

新东方走向名牌初中数学课程专用培训教材

新思维数学

新东方小学数学研发中心 编著

经济问题：

$$\text{利润率} = \frac{\text{利润}}{\text{成本}} \times 100\%$$

浓度问题：

$$\text{溶液浓度} = \frac{\text{溶质质量}}{\text{溶液质量}} \times 100\%$$

分数裂项：

$$\frac{1}{a \times b} = \frac{1}{b-a} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right)$$



六年级

1

新东方 新思维 新数学

浙江教育出版社

附赠超值学习卡

新东方
XDF.CN

+ - × ÷

新东方小学数学研发中心 编著

新思维数学

六年级

1



浙江教育出版社·杭州

图书在版编目(CIP)数据

新思维数学. 六年级. 1 / 新东方小学数学研发中心
著. —杭州: 浙江教育出版社, 2014. 6
ISBN 978-7-5338-9402-3

I. ①新… II. ①新… III. ①小学数学课—教学参考资料 IV. ①G624.503

中国版本图书馆CIP数据核字(2014)第096259号

新思维数学. 六年级. 1

编 著 新东方小学数学研发中心
责任编辑 孔令宇
责任校对 蔡 歆
责任印务 陆 江
封面设计 赵 甜
插 图 八度出版服务机构
出版发行 浙江教育出版社
(杭州市天目山路40号 邮编: 310013)
印 刷 北京博图彩色印刷有限公司
开 本 787×1092 1/16
印 张 9.25
字 数 87 000
版 次 2014年6月第1版
印 次 2014年6月第1次印刷
标准书号 ISBN 978-7-5338-9402-3
定 价 45.00元
联系电话 0571-85170300-80928
电子邮箱 bj62605588@163.com
网 址 www.zjeph.com

版权所有·侵权必究

如有缺页、倒页、脱页等印装质量问题,请拨打服务热线:010-62605166。

新东方新思维数学编委会

策 划 泡泡少儿教育推广管理中心

总 顾 问 陶晓永

顾 问 彭 林 方运加

主任统筹 吴 强

编 委	高旭东	王 晨	姜森鑫	梁美玲	詹 杰
	杨春景	姜兆伟	王春峰	赵明月	周一樨
	李博亚	王文静	朱芝霖	胡 剑	翟广庆
	张秋艳	邓 敏	王瀚洋	李斯粤	罗 岑
	周一喆	周 敏	林 瀚	张君程	王 琨
	彭 琪	金培培	麻瑞芳	严雅婷	姜志斌
	周凯宇	丁 玲	姜 伟		

著名数学家华罗庚先生曾说过：“宇宙之大，粒子之微，火箭之速，化工之巧，地球之变，日用之繁，无处不用数学。”由此可见，数学有着十分广泛的应用领域。对于广大小学生来说，如果他们在升入中学之前的这段黄金智力开发期进行一些富有挑战性的思维能力训练，对其学习、生活、竞争力的提升乃至以后的工作都将起到至关重要的作用。

新东方开设的小学数学新思维训练课程恰恰是为了让广大学生真正体会数学之用，帮助他们学会运用数学知识来处理 and 解决各种问题，最大限度地激发他们的潜能，提高他们的综合素质，使他们成为未来的精英。

《新思维数学》系列教材由新东方小学数学研发中心倾力打造，该教材在大量科学的教学实践基础上编写而成，蕴含了许多原创性的思想与思路，较好地适应了当前数学教育改革的要求，充分体现了以数学文化、数学思维和数学技能为主干的特点，发挥了数学在培养人的综合素质方面的优势功能。从总体上说，该系列教材具有以下特色：

一、教学理念先进

教材内容紧密联系实际生活，通过大量生动有趣的图画和故事，把小学阶段的重要数学知识融入到趣味横生的情景中，让学生在轻松快乐的氛围中训练和提升观察分析能力、理解能力、空间想象能力、逻辑推理能力、逆向思考能力以及解决问题的能力，培养发散思维、逻辑思维和创新思维，开发他们的潜能。

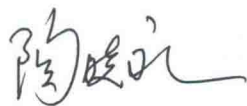
二、编排体例科学

通过设置重点明确的“学习目标”、脉络清晰的“知识导航”、简明扼要的“课前预习”、极具代表性的“例题精讲”和梯度合理的“课后作业”，讲、学、练科学结合，使教材变得更加易教和易学。

三、内容设计独特

以牛小顿、安小珊、J博士和安小兔四个卡通形象为主角，精心编写与知识点相关的生动有趣的漫画故事及例题，借此为学生搭建起数学知识与实际生活之间的桥梁，使数学知识变得生动、形象。此外，教材中穿插了丰富多元的百科知识，不仅使教学内容富有乐趣，而且能很好地帮助学生拓展知识面。

综上所述，《新思维数学》系列教材理念先进、内容新颖、设计独特。我们希望更多的学生通过使用该系列教材，真正感受到学习数学的乐趣，学会运用数学知识解决各种实际问题，同时变得更聪明、更智慧、更具有创造力！



2012年12月12日
于北京

中国数学奥林匹克高级教练
北京数学竞赛集训队教练组组长
“华罗庚金杯”赛主试委员会会员



◀ 牛小顿

他是班里的“数学小王子”，对数学有着浓厚的兴趣。他聪明机智，善于思考；他活泼好动，酷爱探险；他英勇无畏，乐于助人。不过，他也很调皮，是同学们的开心果。

安小珊 ▶

她是牛小顿的同班同学，是个人见人爱的小女孩。她既聪明，又善良；既善于思考，又勤于动手；既乐于助人，又爱护小动物……



◀ J博士

他是学生的良师益友，知识广博，平易近人，深受学生们的爱戴。他常自称是祖冲之的后代，喜欢与同学们一起探讨数学难题，喜欢给同学们讲有关数学家的小故事，喜欢带领同学们应用数学知识发明制作新奇的小工具……

安小兔 ▶

她是与安小珊亲密无间的精灵小兔。小兔可爱至极，她时而伶俐，时而愚钝，时而搞怪，时而乖巧……





目 录

第1讲	分数的比较与估算	1
第2讲	分数的数列运算	11
第3讲	图形计数	21
第4讲	工程问题	31
第5讲	经济问题	41
第6讲	浓度问题	51
第7讲	往返问题	61
第8讲	扶梯问题	71
第9讲	发车问题	81
第10讲	一元一次方程之比例篇	91
第11讲	二元一次不定方程	101
第12讲	长方体与正方体	111
第13讲	圆柱与圆锥	121
第14讲	统筹问题	131

第 1 讲 分数的比较与估算





学习目标

- 1. 会点:** 运用通分母或通分子的方法解决多个分数的排序问题。
- 2. 重点:** 掌握差比法和倒比法解决复杂分数的比较问题。
- 3. 难点:** 理解不同变相同的缩放法解决分数求和的估算问题。



知识导航

六年级·1 第2讲 分数的数列运算

六年级·1 第1讲 分数的比较与估算

五年级·4 第1讲 分数和小数混合运算



课前预习

1. 分数排序的基本方法

在给多个分数排序时，通常先计算所有分母的最小公倍数，然后将每个分数进行通分，将这些分数转化为同分母分数后再比较分子的大小。在排序时，注意要按照题目要求排序并逐一进行编号，以便记录正确的排序结果。

例如：将 $\frac{1}{2}$ ， $\frac{2}{3}$ ， $\frac{3}{5}$ 和 $\frac{5}{7}$ 按照从小到大的顺序排列。

排序时，首先计算所有分数分母的最小公倍数： $2 \times 3 \times 5 \times 7 = 210$ ，然后将每个分数逐一通分并标号：



$$\frac{1}{2} = \frac{105}{210} \text{ ①}, \quad \frac{2}{3} = \frac{140}{210} \text{ ③}, \quad \frac{3}{5} = \frac{126}{210} \text{ ②}, \quad \frac{5}{7} = \frac{150}{210} \text{ ④}$$

最后，按照从小到大的顺序排列： $\frac{1}{2} < \frac{3}{5} < \frac{2}{3} < \frac{5}{7}$ 。

2. 比较分数大小的常用方法

除了分数排序中讲到的通分母方法外，还有很多方法可以比较分数的大小。现以比较 $\frac{4}{7}$ 和 $\frac{5}{9}$ 为例，介绍以下三种常用方法：

2.1 通分子

与通分母方法相同，可将分数转化为同分子分数后再比较大小。分子相同的分数，分母越小的分数越大。

$$\frac{4}{7} = \frac{20}{35}, \quad \frac{5}{9} = \frac{20}{36}。 \text{ 因为 } \frac{20}{35} > \frac{20}{36}, \text{ 所以 } \frac{4}{7} > \frac{5}{9}。$$

2.2 差比法

通过计算分数与某个数（通常是 1 或 $\frac{1}{2}$ ）的差值进行比较。

由于这两个分数与 $\frac{1}{2}$ 接近，因此可将这两个分数同时减去 $\frac{1}{2}$ ，得到：

$$\frac{4}{7} - \frac{1}{2} = \frac{1}{14}, \quad \frac{5}{9} - \frac{1}{2} = \frac{1}{18}。 \text{ 因为 } \frac{1}{14} > \frac{1}{18}, \text{ 所以 } \frac{4}{7} > \frac{5}{9}。$$

2.3 倒比法

比较两个分数倒数的大小，倒数越大的分数越小。

$$\frac{7}{4} = 1.75, \quad \frac{9}{5} = 1.8。 \text{ 因为 } 1.8 > 1.75, \text{ 所以 } \frac{4}{7} > \frac{5}{9}。$$

3. 分数估算的放缩法

将异分母分数改写为同分母分数，使算式结果适当地放大或缩小，进而估算算式结果的整数部分，这种方法被称为放缩法。这种方法并不是通分，而是改变了分数的大小，其关键在于统一为哪个分母，是部分变化还是整体变化。

例如：求 $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6}$ 的整数部分。

$$\text{因为 } \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} < \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} < 2,$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} > \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + 0 + 0 > 1,$$

所以这个算式的整数部分为 1。

例题精讲



例题 1

将 $\frac{18}{25}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{11}{15}$, $\frac{7}{10}$, $\frac{61}{75}$ 按照从小到大的顺序排列。

【点拨】

这几个分数分母的最小公倍数是多少？可以将这几个分数的分母统一吗？



例题 2

如果按照大小顺序排列分数 $\frac{2}{3}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{15}{23}$, $\frac{10}{17}$, $\frac{12}{19}$ ，排在最中间的是哪个数？

【点拨】

这五个分数的分母两两互质，所以将它们通分母比较麻烦。观察分子，这五个分数分子的最小公倍数是多少呢？




例题 3

将 $\frac{98764}{98765}$, $\frac{9875}{9876}$, $\frac{986}{987}$, $\frac{97}{98}$ 和 $\frac{8}{9}$ 按照从小到大的顺序排列。

【点拨】

这五个分数的分母两两互质、分子两两互质，且每个分数的分母都比分子大 1，可以利用这个关系比较它们的大小吗？


例题 4

试比较 $\frac{111}{1111}$ 和 $\frac{1111}{11111}$ 的大小。

【点拨】

用通分子、通分母或求差法比较这两个分数都比较麻烦。这两个分数的分母与分子存在怎样的倍数关系呢？可以利用倒比法来比较它们的大小吗？



例题 5

求 $\frac{1}{\frac{1}{2010} + \frac{1}{2011} + \frac{1}{2012} + \dots + \frac{1}{2019}}$ 的整数部分。

【点拨】

当无法求出分母的具体数值时，可以通过放大和缩小分母来估算分数的数值范围。那么该如何扩大和缩小呢？



例题 6

在下面两个方框内填入相邻的整数，使不等式成立。

$$\square < 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8} + \frac{1}{9} + \frac{1}{10} < \square$$

【点拨】

将这些分数直接相加非常麻烦，我们可以将一些分数放大或缩小成相近的分数后进行比较，那么该怎样缩放这些分数呢？



我国古算史上的“哥德巴赫猜想”

我国东汉著名数学家徐岳曾著《数术记遗》一书，书中记录了我国古代的 14 种计算方法。由于这本书在唐朝被列为明算科考必读课本，故得以传世。

这 14 种算法的名称都很有趣，它们分别是：积算、太乙算、两仪算、三才算、五行算、八卦算、九宫算、运筹算、了知算、成数算、把头算、龟算、珠算和计数。其中，“积算”就是筹算，即使用算筹计算。算筹是我国古代很多数学家都使用的算具，由许多小棍编制成。“珠算”就是用算盘计算，这是《数术记遗》中唯一沿用至今的算具。“计数”就是心算，这是国人所长，至今依然流行。三国时，神机妙算的诸葛亮运用的就是“太乙算”。

上述 14 种算法中，除“计数”外，其余 13 种都需要使用计算工具。但《数术记遗》只有文字介绍，并没有关于这些算具的图样示例，因此除算盘沿用至今外，其余算具均相继失传。这些算具究竟是什么样、如何进行计算已无人知晓，因而也被称为我国古算史上的“哥德巴赫猜想”。

既然是“哥德巴赫猜想”，自然会吸引很多人来研究。自 19 世纪以来，除了我国数学家外，中、英、日等国的许多科学家均曾尝试破译这些古代算具之谜。在众多“推想图”中，我国著名数学史家李培业于 1971 年绘制出的“推想图”在国内外影响最大，也最为学术界所认可。1992 年，长期师从李培业教授进行珠算研究的经济师程文茂破译了“太乙算”，并发明出“太乙算棋”，使一般学龄前儿童用 10 课时就能掌握万以内的加减法。2002 年，程文茂又制作出“古算十三品”，自此将《数术记遗》中的 13 种古代算具成功“复活”，这一古算史上的“哥德巴赫猜想”终被破解。

课后作业

1. 将下列分数按照从大到小的顺序排列：

$$\frac{1}{4}, \frac{7}{30}, \frac{4}{15}, \frac{3}{8}, \frac{9}{40}$$

2. 在 $\frac{4}{7}, \frac{6}{11}, \frac{10}{17}, \frac{60}{124}, \frac{206}{309}$ 中，哪个分数最大？

3. 将 $\frac{1233}{1234}, \frac{233}{234}, \frac{33}{34}$ 和 $\frac{3}{4}$ 按照从小到大的顺序排列。



4. 如果 $A = \frac{1111110}{2222221}$, $B = \frac{4444443}{8888887}$, A 与 B 哪个数较大?

5. 已知 $K = \frac{1}{\frac{1}{1980} + \frac{1}{1981} + \frac{1}{1982} + \cdots + \frac{1}{1997}}$, 那么 K 的整数部分是多少?

6. 求 $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \cdots + \frac{1}{15} + \frac{1}{16}$ 的整数部分。

