



International Association for  
Bridge Maintenance and Safety  
国际桥梁维护与安全协会



International Association for Bridge  
Maintenance and Safety China Group  
国际桥梁维护与安全协会中国团组

**Bridge Maintenance, Safety and Management:  
Multiscale Method and Performance Evaluation**  
**桥梁维护、安全与运营管理**  
**——多尺度方法与性能评估**

陈艾荣 冯良平 阮欣 编



人民交通出版社股份有限公司  
China Communications Press Co., Ltd.

# 桥梁维护、安全与运营管理

## ——多尺度方法与性能评估

陈艾荣 冯良平 阮欣 编



人民交通出版社股份有限公司  
China Communications Press Co., Ltd.

## 内 容 提 要

本书重点介绍了近年来桥梁维护、安全与运营管理方面的新发展,以及桥梁运营、管理维护过程中的多尺度方法和桥梁性能评估技术方面的最新进展。具体内容包括:GFRP材料性能、混凝土氯离子扩散、正交异性钢桥面板疲劳开裂过程的多尺度模拟方法;大跨径桥梁多尺度随机车流模拟理论、斜拉桥结构多尺度模型修正方法;以及基于监测数据和模拟分析结果的大跨度悬索桥、钢箱梁桥、混凝土梁桥等桥梁结构在各种不利情况下的监测、评估以及养护维修方法。

本书可供从事桥梁设计、管理养护及相关研究人员使用,也可供高等院校相关专业的高年级本科生和研究生参考使用。

### 图书在版编目(CIP)数据

桥梁维护、安全与运营管理. 多尺度方法与性能评估/  
陈艾荣, 冯良平, 阮欣编. — 北京: 人民交通出版社股份  
有限公司, 2019. 4

ISBN 978-7-114-15428-7

I. ①桥… II. ①陈… ②冯… ③阮… III. ①桥—维  
修②桥—安全管理③桥—运营管理 IV. ①U445. 7

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2019)第 056943 号

书 名: 桥梁维护、安全与运营管理——多尺度方法与性能评估

著 者: 陈艾荣 冯良平 阮欣

责任编辑: 曲乐 李娜

责任校对: 刘芹

责任印制: 张凯

出版发行: 人民交通出版社股份有限公司

地 址: (100011)北京市朝阳区安定门外外馆斜街3号

网 址: <http://www.ccpres.com.cn>

销售电话: (010)59757973

总 经 销: 人民交通出版社股份有限公司发行部

经 销: 各地新华书店

印 刷: 北京市密东印刷有限公司

开 本: 720×960 1/16

印 张: 29.5

字 数: 476 千

版 次: 2019年4月 第1版

印 次: 2019年4月 第1次印刷

书 号: ISBN 978-7-114-15428-7

定 价: 99.00 元

(有印刷、装订质量问题的图书,由本公司负责调换)



改革开放 40 余年,大量桥梁工程建成并投入使用,桥梁维护与管理需求日益扩大。如何科学、高效地开展桥梁维护与管理、保持和提升长期性能正在成为国内乃至世界桥梁工程界的热点问题。国际桥梁养护与安全协会(International Association for Bridge Maintenance and Safety)正是专注于这一领域的国际学术协会。它成立于 1999 年,协会的宗旨为提升桥梁养护、安全和管理领域的国际交流与合作,增强理论与实践之间的沟通,促进技术发展和创新。协会创建以来,通过主办和协办国际会议、技术论坛等活动,为桥梁管养相关领域的工程师、管理者和研究人员提供了一个相互了解和交流的平台,对促进领域发展做出了积极贡献。

国际桥梁养护与安全协会主办和协办的众多会议和专题活动中最为重要的是桥梁维护、安全和管理系列国际会议。自 2002 起,逢双年,已分别于西班牙、日本、葡萄牙、韩国、美国、意大利、中国、巴西和澳大利亚举办了九届会议,其中第七届会议于 2014 年在中国上海召开,会议吸引了来自近 40 个国家的 700 余位代表,收到 600 余篇论文摘要,并最终录用了 396 篇论文,会议组织了 48 场专题研讨会,获得了圆满成功。

以 2012 年会议为契机,在业内同仁的支持下,2012 年,在同济大学成立了国际桥梁养护与安全协会的中国团组(IABMAS-China Group),目的是促进和提升国内桥梁维护与安全领域内的研究及学术联系,促进领域内工程师、管理者和研究人员的学术交流。协会每两年举办一次全国桥梁维护与安全学术会议。2012 年,第一届会议与团组成立大会同期在同济大学召开,



来自全国多家高等院校与研究单位近 200 人参加;2013 年 4 月,第二届全国桥梁维护与安全学术会议在重庆交通大学召开;2015 年 4 月,第三届全国桥梁维护与安全学术会议在长安大学召开;2017 年 6 月,第四届全国桥梁维护与安全学术会议在长沙理工大学召开,来自国内外 20 余所大学,10 余家科研、设计、检测、质监单位的 200 余名专家学者参会并就桥梁维护管养策略、桥梁可持续发展、寿命周期设计等 14 个研究主题开展讨论。2019 年 4 月,第五届全国桥梁维护与安全学术会议将在河海大学召开。同时,中国团组每两年均会以桥梁管养领域的最新技术进展和热点研究问题为主题征集稿件,邀请相关专家进行较长篇幅的描述和分析,并编辑形成专著。已出版的专著包括:2013 年 4 月出版的《桥梁维护、安全与运营管理——技术与挑战》、2015 年 5 月出版的《桥梁维护、安全与运营管理——迎接大数据时代》、2017 年 5 月出版的《桥梁维护、安全与运营管理——精细化与寿命延长》。

本书为此系列专著的第四本,主要结合近两年来桥梁安全、维护领域中有关多尺度方法和桥梁结构性能评估的最新研究进展,汇集了来自工程单位和高等院校的专家的最新研究成果,共计十五个章节。主要内容包括:GFRP 材料性能、混凝土氯离子扩散、正交异性钢桥面板疲劳开裂过程的多尺度模拟方法;大跨径桥梁多尺度随机车流模拟理论、斜拉桥结构多尺度模型修正方法;以及基于监测数据和模拟分析结果的大跨度悬索桥、钢箱梁桥、混凝土梁桥等桥梁结构在各种不利情况下的监测、评估以及养护维修方法等内容。

在我国桥梁维护与安全领域研究需求的不断推动下,IABMAS 中国团组得到了迅速的发展,在国内和国际相关领域内的影响力日益增强。中国团组也将利用这一优势,更好地组织国内相关研究领域内的学术交流,进一步促进领域发展,为社会进步做出积极贡献。2019 年 4 月将在河海大学召开第五届全国桥梁维护与安全学术会议,将就相关主题展开深入讨论。在此也借这个机会,对关注与支持中国桥梁维护与安全领域发展的研究者与读者致以真诚的谢意。

由于时间紧迫,编者水平有限,书中难免存在错漏,望广大读者不吝赐教。

国际桥梁维护与安全协会中国团组 主席

陈艾荣

2019 年 3 月

<b>第 1 章 GFRP 材料多尺度数值模拟</b> .....	1
1.1 引言 .....	1
1.2 非线性多尺度均匀化数值模拟 .....	2
1.3 多尺度数值模拟结果及讨论 .....	15
1.4 结语 .....	22
本章参考文献 .....	22
<b>第 2 章 混凝土氯离子扩散多尺度数值模拟</b> .....	26
2.1 引言 .....	26
2.2 混凝土的细观模型 .....	29
2.3 骨料对混凝土传质过程的影响 .....	32
2.4 细-宏观氯离子扩散过程多尺度分析 .....	38
2.5 结语 .....	50
本章参考文献 .....	51
<b>第 3 章 正交异性钢桥面板疲劳开裂过程的多尺度分析</b> .....	57
3.1 引言 .....	57
3.2 疲劳试验 .....	59
3.3 疲劳开裂过程分析 .....	65
3.4 多尺度疲劳试验的数值模拟 .....	70
3.5 结语 .....	80



本章参考文献 .....	81
<b>第4章 大跨径桥梁多尺度随机车流模拟理论 .....</b>	<b>87</b>
4.1 引言 .....	87
4.2 车流特性分析 .....	89
4.3 多尺度随机车流模拟方法 .....	95
4.4 车辆荷载响应极值预测方法 .....	100
4.5 随机车流模拟理论的工程应用 .....	107
4.6 结语 .....	114
本章参考文献 .....	114
<b>第5章 斜拉桥结构多尺度模型修正及确认 .....</b>	<b>118</b>
5.1 引言 .....	118
5.2 结构多尺度建模理论与方法 .....	120
5.3 基于两阶段响应面方法的斜拉桥多尺度模型修正 .....	127
5.4 斜拉桥多尺度模型确认方法 .....	139
5.5 结语 .....	147
本章参考文献 .....	148
<b>第6章 基于多尺度模型的正交异性钢桥面板疲劳分析 .....</b>	<b>152</b>
6.1 引言 .....	152
6.2 多尺度建模方法及正交异性钢桥面板疲劳分析原理 .....	154
6.3 基于子结构方法的空间一致多尺度模型建立 .....	161
6.4 微观尺度下疲劳细节子模型及应力特性分析 .....	169
6.5 结语 .....	176
本章参考文献 .....	177
<b>第7章 大跨度悬索桥主缆的多尺度评估、检测与维修策略 .....</b>	<b>182</b>
7.1 引言 .....	182
7.2 主缆的常见病害 .....	184
7.3 悬索桥主缆的多尺度分析模型 .....	186
7.4 主缆钢丝的断裂强度分析 .....	198
7.5 主缆的防护体系 .....	202
7.6 主缆的检测、维修策略 .....	205

7.7 结语 .....	211
本章参考文献 .....	212
<b>第8章 钢箱梁关键细节疲劳应力特征与病害处治技术研究 .....</b>	<b>215</b>
8.1 引言 .....	215
8.2 钢箱梁的病害特征及其分布 .....	217
8.3 移动轮载下疲劳应力的有限元分析 .....	221
8.4 钢箱梁轮载应力的实桥测试 .....	227
8.5 横隔板弧形切口部位加固方案研究 .....	235
8.6 结语 .....	240
本章参考文献 .....	241
<b>第9章 钢箱梁疲劳裂纹维修对策研究 .....</b>	<b>245</b>
9.1 引言 .....	245
9.2 钢箱梁疲劳开裂特征及损伤发展规律 .....	247
9.3 典型疲劳裂纹维修方法及特点 .....	250
9.4 疲劳裂纹维修加固试验研究 .....	252
9.5 维修效果对比分析 .....	256
9.6 疲劳裂纹的现场维修及效果评价 .....	263
9.7 结语 .....	264
本章参考文献 .....	265
<b>第10章 大跨度悬索桥主梁涡激振动动态监控 .....</b>	<b>269</b>
10.1 引言 .....	269
10.2 监测系统概况 .....	270
10.3 涡激振动影响因素分析 .....	271
10.4 涡激振动动态监控模型 .....	276
10.5 涡激振动预警分级 .....	280
10.6 工程应用 .....	285
10.7 结语 .....	293
本章参考文献 .....	294
<b>第11章 “移动式桥梁综合医院”应用初探 .....</b>	<b>297</b>
11.1 引言 .....	297



11.2	短期监测应用探索 .....	298
11.3	整体结构宏观受力短期监测与分析 .....	302
11.4	混凝土结构关键裂缝短期监测与分析 .....	310
11.5	钢结构耐久性短期监测与分析 .....	317
11.6	斜拉索异常振动短期监测与分析 .....	321
11.7	结语 .....	325
	本章参考文献 .....	326
<b>第 12 章</b>	<b>基于大数据的混凝土梁桥长期性能损伤分析</b> .....	<b>329</b>
12.1	引言 .....	329
12.2	江苏省混凝土梁桥分类及损伤概况 .....	330
12.3	空心板梁桥损伤数据分析 .....	331
12.4	组合箱梁桥损伤数据分析 .....	337
12.5	基于数据分析的混凝土梁桥性能退化模型 .....	341
12.6	结语 .....	346
	本章参考文献 .....	347
<b>第 13 章</b>	<b>空心板梁桥退化规律与预防性养护时机</b> .....	<b>351</b>
13.1	引言 .....	351
13.2	空心板梁桥技术状况退化规律 .....	352
13.3	不同路网等级的桥梁退化 .....	361
13.4	空心板梁桥结构预防性养护的时机选择 .....	369
13.5	结语 .....	380
	本章参考文献 .....	380
<b>第 14 章</b>	<b>预应力混凝土空心板梁的火损试验、评估与加固方法研究</b> .....	<b>383</b>
14.1	引言 .....	383
14.2	火灾模拟试验 .....	386
14.3	预应力混凝土空心板梁火灾性状研究 .....	391
14.4	火灾后检测方法研究 .....	412
14.5	预应力混凝土空心板梁火灾效应分析 .....	416
14.6	预应力混凝土空心板梁火灾后力学性能规律研究 .....	425
14.7	预应力混凝土空心板梁火灾后损伤评估方法研究 .....	429

14.8 火灾后维修加固研究 .....	432
14.9 结语 .....	434
本章参考文献 .....	435
<b>第 15 章 箱梁桥横向多路径失效模式</b> .....	<b>439</b>
15.1 引言 .....	439
15.2 箱梁桥整体稳定失效模式 .....	439
15.3 箱梁桥构件强度破坏失效模式 .....	444
15.4 失效路径和横向设计 .....	451
15.5 结语 .....	457
本章参考文献 .....	457

# 第 1 章 GFRP 材料多尺度数值模拟



刘玉擎, 辛灏辉

同济大学桥梁工程系, 上海, 200092

1

## 1.1 引言

GFRP 桥面板通常包括树脂/纤维、单层板、层合板和桥面结构四个尺度<sup>[1-5]</sup>。如图 1.1 所示, 管型 GFRP 桥面板由层合板构成, 层合板由若干厚度、纤维方向不同的单层板铺设而成, 单层板由玻璃纤维、树脂、填料等复合而成。层合板通常包含多种铺设方向的单层板, 用纤维原纱构成的  $0^\circ$  层承受轴向荷载, 双轴向织物构成的  $\pm 45^\circ$  层承受剪切荷载, 单轴向织物构成的  $90^\circ$  层用来承受横向荷载。单层板厚度、纤维方向及铺设顺序对层合板的性能影响很大, 不同层合板所组成的桥面板力学性能各异。

因此, GFRP 桥面板力学性能分析需综合不同尺度, 由纤维、树脂材料、界面性能和增强结构几何参数来评估单层板承载性能, 由单层板强度和层间界面性能评估层合板性能, 最后由层合板性能和粘接界面性能评估桥面板承载性能。

拉挤 GFRP 桥面板单层板由玻璃纤维和树脂等复合而成, 玻璃纤维和树脂两者体积含量不尽相同, 纤维形态各异, 可单向排列, 也可制成织物, 所得

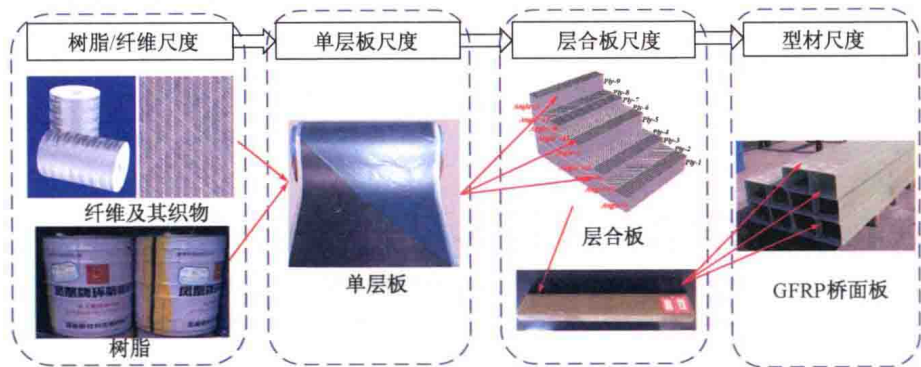


图 1.1 管型 GFRP 桥面板不同尺度

复合材料的宏观力学响应差异较大<sup>[6]</sup>,完全通过试验来确定 FRP 宏观力学响应十分困难。玻璃纤维结构形态的多样性及环氧树脂材料、纤维/树脂界面本构的复杂性,急剧增加了单层板弹性模量及强度预测的难度,从解析细观力学的角度求解类似织物增强单层板复杂胞元的材料性能十分困难。相比于细观力学解析理论,多尺度均匀化有限元计算方法可以有效弥补该缺点。

拉挤 GFRP 桥面板轻质、高强,是实现桥梁结构轻型化和装配化的一个十分有效的途径。FRP 结构设计和制造与传统材料结构区别较大,结构设计和制造与 FRP 材料密不可分,需综合细观和宏观力学,从多个层面和多个尺度开展研究。为此,本节介绍在 FRP 材料线弹性及非线性多尺度均匀化数值模拟方面所开展的工作,为复合材料的设计与性能预测提供支撑。

## 1.2 非线性多尺度均匀化数值模拟

复合材料组分的多样性及组分材料本构的复杂性急剧增加了复合材料弹性模量及强度预测的难度,从细观力学的角度求解类似纤维织物增强单层板、带气孔的发泡材料、纤维增强混凝土等复杂胞元的材料性能十分困难,多尺度均匀化有限元计算方法是解决这一问题的有效途径之一。多尺度渐进法的核心是均匀化,将细观单胞模型均匀化后获得平均力学信息,然后将力学信息传递至宏观尺度开展结构分析。基本求解思路为:①将宏观应变降阶至细观胞元 RVE,通过细观组分本构关系和周期性边界条件求解

细观组分应力分布;②将细观应力均匀化后传递至宏观尺度,实现用细观组分性能预测宏观结构力学性能。

### 1.2.1 非线性双尺度均匀化理论

为了方便同时考虑材料非线性和几何非线性问题,在非线性多尺度均匀化模拟中采用“变形梯度”和“名义应力”来表征材料本构关系。假设计算模型存在两个不同尺度:细观尺度和宏观尺度,双尺度力学控制方程<sup>[7]</sup>如下:

$$\frac{\partial P_{ij}^{\xi}}{\partial X_j} + B_i^{\xi} = 0 \quad \text{on} \quad \Omega_x^{\xi}$$

$$F_{ik}^{\xi} = \delta_{ik} + \frac{\partial u_i^{\xi}}{\partial X_k}$$

$$P_{ij}^{\xi} N_j^{\xi} = \bar{T}_i^{\xi} \quad \text{on} \quad \partial \Omega_X^{\xi}$$

$$u_i^{\xi} = \bar{u}_i \quad \text{on} \quad \partial \Omega_X^{u\xi}$$

$$\partial \Omega_X^{t\xi} \cup \partial \Omega_X^{u\xi} = \partial \Omega_X^{\xi}$$

$$\partial \Omega_X^{t\xi} \cap \partial \Omega_X^{u\xi} = 0$$

式中:  $F^{\xi}$ ——双尺度变形梯度矢量;

$P^{\xi}$ ——双尺度名义应力矢量;

$B_i^{\xi}$ ——双尺度体力矢量;

$\bar{T}_i^{\xi}$ ——双尺度面力矢量;

$N_j^{\xi}$ ——边界  $\partial \Omega_X^{\xi}$  的法向量;

下标  $i$  和  $j$ ——双尺度坐标轴;

下标  $X$ ——偏微分方程在初始(未变形)构形中建立;

下标  $x$ ——偏微分方程在当前(已变形)构形中建立。

如图 1.2 所示,  $X$  表示宏观域  $\Omega_x$  在初始构形中的坐标轴,  $Y$  表示微观域  $\Theta_Y$  在初始构形中的坐标轴。宏细观坐标系按下式桥联:

$$Y = \frac{1}{\xi}(X - \hat{X})$$

式中:  $\xi$ ——一个正无穷小量, 即  $0 < \xi \ll 1$ ;

$\hat{X}$ ——代表性体积胞元 RVE 中心的坐标。

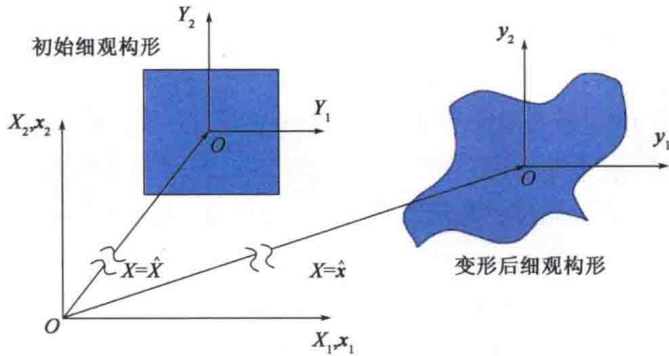


图 1.2 宏观坐标示意图<sup>[7]</sup>

采用渐进法,双尺度位移矢量可表示为:

$$u_i^\xi(X) = u_i^{(0)}(X) + \xi u_i^{(1)}(X, Y) + \xi^2 u_i^{(2)}(X, Y) + O(\xi^3)$$

由先前分析可知,在假设细观代表性体积胞元远小于宏观模型的前提下,位移渐进表达式中 0 阶为宏观位移,与细观坐标轴无关。采用泰勒级数,将 0 阶位移在 RVE 中心坐标处展开可得:

$$u_i^{(0)}(X) = u_i^{(0)}(\hat{X}) + \frac{\partial u_i^{(0)}}{\partial X_j} \Big|_{\hat{X}} (X_j - \hat{X}_j) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 u_i^{(0)}}{\partial X_j \partial X_k} \Big|_{\hat{X}} (X_j - \hat{X}_j)(X_k - \hat{X}_k) + \dots$$

由于  $X_j - \hat{X}_j = \xi Y_j$ ,则上式可进一步改写为:

$$u_i^{(0)}(X) = u_i^{(0)}(\hat{X}) + \xi \frac{\partial u_i^{(0)}}{\partial X_j} \Big|_{\hat{X}} Y_j + \xi^2 \frac{1}{2} \frac{\partial^2 u_i^{(0)}}{\partial X_j \partial X_k} \Big|_{\hat{X}} Y_j Y_k + O(\xi^3)$$

同 0 阶位移,将其他高阶位移均在 RVE 中心坐标  $\hat{X}$  处用泰勒级数展开:

$$u_i^{(n)}(X) = u_i^{(n)}(\hat{X}) + \xi \frac{\partial u_i^{(n)}}{\partial X_j} \Big|_{\hat{X}} Y_j + \xi^2 \frac{1}{2} \frac{\partial^2 u_i^{(n)}}{\partial X_j \partial X_k} \Big|_{\hat{X}} Y_j Y_k + O(\xi^3)$$

将位移展开式代入原始渐进式可得<sup>[7]</sup>:

$$u_i^\xi(X) = \hat{u}_i^{(0)}(X) + \xi \hat{u}_i^{(1)}(X, Y) + \xi^2 \hat{u}_i^{(2)}(X, Y) + O(\xi^3)$$

其中:

$$\hat{u}_i^{(0)}(X) = u_i^{(0)}(\hat{X}) \equiv u_i^c(\hat{X})$$

$$\hat{u}_i^{(1)}(X, Y) = u_i^{(1)}(\hat{X}, Y) + \left. \frac{\partial u_i^{(0)}}{\partial X_j} \right|_{\hat{X}} Y_j$$

$$\hat{u}_i^{(2)}(X, Y) = u_i^{(2)}(\hat{X}, Y) + \left. \frac{\partial u_i^{(1)}}{\partial X_j} \right|_{\hat{X}} Y_j + \frac{1}{2} \left. \frac{\partial^2 u_i^{(0)}}{\partial X_j \partial X_k} \right|_{\hat{X}} Y_j Y_k$$

式中:  $u_i^c(\hat{X})$ ——RVE 宏观位移, 相对于细观 RVE 为刚体平动。

由链式法则, 初始构形下的双尺度偏导关系式如下:

$$\frac{\partial f^\xi}{\partial X_i} = \frac{1}{\xi} \frac{\partial f(\hat{X}, Y)}{\partial Y_i}$$

因此, 双尺度位移对坐标系的偏导表达式如下:

$$\frac{\partial u_i^\xi}{\partial X_k} = \frac{1}{\xi} \frac{\partial \hat{u}_i(\hat{X}, Y)}{\partial Y_k} = \frac{\partial \hat{u}_i^{(1)}(\hat{X}, Y)}{\partial Y_k} + \xi \frac{\partial \hat{u}_i^{(2)}(\hat{X}, Y)}{\partial Y_k} + O(\xi^2)$$

式中:

$$\frac{\partial u_i^{(1)}(\hat{X}, Y)}{\partial Y_k} = \frac{\partial u_i^{(1)}(\hat{X}, Y)}{\partial Y_k} + \left. \frac{\partial u_i^{(0)}}{\partial X_k} \right|_{\hat{X}}$$

$$\frac{\partial \hat{u}_i^{(2)}(\hat{X}, Y)}{\partial Y_k} = \frac{\partial u_i^{(2)}(\hat{X}, Y)}{\partial Y_k} + \left. \frac{\partial u_i^{(1)}(\hat{X}, Y)}{\partial X_k} \right|_{\hat{X}} +$$

$$\left. \frac{\partial^2 u_i^{(1)}(\hat{X}, Y)}{\partial X_j \partial Y_k} \right|_{\hat{X}} Y_j + \left. \frac{\partial^2 u_i^{(0)}(\hat{X}, Y)}{\partial X_j \partial X_k} \right|_{\hat{X}} Y_j$$

综合上式, 双尺度位移梯度表达式<sup>[7]</sup>如下:

$$F_{ik}^\xi = \delta_{ik} + \frac{\partial u_i^\xi}{\partial X_k} = F_{ik}^{(0)}(\hat{X}, Y) + \xi F_{ik}^{(1)}(\hat{X}, Y) + O(\xi^2)$$

其中:

$$F_{ik}^{(0)}(\hat{X}, Y) = F_{ik}^c(\hat{X}) + F_{ik}^*(\hat{X}, Y) \equiv F_{ik}^f(\hat{X}, Y)$$

$$F_{ik}^c(\hat{X}) = \delta_{ik} + \left. \frac{\partial u_i^c(\hat{X})}{\partial X_k} \right|_{\hat{X}}$$

$$F_{ik}^*(\hat{X}, Y) = \frac{\partial u_i^{(1)}(\hat{X}, Y)}{\partial Y_k}$$

对上式在细观域  $Y$  内积分, 由于  $F_{ik}^c(\hat{X})$  与细观坐标系  $Y$  无关, 且  $u_i^{(1)}(\hat{X}, Y)$  在细观坐标下存在周期性, 可得:



$$F_{ik}^c(\hat{X}) = \frac{1}{|\Theta_Y|} \int_{\Theta_Y} F_{ik}^f(\hat{X}, Y) d\Theta_Y$$

由于名义应力和变形梯度存在共轭性,将  $P_{ij}(F^\xi)$  在细观变形梯度  $F_{ik}^f(\hat{X}, Y)$  处展开可得:

$$P_{ij}(F^\xi) = P_{ij}(F^f) + \xi \frac{\partial P_{ij}}{F_{mn}^\xi} \Big|_{F^f} F_{mn}^{(1)} + O(\xi^2)$$

$$P_{ij}(F^\xi) = P_{ij}^{(0)}(X, Y) + \xi P_{ij}^{(1)}(X, Y) + O(\xi^2)$$

将上式进一步在 RVE 中心坐标  $\hat{X}$  处用泰勒级数展开:

$$P_{ij}(X, Y) = P_{ij}^{(0)}(\hat{X}, Y) + \frac{\partial P_{ij}^{(0)}}{\partial X_k} \Big|_{\hat{X}} (X_k - \hat{X}_k) +$$

$$\xi P_{ij}^{(1)}(\hat{X}, Y) + \xi \frac{\partial P_{ij}^{(1)}}{\partial X_k} \Big|_{\hat{X}} (X_k - \hat{X}_k) + \dots$$

$$P_{ij}(X, Y) = P_{ij}^{(0)}(\hat{X}, Y) + \xi \left( \frac{\partial P_{ij}^{(0)}}{\partial X_k} \Big|_{\hat{X}} Y_k + P_{ij}^{(1)}(\hat{X}, Y) \right) + O(\xi^2)$$

6 上式中  $P_{ij}^{(0)}(\hat{X}, Y)$  即为细观名义应力  $P_{ij}^f(\hat{X}, Y)$ 。将名义应力和变形梯度表达式代入双尺度控制方程组平衡方程可得:

$$\frac{\partial P_{ij}^f(\hat{X}, Y)}{\partial Y_j} = 0$$

$$\frac{\partial P_{ij}^f(\hat{X}, Y)}{\partial X_j} \Big|_{\hat{X}} + \frac{\partial P_{ij}^{(1)}(\hat{X}, Y)}{\partial Y_j} + B_i(\hat{X}, Y) = 0$$

对上式在细观 RVE 全域内积分,由周期性假设可得:

$$\frac{\partial P_{ij}^c(\hat{X})}{\partial X_j} \Big|_{\hat{X}} + B_i^c(\hat{X}) = 0$$

式中:

$$P_{ij}^c(\hat{X}) = \frac{1}{|\Theta_Y|} \int_{\Theta_Y} P_{ij}^f(\hat{X}, Y) d\Theta_Y$$

$$B_i^c(\hat{X}) = \frac{1}{|\Theta_Y|} \int_{\Theta_Y} B_i(\hat{X}, Y) d\Theta_Y$$

综上,如图 1.3 所示,在每一个迭代步中,非线性双尺度问题可通过宏观尺度求解其控制方程 PDEs 获得宏观变形梯度后,传递至细观尺度作为代表性体积胞元的边界条件来求解细观尺度控制方程 PDEs,均匀化得到宏观应

力并传递至宏观尺度实现桥联。

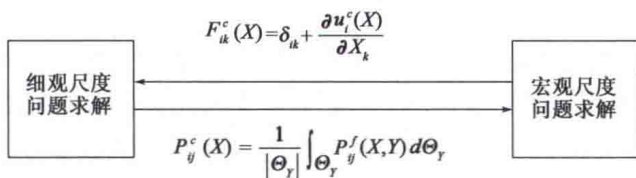


图 1.3 双尺度桥联示意

### 1.2.2 非线性双尺度均匀化程序实现

#### 1) 宏观尺度非线性有限元

采用伽辽金法对宏观尺度进行离散,宏观尺度非线性有限元变为:给定宏观体力 ${}_{n+1}B_i^c$ 和面力 ${}_{n+1}\bar{T}_i^c$ ,采用数值迭代方法求解 ${}_{n+1}d_\alpha^c$ 使其满足下列平衡方程<sup>[7]</sup>:

$$\begin{aligned} {}_{n+1}r_\alpha^c({}_{n+1}d_\alpha^c) &= {}_{n+1}f_\alpha^{int} - {}_{n+1}f_\alpha^{ext} = 0 \\ {}_{n+1}d_\alpha^c &= {}_{n+1}\bar{d}_\alpha^c \quad \text{on} \quad \partial\Omega_X^u \end{aligned}$$

式中: ${}_{n+1}r_\alpha^c$ 、 ${}_{n+1}d_\alpha^c$ ——宏观尺度第 $n+1$ 步的残差和位移增量。

若通过迭代使得上述方程满足后,则开展下一次迭代 $n \leftarrow n+1$ 直至所有荷载步加载完毕。其中<sup>[8]</sup>:

$$\begin{aligned} {}_{n+1}f_\alpha^{int} &= \int_{\Omega_X} \frac{\partial N_{i\alpha}^c}{\partial X_{j \ n+1}} P_{ij}^c d\Omega_X \\ {}_{n+1}f_\alpha^{ext} &= \int_{\Omega_X} N_{i\alpha \ n+1}^c B_i^c d\Omega_X + \int_{\partial\Gamma_X} N_{i\alpha \ n+1}^c \bar{T}_i^c d\Gamma_X \end{aligned}$$

上式中 ${}_{n+1}P_{ij}^c$ 和 ${}_{n+1}B_i^c$ 由细观尺度均匀化求解获得。宏观尺度面力张量 $\bar{T}_i^c(X)$ 定义如下:

$$\bar{T}_i^c(X) = \frac{1}{|\partial\omega_Y|} \int_{\partial\omega_Y} \bar{T}_i^\xi(X, Y) ds_Y$$

式中: ${}_{n+1}f_\alpha^{int}$ 、 ${}_{n+1}f_\alpha^{ext}$ ——宏观尺度内力和外力矢量。

宏观尺度应力通过牛顿迭代求解细观尺度应力均匀化获得:

$${}_{n+1}P_{ij}^c(X) = \frac{1}{|\Theta_Y|} \int_{\Theta_Y} P_{ij}^f(X, Y) d\Theta_Y$$

宏观尺度残差方程偏导矩阵按下式计算: