角观测方法等新设备和新技术的应用,以英国、法国、西班牙为代表的弧度测量和以德国、俄罗斯、美国等为代表的三角测量,促进了弧度测量的发展。

(5)推算了不同的地球椭球参数。最著名的有1841年贝塞尔椭球:$a=6\ 377\ 397$ m±210 m、$\alpha=1:299.153$;克拉克推算的1880年克拉克椭球:$a=6\ 378\ 249$ m;$\alpha=1:294.978$。

虽然大地测量学成绩斐然,但地球表面与椭球面、垂线与法线如何建立简单的数学关系,成为发展道路上的障碍。1872年,德国的李斯廷(Listing)提出了大地水准面概念,将人类对地球的认知由椭球面推进到大地水准面的新阶段。

1.3.3 大地水准面的大地测量

大地测量学在大地水准面阶段的进展如下:

(1)布设大范围天文大地网,为地球科学研究提供基础资料。

1800—1900年印度天文大地网:一等三角锁总长超过20 000 km,平均边长约45 km,基线间距700～1 200 km。但网中拉普拉斯点与天文点较稀疏,后加以补测。

1911—1935年美国天文大地网:一等三角锁全长约70 000 km,基线平均间距400 km,天文点间平均间距150 km,拉普拉斯点平均间距250 km。

1924—1950年苏联天文大地网:一等三角锁75 000 km,在一等锁交叉处都布设了拉普拉斯点和起始边。

(2)因瓦基线尺、带平行玻璃板测微器的水准仪及因瓦水准标尺的应用,成为大地测量的纽带。

(3)1947年瑞典人贝尔格斯川德(Bergstrand)成功研制了世界上第一台光电测距仪,20世纪60年代出现了激光测距仪;1956年南非人沃德利(Waldley)成功研制了世界第一台微波测距仪,20世纪60年代出现了激光测距仪,70年代德国首先研制成功了测距、测角相结合的电子速测仪,还有一些其他的精密测距定位系统也相继问世,不但替代了传统控制测量中的基线丈量,也使快速导线及测边网、边角网测量成为可能。

(4)20世纪70年代卫星多普勒技术、海洋卫星雷达测高、卫星激光测距(satellite laser ranging,SLR)和甚长基线干涉测量(very long baseline interferometer,VLBI)等相继应用,特别是20世纪末,美国全球定位系统(Global Positioning System,GPS)、俄罗斯的全球导航卫星系统(global navigation satellite system,GLONASS)等具有高精度、全天候、高效率、多功能、操作简便等优点的卫星导航定位系统投入使用,被广泛应用到全国性大地控制网建立、地球动态参数测定和重力场模型精化、地球板块运动状态和地壳形变监测、高精度海岛联测及海洋大地测量,还被用于运动载体导航、远程武器制导、工程测量、城市及工程控制网建立、动态监测、设备安装、时间传递、速度测量等。

(5)利用空间探测器、卫星或空间飞行器,在月球表面或其他行星表面建立大地控制网和摄影测量,对月球或太阳系行星进行形状、大小及地形图的测绘,形成了月球和行星大地测量学。

(6)我国及其他国家都建立了高精度的天文大地网和大地参考基准。我国于1951—1975年建成了全国天文大地控制网,包括:一等锁系共5 206个三角点,构成326个锁段,这些锁段共形成120个锁环,全长75 000 km;二等锁网及二等三角全面网共33 478个点;青藏高原一等导线22条,全长约12 400 km,含426个导线点;二等导线48条,全长约6 800 km,含400个导线点;一、二等起始边467条,拉普拉斯方位角458个,用于推算垂线偏差的天文点2 218个,天文水准和天文重力水准线路全长64 000 km等。在1972—1982年,进行了天文大地网的平差计算,同时建立了我国新的大地测量基准——1980国家大地坐标系。此外,美国建立了横贯大陆的导线,联测了多普勒、甚长基线干涉测量及卫星激光测距观测站,建立了1983年北美大地基准,简称为NAD_{83}。加拿大和澳大利亚也分别建立了大地控制网。

(7)我国和其他国家还分别建立了大规模水准网。到1981年,我国共完成了全长约93 360 km的一等水准测量,构成100个闭合环,环线周长一般为800～1 500 km。1982年开始施测二等水准测量线路,总长137 000 km。平差计算于1985年完成,并建立了1985国家高程基准。美国、加拿大及墨西哥等国共同布设了北美水准网,其中包括81 160 km的一等水准路线,平差工作于1991年完成,所得结果称为1988年北美高程基准,简写为$NAVD_{88}$。此外,欧洲的芬兰、瑞典、英国等11个国家建立了统一的欧洲水准网,最后平差结果称为1973年欧洲统一水准网,简写为$UELN_{73}$。

(8)20世纪60年代,荷兰学者巴尔达(Baarda)重新研究并提出了大地控制网质量标准问题,明确提出了评价大地网质量的三项标准,即精度、可靠性和经费,在精度标准中,提出准则矩阵的概念。在20世纪70年代,德国学者格拉法伦德(Grafarend)等对大地控制网的优化设计进行了广泛的理论研究,提出了优化设计的四类分法及内容,系统地引进了数学规划的解法,并引进了准则矩阵建立的方法。最小二乘配置综合了平差、滤波和推估,形成了广义最小二乘平差理论。大地控制网优化设计理论和最小二乘配置很快在大地控制网、工程测量控制网及变形监测网等的优化设计中得到应用。