系统工程范例集

XI TONG GONG CHENG FAN LI JI

天津科技翻译出版公司

系 统 工 程 范 例 集

天津市系统工程学会

天津科技翻译出版公司

系统工程范例集

天津市系统工程学会

责任编辑　李丕章

· · ·

天津科技翻译出版公司出版

（天津市河西区吴家窑大街22号）

新华书店天津发行所发行

天津市武清县长宏印刷厂印刷

· · ·

开本787×1092　1/32　印张：8.5字数：160（千字）

1990年6月第1版　1990年6月第1次印刷

印数1600册

书号：ISBN 7-5433-0152-0/TP·2

定价：4元

序 言

评论社会经济系统的效果，首要的当推社会效益和经济效益，尤其是在重大问题上，社会效益更当首选。这是被国际国内无数事实所证明的真理。我们生活在天津的人都对此有深刻的体会。近年来天津在各方面取得的成绩，不能不说是由于市领导善于应用系统工程推进各方面工作而屡见成效的结果。我们天津在系统工程的理论和应用研究上，无论从环境、条件、人事各方面讲都是得天独厚。天津近年的建设：引滦工程、交通建设、城市煤气化、住房改造和建设、海港建设、新车站等等，无不引用了系统工程的方法，提高了工效。在城市的能源选择、水资源利用和开发、食品行业的发展、环境保护和区域经济规划等方面都作了大量的系统工程的研究，并按研究结果制定了相应措施，达到了或即将达到最好的结果。可以说天津市系统工程的队伍是在实际工作中成长的。当然，我们也有一定广度和深度的理论工作队伍。在这两支队伍的基础上，天津市系统工程学会于1988年5月成立了，而且在当年就召开了学术交流报告会。本论文选集就是那次会议论文中选出的一批代表性著作。

论文选集中的文章反映了天津市1988年以前在系统工程

理论、方法和应用方面的成果。论文涉及的方面很多，在应用方面有总体经济发展、经济结构分析、体制改革、技术改造、外汇风险、交通系统、汽车运输、城市供水、集中供热，建筑施工、栈桥石坝、飞机选型、生产调度、质量管理等。在方法上，则有决策分析、规划计划、评审评价，预测预报，仿真优化、排序排队、DSS等。在理论上，则有广义系统、极大代数上的随机性系统，多水平多目标多分支规划，稳定性的研究，大系统的新算法。希望本论文集能在全市系统工程界和全国系统工程界之间起到交流和相互学习的作用，并希望天津市系统工程工作者能在本论文集水平的基础上，更进一步作出更好的成绩。

刘　豹

1989.12 于天津

目 录

多水平多目标多分支规划问题研究

刘豹　严庆红
（天津大学系统工程研究所）

摘要

本文研究了多层决策系统中多个决策者之间具有博弈关系的优化问题，提出了多水平多目标多分支规划问题（MMMPP）解的概念和两种求解方法，在这类问题中上级与下级决策者之间具有stackelberg主从对策关系，同级决策者之间具有Nash平衡对策关系，最后给出了一个例子加以说明。

一、引言

复杂的社会经济系统通常具有以下一些特点：

（1）　有多个决策者参与决策；

（2）　每个决策者具有多个目标函数；

（3）　这些决策者在系统中或处于同一层次、或处于不同的层次；

（4）　决策是按一定的规律或顺序进行的；

（5）　各决策者之间存在着各种博奕关系，有主从的关系，合作的关系，非合作的甚至是相互冲突的关系。

考虑具有上述特点的决策系统，对于决策者处于同一层

次的情况，如果各个决策者的目标函数完全一致或决策者之间已达成某种协定，那么可以用多目标规划方法来处理；如果各决策者的目标完全相冲突，那么可以用零和对策来处理；如果各决策者之间既有相互一致，又有相互冲突的目标，那么可以用合作对策方法或非合作的Nash 平衡对策方法来处理。对于决策者处于不同层次的情况，如果各决策者的目标函数完全一致，那么可以用递阶的多目标规划来处理；如果各决策者之间既有一致、又有冲突的目标，那么可以用stackelberg对策（即主从对策）来处理。对于既有处于同一层次、又有处于不同层次决策者的情况，可以结合上述方法来处理。

虽然对策论方法能很好地描述决策者之间的博奕行为，但是由于缺乏有效的求解技术，还没能得到广泛的应用。另一方面，规划方法却有着成熟的求解技术和现成的软件。因此，人们开始寻找结合对策论思想与规划求解技术的新方法。80年前后，基于stackelberg 主从对策思想，人们提出了一种新的多水平规划方法[1]，它考虑了各层次上独立的决策者按顺序进行决策的情况，上级与下级决策者之间具有主从对策关系，上级对下级的影响是通过改变其策略集达到的，并且提出了一些算法来求解此类问题。但是，它仅仅考虑了每个层次（或水平）上只有一个决策者的情况。另一方面，基于Nash对策思想的平衡规划[2]考虑了同一层次上具有多个决策者的情况，在平衡状态，每个决策者都达到了其尽可能好的结果。综合上面的两种方法，Bard[3]提出了一种两水平多分支的规划方法，它考虑了系统是由一个上级部门和多个下级部门组成的情况，上级与下级之间具有主

从对策关系，同级之间具有平衡关系，每个决策者控制一个决策变量集，它们定义在一个相互依赖的策略集中，上级先根据下级的合理反应作出选择，然后下级多个决策者共同响应。以上方法的一个主要缺陷是它们仅仅考虑了每个决策者只有一个目标函数的情况。本文的主要工作是将多水平多分支规划推广到多水平多目标多分支规划，提出这类规划的数学模型和解的概念，并区分决策者的偏好结构是事后确定或在决策过程中不断变化两种情形，提出两种求解方法，最后给出一个例子加以说明。

二、两水平多目标多分支规划问题的数学模型

下面我们以上级具有一个决策者，下级具有N个决策者，且每个决策者具有多个目标函数的两水平多目标多分支规划问题（BMMPP）为例，说明这类问题的数学模型和解的定义。在这类问题中，每个决策者控制一个决策变量集，上级虽然不能直接控制下级的行为，但他完全知道下级对其选择的反应，并可以对下级施加影响，下级多个决策者将根据上级的给定达到一个非协作的平衡点。换句话说，这类问题的主要特征是上级决策者与下级决策者之间具有主从对策关系，而下级各决策者之间具有非合作的竞争平衡关系。BMMPP的数学模型可以表示如下：

$$\max \quad F^0(x^0, x^{\bar{0}})$$
$$x^0 \in X_0$$

其中$x^{\bar{0}} = (x^1, \cdots, x^N)$解

$$
\left.\begin{array}{l}
\max\ F^{i}(x^{i}, x^{\bar{i}}) \\
x^{i} \in X_{i} \\
\quad x \in S
\end{array}\right\} i=1,\ \cdots,\ N \qquad (1)
$$

式中：x^{i}为n^{i}维向量，$i=0$，…，N，

$F^{i}(x)$为m^{i}维向量函数，$i=0$，…，N，

$x=(x^{0}, x^{1}, \cdots, x^{N})$。

在以上模型中，上级决策者控制x^{0}，下级各决策者分别控制x^{i}，$i=1$，…，N。如果$x^{*}=(x^{0*}, x^{1*}, \cdots, x^{N*})$是BMMPP（1）的解，那么它必定满足以下条件，即对于给定x_{k}^{*}，$k\neq i$，$k=0$，…，N，那么x_{i}^{*}是第i个决策者的非劣解。

三、决策者事后确定偏好的折衷解搜寻法

如果在求解实际问题之前，能够知道决策者偏好的所有信息，那么每个决策者的多个目标函数都可以用一个效用函数来表示。在这种情况下MMMPP就可以转化成多水平多目标多分支规划问题来求解。

如果决策者的偏好在问题的求解过程中是隐含的，只有在最终决策时才能明显地表现出来，那么可以用下面的折衷解搜寻法来求解。它的基本思想是：先找出所有满足上级与下级之间主从对策关系，同级之间平衡对策关系的非劣解，然后由上级决策者从中挑选一个他认为最满意的解。算法的主要步骤如下：

步骤1：解上级问题

$$\max_{x^0 \in X_0} F^0(x)$$

$$\text{s.t.} \quad x \in X = X_0 \cap X_1 \cap \cdots \cap X_N \cap S$$

求得非劣解集为$E_0(\widetilde{x})$。

步骤2：固定$x^0 \in E_0(\widetilde{x})$及$x^k \in X_k$，$k \neq i, i=1, \cdots, N$，解下级第i个分支问题

$$\left.\begin{aligned} &\max_{x^i \in X_i} F^i(x) \\ &\text{s.t.} \quad x^0 \in E_0(\widetilde{x}) \\ &\qquad x^k \in X^k,\ k \neq i,\ k=1, \cdots, N \end{aligned}\right\} i=1, \cdots, N$$

求得非劣解为$E_i(\widetilde{x})$，$i=1, \cdots, N$。

步骤3：令交集$E'(\widetilde{x})$，$i=1, \cdots, N$。

步骤4：上级决策者根据其偏好从$E'(\widetilde{x})$中选择一个他认为最满意的折衷解。

说明：决策者在作决策时，一般要遵循以下的选择公理[4]，即接近理想点的替换解比远离理想点的替换解更受偏好，尽可能地接近理想点是人们的合理选择。根据这一公理，步骤4中折衷解的选择可以通过解下面的极小化问题来得到。

$$\min_{x \in E'(\widetilde{x})} L_p(x) =$$

$$\min_{x \in E'(\widetilde{x})} \left\{ \sum_{j=1}^{m^0} \lambda_j \left[\frac{F_j^{0*} - F_j^0(x)}{F_j^{0*}} \right]^p \right\}^{\frac{1}{p}}$$

其中 $0 \leqslant \lambda_i \leqslant 1$，$p=1, 2, \cdots, \infty$ 由决策者确定。

理想点 $F_j^{0*} = \max\limits_{x \in X} F_j^0$，$j=1, \cdots, m^0$。

四、决策者偏好不断变化的希望水平导向法

如果决策者的偏好不是固定不变的，而是要根据决策的进行情况，通过不断的人机交互作用而逐步确定，也就是说决策者的偏好变化是一个学习过程，那么BMMPP可以通过下面的希望水平导向法来求解。它的基本思想是：利用参考点法[5]，根据各决策者对其各目标的希望值，建立标量化效益函数（通过极大化此效益函数能得出离参考目标水平最近的非劣解）。然后用标量化函数来表示各决策者的效益函数，并用单目标多水平多分支的方法来求得满足决策者之间博奕关系的解。如果决策者对求得的解表示满意，那么计算结束；否则，由决策者改变其参考目标（或称希望水平），并重新确定各标量函数，再重复上述的计算过程，直到求出决策者满意的结果为止，其算法的基本步骤如下：

步骤1：令 $y_{j,t}^i = F_{j,t}^i$ 为t阶段第i个决策者的第j个目标。选择初始现状态 $\tilde{y}_{j,o}^i$，$j=1, \cdots, m^i$，$i=0, 1, \cdots, N$。

步骤2：求解 $m=m^0+m^1+\cdots+m^N$ 个静态优化问题

$$y_{j,max}^i = \max_{x \in X \cap X_i(\tilde{y}_t)} F_j^i(x),\ j=1, \cdots, m^i,$$

$$i=0, 1, \cdots, N。$$

其中$X_i(\tilde{y})=\{x\in R^{n^0+n^1+\cdots+n^N}: F^i(x)\geqslant \tilde{y}^i_t\}$，$i=0, 1, \cdots, N$。

计算$\Delta\tilde{y}^i_{j,t}=y^i_{j,max}-\tilde{y}^i_{j,t}$，$j=1, \cdots, m^i$，$i=0, 1, \cdots, N$，并通知给决策者。

步骤3：决策者确定其希望水平$\bar{y}^i_{j,t}$，

$$\tilde{y}^i_{j,t}\leqslant\bar{y}^i_{j,t}\leqslant y^i_{j,max},\ j=1, \cdots; m^i,\ i=0, \cdots, N。$$

然后建立如下形式的标量函数：

$$S_i=\min_{1\leqslant j\leqslant m^i}\lambda^i_j(y^i_{j,t}-\bar{y}^i_{j,t})+\varepsilon\sum_j^{m^i}\lambda^i_k(y^i_{k,t}-\bar{y}^i_{k,t})\ (i=0, 1, \cdots, N)$$

其中 $\lambda^i_j=(1/(\bar{y}^i_{j,t}-\tilde{y}^i_{j,t}))/\sum_k^{m^i}(1/(\bar{y}^i_{k,t}-\tilde{y}^i_{k,t}))\ (j=1, \cdots, m^i, i=0, 1, \cdots, N)$。

$\varepsilon>0$是一个很小的数以防出现退化情况，并保证解的收敛性。

步骤4：以极大化s_0作为上级决策者的目标，极大化s_i，$i=1, \cdots, N$，分别作为下级N个决策者的目标，这样构成了单目标两水平N分支问题。对它求解得$\hat{x}_t$及相应的目

标函数值$\hat{y}^{i}_{j,t}$，（$j=1, \cdots, m^{i}, i=0, 1, \cdots, N$）。若所有决策者对此结果表示满意，则交互作用过程结束，$x^{*}=\hat{x}$为此问题的解。否则，令$t=t+1$，由决策确定新的现状点$\tilde{y}^{i}_{j,t}$，转向步骤2。

说明：步骤4中现状点的改变可根据公式

$$\tilde{y}^{i}_{j,t+1}=\tilde{y}^{i}_{j,t}+\alpha_{t}(\hat{y}^{i}_{j,t}-\tilde{y}^{i}_{j,t}), \quad \alpha_{t}=\frac{1}{2t}。$$

四、计算举例

下面我们将文献[4]中的一个例子转化为BMMPP，并用它来进一步说明上面提出的两种算法。

已知下级有两个决策部门分别负责管理两个生产过程1和2，它们分别生产X和Y两种汽油产品。另有一个上级部门负责生产X和Y所需的两种原油A和B的供应。其主要的约束系数如下：

第一个生产过程x_1：1个单位的A加上3个单位的B将生产出5个单位的X和2个单位的Y。

第二个生产过程x_2：4个单位的A加上2个单位的B将生产出3个单位的X和8个单位的Y。

两个生产过程的边际利润分别为2个货币单位和3个货币单位，可提供原油A和B的总量为25个单位，并要求至少供应20个单位的X和6个单位的Y。

上级有两个目标函数，其一是使A种原油的使用量x_0越少越好，其二是销售X和Y两种产品所获取的利润越多越

好。

下级负责第一个生产过程的决策部门也有两个目标，即生产过程1的规模越大越好及生产尽可能多的产品X。

下级负责第二个生产过程的决策部门的两个目标是生产过程2的规模最大及生产尽可能多的产品Y。

问x_0，x_1，x_2各为多少，才能最好地满足上级与下级决策者之间具有主从关系，同级决策者具有Nash 平衡关系的上、下级决策部门的所有目标。

以上问题可写成如下的规划形式：

$$\left\{\begin{array}{l}\max\limits_{x_0}\left(F_1^0=2x_1+4x_2\right)\\ \max\limits_{x_0}\left(F_2^0=x_0\right)\end{array}\right.$$

其中x_1解 $$\left\{\begin{array}{l}\max\limits_{x_1}\left(F_1^1=5x_1+3x_2\right)\\ \max\limits_{x_1}\left(F_2^1=x_1\right)\end{array}\right.$$

其中x_2解 $$\left\{\begin{array}{l}\max\limits_{x_2}\left(F_1^2=2x_1+8x_2\right)\\ \max\limits_{x_2}\left(F_2^2=x_2\right)\end{array}\right.$$

满足约束

$$x\in S\left\{\begin{array}{ll}x_1+4x_2-x_0\leqslant 0 & \\ 3x_1+2x_2+x_0\leqslant 25 & \\ 5x_1+3x_2 & \geqslant 20\\ 2x_1+8x_2 & \geqslant 6\\ x_0\geqslant 0,\ x_1\geqslant 0,\ x_2\geqslant 0 & \end{array}\right.$$

下面我们分别用折衷解搜寻法及希望水平导向法求解这个问题。

（1） 折衷解搜寻法。

步骤1：解得上级问题的非劣解集为

$$E_0(\tilde{x})=\{x\in S:\ x_1+4x_2-x_0=0,\ 3x_1+2x_2+x_0=25\text{或}x_1+4x_2-x_0=0,\ x_2=0\}$$

步骤2：固定$x_0\in E_0(\tilde{x})$，解下级问题得平衡点集为

$$E_1(\tilde{x})=E_2(\tilde{x})=\{x\in S:\ x_1+4x_2-x_0=0,\ 3x_1+2x_2+x_0=25\}。$$

步骤3：求得交集

$$E'(\tilde{x})=E_1(\tilde{x})\cap E_2(\tilde{x})=\{x\in S:\ x_1+4x_2-x_0=0,\ 3x_1+2x_2+x_0=25\}。$$

步骤4：求得上级的理想点为$(F_1^0,F_2^0)=(12.5-4)$，$x^*=(x_0,x_1,x_2)=(4,\frac{5}{2},\frac{5}{2})$。如令$\lambda_1=\lambda_2$，$p=2$，则得离理想点最近且满足约束条件的折衷解为 $x^*=(\frac{25}{4},0,\frac{25}{4})$。此时相应的X产品为31.25个单位，Y产品为12.5个单位，获利润12.5个货币单位。

（2） 希望水平导向法。

步骤2：选初始现状点

$$\tilde{y}_0=(\tilde{y}^0_{1,0},\tilde{y}^0_{2,0},\tilde{y}^1_{1,0},\tilde{y}^1_{2,0},\tilde{y}^2_{1,0},\tilde{y}^2_{2,0})$$

$=(0, -6, 0, 0, 0, 0)$。

步骤2：求得约束域中各目标的极大值为

$$y_{max}=(y^0_{1,max}, y^0_{1,max}, y^1_{1,max}, y^1_{2,max}, y^2_{1,max}, y^2_{2,max})$$

$$=(12.5, -4, 3.25, 6.25, 25, 2.5)$$

且$\Delta\tilde{y}=(12.5, 2, 31.25, 6.25, 25, 2.5)$，通知给各决策部门。

步骤3：选希望水平

$$\bar{y}_0=(\bar{y}^0_{1,0}, \bar{y}^0_{2,0}, \bar{y}^1_{1,0}, \bar{y}^1_{2,0}, \bar{y}^2_{1,0}, \bar{y}^2_{2,0})$$

$$=(10, -4.5, 30, 6, 20, 2)$$

计算得

$$\lambda_0=(\lambda^0_1, \lambda^0_2, \lambda^1_1, \lambda^1_2, \lambda^2_1, \lambda^2_2)$$

$$=(0.066, 0.439, 0.022, 0.11, 0.033, 0.33)$$

$$s_1=0.439(-x_0+4.5)$$

$$s_2=0.11(x_1-6)$$

$$s_3=0.33(x_2-2)。$$

步骤4：求解得

$$\hat{x}=(4, 0, 4)$$

$$\hat{y}=(\hat{y}^0_{1,0}, \hat{y}^0_{2,0}, \hat{y}^1_{1,0}, \hat{y}^1_{2,0}, \hat{y}^2_{1,0}, \hat{y}^2_{2,0})$$

$$=(8, -4, 20, 4, 8, 0)$$

决策者对此结果表示满意，则$x^*=\hat{x}=(4, 0, 4)$计算结束。