

经济类联考综合能力  
**题源探析经典1000题**  
**— 数学 —**  
(试题分册)

主编：仲毅 朱杰

- 探究题源，层层筛选，总结各类题的解法
- 特设老师提示模块，详尽解析，轻松应试

**适用专业**

- 经济类联考（396科目）  
金融/应用统计/税务/国际商务/保险/资产评估

经济类联考综合能力

**题源探析经典1000题**

**— 数学 —**

(试题分册)

主编：仲毅 朱杰



中国政法大学出版社

2018·北京

- 声 明
1. 版权所有，侵权必究。
  2. 如有缺页、倒装问题，由出版社负责退换。

### 图书在版编目（CIP）数据

经济类联考综合能力·题源探析经典 1000 题. 数学/仲毅, 朱杰主编. —北京: 中国政法大学出版社, 2018. 5

ISBN 978-7-5620-8263-7

I. ①经… II. ①仲… ②朱… III. ①高等数学—研究生—入学考试—习题集 IV. ①G643-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2018)第 099932 号

---

- 出版者 中国政法大学出版社  
地 址 北京市海淀区西土城路 25 号  
邮寄地址 北京 100088 信箱 8034 分箱 邮编 100088  
网 址 <http://www.cuplpress.com> (网络实名: 中国政法大学出版社)  
电 话 010-58908285(总编室) 58908433(编辑部) 58908334(邮购部)  
承 印 三河市文阁印刷有限公司  
开 本 787mm×1092mm 1/16  
印 张 20.75  
字 数 518 千字  
版 次 2018 年 5 月第 1 版  
印 次 2018 年 5 月第 1 次印刷  
定 价 59.80 元

# 前言

为帮助考生备考经济类联考数学考试，我们编写并出版了《经济类联考综合能力·题源探析经典 1000 题（数学）》（以下简称《联考经典 1000 题》）。

《联考经典 1000 题》严格按照最新公布的经济类联考数学考试的考试大纲编写，其中选题的题型、格式和难易程度与真题保持高度一致。报考经济类联考的考生要熟悉经济类联考数学考试的大纲，明确考试的范围、题型、难易程度和解题的基本要求，以增强备考复习的针对性和有效性。《联考经典 1000 题》题量丰富，题目精心选编，更好更全面地诠释经济类联考数学考试的内容、基本题型、重要知识点的内涵和延伸，为考生备考助力。

经济类联考数学考试，注重考查考生对数学的基本概念、基本理论的掌握和基本运算的能力，以及运用数学知识分析问题、解决实际问题的能力。《联考经典 1000 题》正是基于这种特点，所有选题侧重于培养和训练考生对大纲划定的基本知识点的认知和理解，帮助考生了解和熟悉经济类联考数学考试中常见的基本题型，解决考什么、怎么考以及怎样才能拿高分的问题。

为了更好地使用本书，使广大考生的备考工作更加有序、顺畅和高效，也考虑到考生不同的知识背景，我们建议将整个备考复习大致分为三个阶段。第一阶段，根据大纲划定的考试范围，对相关知识进行系统地温习和疏理，甚至于做必要的更新和补充，基本做到在面对问题时对相关的概念和定理不陌生，有感觉。第二阶段，阅读并使用本书，对书中题目应该先尝试自行解答，再看参考答案和老师提示，直到弄懂为止。要强调的是，任何知识和能力的提高都不是一蹴而就的，要真正达到预期的复习效果，需要将《联考经典 1000 题》至少做上二到三遍，其中第一遍只是解决会做题的问题，只有经过反复的练习，不断的思考、归纳、总结，才能融会贯通、举一反三、温故知新，达到意想不到的复习效果。第三阶段，在系统复习的基础上，临近考试，进入模拟考试阶段。我们将适时推出 10

套模拟试卷,供考生在模拟实战环境下解答试卷,全面检验前两个阶段的复习成效,并从中找出薄弱环节,予以弥补。这个阶段主要解决的是解题的速度和规范问题,考试过程中的心理调节问题,归根结底就是要真正拿到分的问题。

著名数学家、数学教育家乔治·波利亚(G. Polya)说过:“解题可以认为是人最富有特征性的活动。……解题是一种本领,就像游泳、滑雪、弹钢琴一样,你只能靠模仿与实践才能学会。……假如你想从解题中得到最大的收获,就应该在所做的题目中找到它的特征,那些特征在求解其他问题时,能起到指导作用。一种解题方法,若是经过你自己的努力得到的,或是从别人那里学来的或听来的,只要经过自己的体验,那么对你来讲,它就是一种楷模,碰见类似的问题时,就成为你仿照的模型。”我们想把这段话和本书一起献给读者,伴随读者到数学的海洋中去模仿、去实践、去体验。预祝大家心想事成,马到成功。

由于编者水平所限,书中存在错误和不妥之处在所难免,恳请读者批评指正。

编者

# 目 录

## 第一部分 微积分

第一章 极限与连续 .....	3
第一节 单项选择题 .....	3
第二节 计算题 .....	9
第二章 导数与微分 .....	12
第一节 单项选择题 .....	12
第二节 计算题 .....	17
第三章 一元函数积分 .....	20
第一节 单项选择题 .....	20
第二节 计算题 .....	25
第四章 多元函数微分 .....	28
第一节 单项选择题 .....	28
第二节 计算题 .....	33

## 第二部分 线性代数

第五章 行列式与矩阵 .....	39
第一节 单项选择题 .....	39
第二节 计算题 .....	45
第六章 向量与方程组 .....	50
第一节 单项选择题 .....	50
第二节 计算题 .....	56

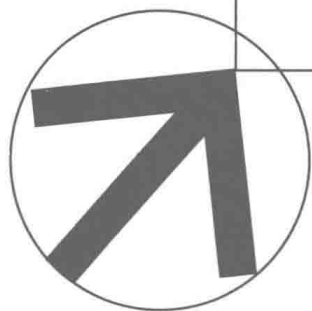
## 第三部分 概率论

第七章 随机事件与概率 .....	63
第一节 单项选择题 .....	63
第二节 计算题 .....	65
第八章 一维随机变量及其分布 .....	68
第一节 单项选择题 .....	68
第二节 计算题 .....	72
第九章 数字特征 .....	77
第一节 单项选择题 .....	77
第二节 计算题 .....	81

第一部分

# 微积分

WEI JI FEN





# 第一章 极限与连续

## 第一节 单项选择题

1. 设  $\{x_n\}$  是数列, 下列命题中不正确的是( ).
- (A) 若  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a$ , 则  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_{2n} = \lim_{n \rightarrow \infty} x_{2n+1} = a$   
(B) 若  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_{2n} = \lim_{n \rightarrow \infty} x_{2n+1} = a$ , 则  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a$   
(C) 若  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a$ , 则  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_{3n} = \lim_{n \rightarrow \infty} x_{3n+1} = a$   
(D) 若  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_{3n} = \lim_{n \rightarrow \infty} x_{3n+1} = a$ , 则  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a$
2. “对任意给定的  $\epsilon > 0$ , 总存在正整数  $N$ , 当  $n \geq N$  时, 恒有  $|x_n - a| < \frac{\epsilon}{3}$ ” 是数列  $\{x_n\}$  收敛于  $a$  的( ).
- (A) 充分但非必要条件 (B) 必要但非充分条件  
(C) 充分必要条件 (D) 既非充分也非必要条件
3. 设  $\{a_n\}, \{b_n\}, \{c_n\}$  均为非负数列, 且  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0, \lim_{n \rightarrow \infty} b_n = 1, \lim_{n \rightarrow \infty} c_n = \infty$ , 则( ).
- (A)  $a_n < b_n$  对任意  $n$  都成立 (B)  $b_n < c_n$  对任意  $n$  都成立  
(C) 极限  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n c_n$  不存在 (D) 极限  $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n c_n$  不存在
4. 设  $x_n = \begin{cases} \frac{n^2 + \sqrt{n}}{n}, & n \text{ 为奇数,} \\ \frac{1}{n}, & n \text{ 为偶数,} \end{cases}$  则当  $n \rightarrow \infty$  时, 变量  $x_n$  为( ).
- (A) 无穷大量 (B) 无穷小量  
(C) 有界变量 (D) 无界变量
5. 设对任意的  $x$ , 总有  $\varphi(x) \leq f(x) \leq g(x)$ , 且  $\lim_{x \rightarrow \infty} [g(x) - \varphi(x)] = 0$ , 则  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$  ( ).
- (A) 存在且为零 (B) 存在但不一定为零  
(C) 一定不存在 (D) 不一定存在
6. 下列式子正确的是( ).
- (A)  $\lim_{x \rightarrow 0} x \sin \frac{1}{x} = 1$  (B)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x}{x} = 1$   
(C)  $\lim_{x \rightarrow \infty} x \sin \frac{1}{x} = 1$  (D)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 0$
7. 下列式子正确的是( ).
- (A)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$  (B)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = 1$   
(C)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{-x} = -e$  (D)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{x}\right)^{-x} = e$

8. 已知  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$  存在, 且函数  $f(x) = x^2 + x - 2 \lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ , 则  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = ( \quad )$ .
- (A)  $\frac{3}{2}$                       (B)  $\frac{2}{3}$                       (C)  $-\frac{2}{3}$                       (D)  $-\frac{3}{2}$
9.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+1}{n}\right)^{(-1)^n} ( \quad )$ .
- (A) 等于 1                      (B) 等于 e  
(C) 为  $\infty$                       (D) 不存在, 也不为  $\infty$
10. 极限  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2}-2}{x^2+x-6} = ( \quad )$ .
- (A)  $\frac{1}{3}$                       (B)  $\frac{1}{5}$                       (C)  $\frac{1}{10}$                       (D)  $\frac{1}{20}$
11. 极限  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x+5}-3}{\sqrt{x}-2} ( \quad )$ .
- (A) 等于  $\frac{2}{3}$                       (B) 等于  $\frac{3}{2}$   
(C) 为  $\infty$                       (D) 不存在, 也不为  $\infty$
12. 极限  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x} - 2}{x^2} = ( \quad )$ .
- (A)  $\frac{1}{4}$                       (B)  $\frac{1}{2}$                       (C)  $-\frac{1}{2}$                       (D)  $-\frac{1}{4}$
13. 极限  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(1-\sqrt{x})(1-\sqrt[3]{x}) \cdots (1-\sqrt[n]{x})}{(1-x)^{n-1}} = ( \quad )$ .
- (A)  $\frac{1}{n-1}$                       (B)  $\frac{1}{n}$                       (C)  $\frac{1}{(n-1)!}$                       (D)  $\frac{1}{n!}$
14. 设  $x_n = \left(1 + \frac{1}{2}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{4}\right) \cdot \cdots \cdot \left(1 + \frac{1}{2^{n-1}}\right)$ , 则  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n ( \quad )$ .
- (A) 等于 1                      (B) 等于 2                      (C) 等于 3                      (D) 为  $\infty$
15. 极限  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + 3 \sin x}{2x^3 - \frac{3}{5} \cos x} = ( \quad )$ .
- (A) -5                      (B)  $\frac{1}{2}$                       (C)  $\frac{3}{2}$                       (D) 2
16. 极限  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n-5)(n+2)^3}{(2n+3)^4} = ( \quad )$ .
- (A)  $\frac{1}{2}$                       (B)  $\frac{1}{4}$                       (C)  $\frac{1}{8}$                       (D)  $\frac{1}{16}$
17. 极限  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n+3\sqrt{n}} - \sqrt{n-\sqrt{n}}) = ( \quad )$ .
- (A) 2                      (B)  $\frac{3}{2}$                       (C)  $\frac{2}{3}$                       (D) 1
18. 极限  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{4x^2+x-1}+x+1}{\sqrt{x^2+\sin x}} = ( \quad )$ .
- (A) -1                      (B) 1                      (C) 2                      (D) 3

19. 设  $f(x-3)=2x^2+x+2$ , 则  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x^2} = ( \quad )$ .  
 (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4
20. 设  $f\left(x+\frac{1}{x}\right) = \frac{x+x^3}{1+x^4}$ , 则  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = ( \quad )$ .  
 (A) -1 (B)  $-\frac{1}{2}$  (C)  $\frac{1}{2}$  (D) 1
21. 当  $x \rightarrow 0^+$  时, 与  $\sqrt{x}$  等价的无穷小量是 ( ).  
 (A)  $e^{-\sqrt{x}} - 1$  (B)  $\frac{\sin x}{\sqrt{x}}$  (C)  $\ln\sqrt{1+x}$  (D)  $\ln(1-\sqrt{x})$
22. 设  $f(\sin^2 x) = \frac{x^2}{|\sin x|}$ , 当  $x \rightarrow 0$  时,  $f(x)$  为  $x$  的 ( ).  
 (A) 等价无穷小量 (B) 同阶无穷小量, 但不为等价无穷小量  
 (C) 高阶无穷小量 (D) 低阶无穷小量
23. 极限  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( x^2 \sin \frac{1}{x} + \frac{\sin x}{x} \right) = ( \quad )$ .  
 (A) 0 (B)  $\frac{1}{2}$  (C) 1 (D) 2
24. 极限  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5 \sin x + x^2 \cos \frac{1}{x}}{(2 + \cos x) \ln(1+x)} = ( \quad )$ .  
 (A)  $\frac{3}{2}$  (B)  $\frac{5}{2}$  (C)  $\frac{5}{3}$  (D) 3
25. 极限  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(x^2 - 5x + 4)}{x^2 - 1} = ( \quad )$ .  
 (A)  $-\frac{3}{2}$  (B)  $-\frac{2}{3}$  (C)  $\frac{2}{3}$  (D)  $\frac{3}{2}$
26. 极限  $\lim_{x \rightarrow \infty} x \sin \frac{3x^2}{x^3 + x^2} = ( \quad )$ .  
 (A) 0 (B) 1 (C)  $\frac{3}{2}$  (D) 3
27. 当  $x \rightarrow 0$  时,  $e^{\tan x} - e^{\sin x}$  与  $x^a$  为同阶无穷小量, 则  $a = ( \quad )$ .  
 (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4
28. 当  $x \rightarrow 0$  时, 下列选项中与  $x$  为等价无穷小量的是 ( ).  
 (A)  $\frac{\arcsin x}{\sqrt{x}}$  (B)  $\frac{\sin x}{x}$   
 (C)  $\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}$  (D)  $x \sin \frac{1}{x}$
29. 当  $x \rightarrow 0$  时, 变量  $\frac{1}{x^2} \sin \frac{1}{x}$  是 ( ).  
 (A) 无穷小量  
 (B) 无穷大量  
 (C) 有界变量, 但不是无穷小量  
 (D) 无界变量, 但不是无穷大量

30. 极限  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2} e^{\frac{1}{x-2}}$  ( ).  
 (A) 等于 0 (B) 等于 4  
 (C) 为  $\infty$  (D) 不存在, 也不为  $\infty$
31. 极限  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3 + e^x}{2 - e^x}$  ( ).  
 (A) 等于 -1 (B) 等于  $\frac{3}{2}$   
 (C) 为  $\infty$  (D) 不存在, 也不为  $\infty$
32. 设  $f(x) = \begin{cases} 2e^{-x}, & x < 0, \\ a, & x \geq 0, \end{cases} g(x) = \begin{cases} b, & x < 1, \\ \sin x, & x \geq 1, \end{cases}$  若  $f(x) + g(x)$  在  $x=0$  和  $x=1$  处都有极限, 则 ( ).  
 (A)  $a=2, b=0$  (B)  $a=2, b=\sin 1$   
 (C)  $a=1, b=0$  (D)  $a=1, b=\sin 1$
33. 设  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin bx}{x}, & x < 0, \\ a, & x = 0, \\ (1+x)^{\frac{1}{x}}, & x > 0, \end{cases}$  已知  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$  存在, 则 ( ).  
 (A)  $a=b=1$  (B)  $a=b=e$   
 (C)  $a=0, b=e$  (D)  $a$  任意,  $b=e$
34. 设  $f(x) = \begin{cases} \frac{e^{\tan x} - 1}{\sin \frac{x}{4}}, & x < 0, \\ 3, & x = 0, \\ (1+ax)^{\frac{1}{x}}, & x > 0, \end{cases}$  且  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$  存在, 则  $a =$  ( ).  
 (A) 4 (B)  $\ln 4$  (C) 0 (D)  $\ln \frac{1}{4}$
35. 设  $f(x) = \begin{cases} \left(\frac{a+x}{a-x}\right)^{\frac{1}{x}}, & x < 0, \\ x^2 - 2x + e, & x \geq 0, \end{cases}$  且  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$  存在, 则  $a =$  ( ).  
 (A)  $\frac{1}{2}$  (B) 1 (C) 2 (D) e
36. 设函数  $f(x-1) = \begin{cases} x+1, & x \leq 0, \\ x \sin \frac{1}{x}, & x > 0, \end{cases}$  则当  $x \rightarrow -1$  时,  $f(x)$  的 ( ).  
 (A) 左极限不存在, 右极限存在  
 (B) 左极限存在, 右极限不存在  
 (C) 左极限与右极限都存在, 且极限存在  
 (D) 左极限与右极限都存在, 但极限不存在

37. 设  $x_n = \frac{n \sin \frac{1}{n}}{3 + \cos \frac{2}{n}} e^{\frac{1}{n}}$ , 则当  $n \rightarrow \infty$  时,  $x_n$  的极限( ).

(A) 为  $\frac{1}{4}$

(B) 为 1

(C) 为  $\infty$

(D) 不存在, 也不为  $\infty$

38. 设  $a \neq \frac{1}{3}$ , 则  $\lim_{n \rightarrow \infty} \ln \left[ \frac{n-3na+1}{n(1-3a)} \right]^n = ( )$ .

(A)  $1-3a$

(B)  $\frac{1}{1-3a}$

(C)  $\frac{1}{1-a}$

(D)  $1-a$

39. 极限  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{ax - x \cos x}{\ln(1+x^3)} = b$ , 则( ).

(A)  $a=1, b=\frac{1}{2}$

(B)  $a=1, b=2$

(C)  $a=\frac{1}{2}, b=1$

(D)  $a=\frac{1}{2}, b=2$

40. 设  $f(x) = \begin{cases} (1+3x)^{\frac{1}{2x}}, & x < 0, \\ a+1, & x = 0, \\ \frac{\sin bx}{x}, & x > 0, \end{cases}$  且  $f(x)$  在点  $x=0$  处连续, 则( ).

(A)  $a=\frac{5}{3}, b=\frac{2}{3}$

(B)  $a=\frac{5}{2}, b=\frac{3}{2}$

(C)  $a=e^{\frac{2}{3}}+1, b=e^{\frac{2}{3}}$

(D)  $a=e^{\frac{3}{2}}-1, b=e^{\frac{3}{2}}$

41. 函数  $f(x) = \begin{cases} 4+x^2, & x \leq 0, \\ \frac{a \sin x}{x}, & x > 0, \end{cases}$  则  $x=0$  为  $f(x)$  的( ).

(A) 连续点

(B) 第一类间断点

(C) 第二类间断点

(D) 是否为连续点与  $a$  有关

42. 设函数  $f(x) = \begin{cases} -2, & x < -1, \\ x^2+ax+b, & -1 \leq x \leq 1, \\ 2, & x > 1 \end{cases}$  在  $(-\infty, +\infty)$  内连续, 则( ).

(A)  $a=2, b=-1$

(B)  $a=2, b=1$

(C)  $a=-1, b=2$

(D)  $a=1, b=2$

43. 设  $f(x) = \begin{cases} a+bx, & x < 0, \\ 2, & x = 0, \\ \frac{\sin bx}{x}, & x > 0 \end{cases}$  在点  $x=0$  处连续, 则( ).

(A)  $a=2, b=2$

(B)  $a$  任意,  $b=2$

(C)  $a=2, b$  任意

(D)  $a$  任意,  $b$  任意

44. 函数  $f(x) = \begin{cases} a+bx^2, & x < -1, \\ 1, & x = -1, \\ \ln(b+x+x^2), & x > -1 \end{cases}$  在点  $x = -1$  处连续, 则( ).

(A)  $a=e, b=e$

(B)  $a=1, b=e$

(C)  $a=0, b=e$

(D)  $a=1-e, b=e$

45. 设函数  $f(x-1) = \begin{cases} x+2, & x < 0, \\ 2, & x = 0, \\ x \sin \frac{1}{x}, & x > 0, \end{cases}$  则  $f(x)$  在  $x = -1$  处( ).

(A) 连续

(B) 间断, 但左连续

(C) 间断, 但右连续

(D) 间断, 既不左连续, 也不右连续

46. 函数  $f(x) = \frac{x^2-x}{x^2-1}$ , 则( ).

(A)  $x = -1$  为  $f(x)$  的可去间断点,  $x = 1$  为无穷间断点

(B)  $x = -1$  为  $f(x)$  的无穷间断点,  $x = 1$  为可去间断点

(C)  $x = -1$  与  $x = 1$  都是  $f(x)$  的可去间断点

(D)  $x = -1$  与  $x = 1$  都是  $f(x)$  的无穷间断点

47. 设函数  $f(x) = \frac{(x^2+x-2)\sin(x-2)}{x^2-4}$ , 则( ).

(A)  $x = -2$  为  $f(x)$  的第一类间断点,  $x = 2$  为  $f(x)$  的第二类间断点

(B)  $x = -2$  为  $f(x)$  的第二类间断点,  $x = 2$  为  $f(x)$  的第一类间断点

(C)  $x = -2$  与  $x = 2$  都为  $f(x)$  的第一类间断点

(D)  $x = -2$  与  $x = 2$  都为  $f(x)$  的第二类间断点

48. 设  $g(x) = \begin{cases} \frac{\ln(1+x^a) \cdot \sin x}{x^2}, & x \neq 0, \\ 0, & x = 0, \end{cases}$  则( ).

(A)  $x = 0$  必是  $g(x)$  的第一类间断点

(B)  $x = 0$  必是  $g(x)$  的第二类间断点

(C)  $x = 0$  必是  $g(x)$  的连续点

(D)  $g(x)$  在点  $x = 0$  处的连续性与  $a$  的取值有关

49. 设函数  $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1-x}{1+x^{2n}}$ , 讨论  $f(x)$  的间断点, 其正确的结论为( ).

(A) 不存在间断点

(B) 存在间断点  $x = 1$

(C) 存在间断点  $x = 0$

(D) 存在间断点  $x = -1$

50. 在下列区间内, 函数  $f(x) = \frac{x \sin(x-3)}{(x-1)(x-3)^2}$  有界的是( ).

(A)  $(-1, 0)$

(B)  $(0, 1)$

(C)  $(1, 2)$

(D)  $(2, 3)$

## 第二节 计算题

1. 求极限  $\lim_{x \rightarrow 0} \ln\left(1 + \frac{\sin 2x}{x}\right)$ .
2. 设  $f(x) = \frac{1}{\ln(3-x)} + \sqrt{49-x^2}$ , 求  $f(x-1)$  的定义域及  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x-1)$ .
3. 求极限  $\lim_{x \rightarrow \infty} x[\ln(x+2) - \ln x]$ .
4. 求极限  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^2} \ln[f(1) \cdot f(2) \cdot \cdots \cdot f(n)]$ , 其中  $f(x) = 5^x$ .
5. 求极限  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - e^{x^3}}{\sin x \cdot (1 - \cos x)}$ .
6. 求极限  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - \tan x}{\sin x^3}$ .
7. 求极限  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x + x^2 \cos \frac{1}{x}}{(2+x^2) \ln(1+x)}$ .
8. 求极限  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+2}{n-3}\right)^n$ .
9. 已知极限  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+c}{x-c}\right)^x = e^2$ , 求  $c$ .
10. 求极限  $\lim_{n \rightarrow \infty} (3^{-n} + 4^{-n})^{\frac{1}{n}}$ .
11. 设  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$  存在, 且  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+f(x)\sin x} - 1}{e^{2x} - 1} = 3$ , 求  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ .
12. 若当  $x \rightarrow 0$  时,  $\sqrt{1+ax^2} - 1$  与  $\sin^2 x$  为等价无穷小, 求  $a$ .
13. 若  $\lim_{x \rightarrow 0} \left[-\frac{f(x)}{x^3} + \frac{\sin x^3}{x^4}\right] = 5$ , 且当  $x \rightarrow 0$  时,  $f(x)$  与  $x^a$  为同阶无穷小量, 求  $a$ .
14. 已知  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + ax + b}{x^2 - 1} = 2$ , 求  $a, b$  的值.
15. 若极限  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{e^x - a} (\cos x - b) = 5$ , 求  $a, b$  的值.
16. 若  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 + 1}{x + 1} - ax - b\right) = 0$ , 求  $a, b$ .
17. 求极限  $\lim_{n \rightarrow \infty} (1 + 2^n + 3^n)^{\frac{1}{n}}$ .
18. 求极限  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n^2 + 1} + \frac{2}{n^2 + 2} + \cdots + \frac{n}{n^2 + n}\right)$ .
19. 求  $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{e^{\frac{1}{x}} - 2e^{-\frac{1}{x}}}{\frac{2}{e^x} + 3e^{-\frac{1}{x}}}$ .
20. 设  $f(x) = \frac{2 + e^{\frac{1}{x}}}{3 - e^{\frac{1}{x}}}$ , 讨论  $f(x)$  在  $x=0$  处的极限.
21. 设  $f(x) = \begin{cases} \frac{e^{\tan x} - 1}{\sin \frac{x}{2}}, & x < 0, \\ \sin \frac{x}{2}, & \lim_{x \rightarrow 0} f(x) \text{ 存在, 求常数 } a \text{ 的值.} \\ a \cos x^2, & x \geq 0, \end{cases}$

22. 若  $f(x) = \begin{cases} (1+kx)^{\frac{1}{x}}, & x < 0, \\ 3, & x = 0, \\ \frac{\sin 2x}{x}, & x > 0, \end{cases}$   $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$  存在, 求常数  $k$  的值.
23. 若  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \left[ 1 + \frac{f(x)}{\sin x} \right]}{e^x - 1} = 3$ , 求  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x^2}$ .
24. 若  $\lim_{x \rightarrow 0} \left[ \ln \left( \frac{1+ax}{1-x} \right)^{\frac{1}{x}} - \frac{\sin 3x}{x} \right] = 0$ , 求常数  $a$  的值.
25. 设  $f(x) = a^n \sin \frac{x}{a^n}$  ( $a \neq 0, x \neq 0$ ), 讨论  $\lim_{n \rightarrow \infty} f(x)$  是否存在? 若存在, 求出极限.
26. 若当  $x \rightarrow 0$  时,  $\sin x^a, (1 - \cos x)^{\frac{1}{a}}$  均是比  $x$  高阶的无穷小量, 求  $a$  的取值范围.
27. 设当  $x \rightarrow 0$  时,  $\sqrt{1+ax^2} - 1$  与  $\cos x - 1$  为等价无穷小量, 求常数  $a$ .
28. 设当  $x \rightarrow 0$  时,  $\cos x - 1$  与  $x^a \sin bx$  为等价无穷小量, 求常数  $a, b$ .
29. 设当  $x \rightarrow \infty$  时,  $\frac{1}{ax^2 + bx + c} = o\left(\frac{1}{x+1}\right)$ , 讨论常数  $a, b, c$  的关系.
30. 若极限  $\lim_{x \rightarrow 0} \left[ \frac{\ln(1+x^3)}{x^4} - \frac{f(x)}{x^3} \right] = k$ , 讨论当  $x \rightarrow 0$  时,  $f(x)$  与  $x$  阶的关系.
31. 设当  $x \rightarrow 0$  时,  $(e^{x^2} - 1) \cdot \ln(1+x^2)$  是比  $x^n \sin x$  高阶的无穷小量, 而  $x^n \sin x$  是比  $1 - \cos x$  高阶的无穷小量, 求正整数  $n$  的值.
32. 确定变量  $y = \frac{x(x-1)(x+1)^{\frac{2}{3}}}{x^2+1}$  在什么过程下为无穷大量.
33. 试求函数  $f(x) = \begin{cases} 3x+2, & x \leq 0, \\ x^2+1, & 0 < x \leq 1, \\ \frac{2}{x}, & x > 1 \end{cases}$  的连续区间.
34. 设函数  $f(x) = \begin{cases} \frac{a(1-\cos x)}{x^2}, & x < 0, \\ 1, & x = 0, \\ \ln(b+x^2), & x > 0, \end{cases}$  当  $a, b$  为何值时, 函数  $f(x)$  在点  $x=0$  处连续.
35. 设  $f(x) = \begin{cases} \frac{\tan 3x + e^{2ax} - 1}{\sin \frac{x}{2}}, & x \neq 0, \\ a, & x = 0 \end{cases}$  在点  $x=0$  处连续, 求  $a$  的值.
36. 设  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin bx}{x}, & x < 0, \\ a + bx^2, & x \geq 0 \end{cases}$  在  $(-\infty, +\infty)$  内连续, 求  $a, b$  的值.
37. 设  $f(x) = \begin{cases} a \sin x^2, & x < -1, \\ b, & x = -1, \\ (2+x)^{\frac{1}{x+1}}, & x > -1 \end{cases}$  在点  $x=-1$  处连续, 求  $a, b$  的值.

38. 设  $f(x) = \begin{cases} x \sin \frac{1}{x} + \frac{1}{x} \sin 3x, & x < 0, \\ a, & x = 0, \\ (1+bx)^{\frac{2}{x}}, & x > 0 \end{cases}$  在点  $x=0$  处连续, 求  $a, b$  的值.
39. 设  $f(x) = \begin{cases} \frac{\cos 2x + e^x - 2}{x}, & x \neq 0, \\ a, & x = 0, \end{cases}$  讨论  $f(x)$  在点  $x=0$  处的连续性.
40. 设  $c > 0, f(x) = \begin{cases} x^2 + 1, & |x| \leq c, \\ 5, & |x| > c \end{cases}$  在  $(-\infty, +\infty)$  内连续, 求常数  $c$  的值.
41. 讨论函数  $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1-x^{2n}}{1+x^{2n}} \cdot x$  的连续性.
42. 设  $f(x) = \lim_{t \rightarrow x} F(x, t)$ , 其中  $F(x, t) = \left(\frac{x-1}{t-1}\right)^{\frac{1}{x-t}}$  ( $(x-1)(t-1) > 0, x \neq t$ ), 求  $f(x)$  的间断点, 并判别其类型.
43. 设  $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n-3)x}{nx^2+5}$ , 判定  $f(x)$  的定义域与连续区间, 对于间断点判别其类型.
44. 设  $f(x) = \begin{cases} x, & x < 1, \\ a, & x \geq 1, \end{cases} g(x) = \begin{cases} x - \pi, & x < 0, \\ x + \pi, & x \geq 0, \end{cases}$  判定  $f(x) + g(x)$  在  $(-\infty, +\infty)$  内的连续性.
45. 求函数  $y = \ln \frac{x}{1-x}$  的连续区间.
46. 设  $f(x) = \begin{cases} \frac{2^{\frac{1}{x}} - 1}{2^{\frac{1}{x}} + 1}, & x \neq 0, \\ 1, & x = 0, \end{cases}$  求其间断点, 并判别其类型.
47. 设  $f(x) = \frac{1}{e^{\frac{x}{x-1}} - 1}$ , 判定  $f(x)$  的间断点, 并判别其类型.
48. 设  $f(x) = \frac{x^2 + x}{|x|(x^2 - 1)}$ , 判定  $f(x)$  的连续性, 指出间断点, 并判别其类型.
49. 设  $f(x) = \frac{x}{a + e^{bx}}$  在  $(-\infty, +\infty)$  内连续, 且  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$ , 判断  $a, b$  的关系.
50. 设  $f(x) = x^3 + x + 1$ , 证明: 函数  $f(x)$  至少有一个零点.