



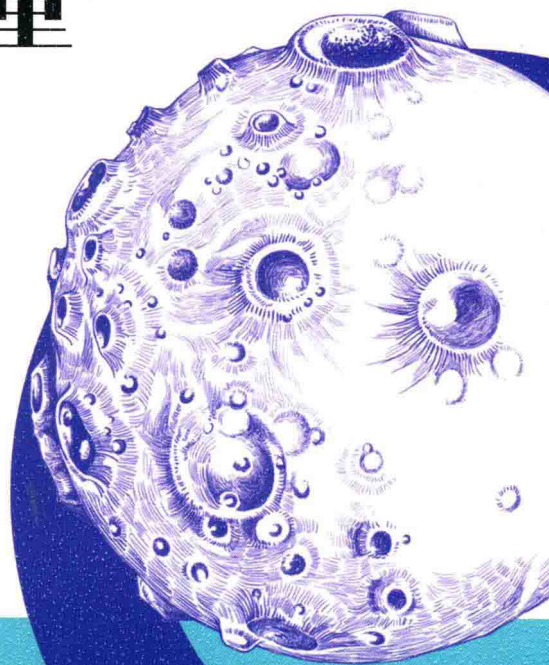
数学圈丛书
MATHEMATIC CIRCLES

CS | K 湖南科学技术出版社

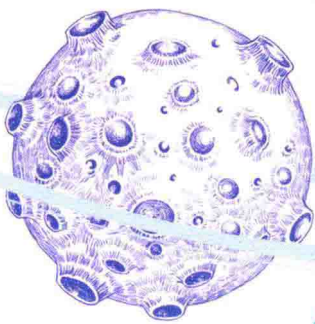
数学的力量

从信息到宇宙

How Math
Explains the World



工作和生活中
你所想象不到的
数学魔力！



【美】詹姆斯·D·斯特恩 James D. Stein 著
孙维昆——译



数学圈丛书
MATHEMATIC CIRCLES

CS | 湖南科学技术出版社

数学的力量

从信息到宇宙

How Math
Explains the World



【美】詹姆斯·D·斯特恩 James D. Stein 著
孙维昆 译

图书在版编目 (CIP) 数据

数学的力量：从信息到宇宙 / (美) 詹姆斯·D. 斯特恩著；孙维昆译. —长沙：湖南科学技术出版社，2019.8
书名原文：How Math Explains the World: A Guide to the Power of Numbers, from Car Repair to Modern Physics
ISBN 978-7-5357-8828-3

I . ①数… II . ①詹… ②孙… III . ①数学—通俗读物 IV . ①O1-49

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2015) 第 226984 号

How Math Explains the World

Copyright © 2007 by JAMES D. STEIN

All Rights Reserved

湖南科学技术出版社独家获得本书简体中文版中国大陆出版发行权。

著作权合同登记号：18-2019-180

SHUXUE DE LILIANG: CONG XINXI DAO YUZHOU

数学的力量：从信息到宇宙

著者

(美) 詹姆斯·D. 斯特恩

翻译

孙维昆

责任编辑

吴炜 王燕 李蓓

出版发行

湖南科学技术出版社

社址

长沙市湘雅路 276 号

<http://www.hnstp.com>

湖南科学技术出版社

天猫旗舰店网址

<http://hnhkjbs.tmall.com>

印刷

湖南省众鑫印务有限公司

厂址

长沙县榔梨镇保家村

邮编

410000

版次

2019 年 8 月第 1 版

印次

2019 年 8 月第 1 次印刷

开本

710mm × 1000mm 1/16

印张

19

字数

253000

书号

ISBN 978-7-5357-8828-3

定价

78.00 元

(版权所有·翻印必究)



总序

欢迎你来数学圈

欢迎你来数学圈，一块我们熟悉也陌生的园地。

我们熟悉它，因为几乎每个人都走过多年的数学路，从1、2、3走到6月6（或7月7），从课堂走进考场，把它留给最后一张考卷。然后，我们解放了头脑，不再为它留一点儿空间，于是它越来越陌生，我们模糊的记忆里，只有残缺的公式和零乱的图形。去吧，那课堂的催眠曲，考场的蒙汗药；去吧，那被课本和考卷异化和扭曲的数学……忘记那一朵朵恶之花，我们会迎来新的百花园。

“数学圈丛书”请大家走进数学圈，也走近数学圈里的人。这是一套新视角下的数学读物，它不为专门传达具体的数学知识和解题技巧，而以非数学的形式来普及数学，着重宣扬数学和数学人的思想和精神。它的目的不是教人学数学，而是改变人们对数学的看法，让数学融入大众文化，回归日常生活。读这些书不需要智力竞赛的紧张，却



要一点儿文艺的活泼。你可以怀着360样心情来享受数学，感悟公式符号背后的理趣和生气。

没有人怀疑数学是文化的一部分，但诺大的“文化”，却往往将数学排除在外。当然，数学人在文化人中只占一个测度为零的空间。但是，数学的每一点进步都影响着整个文明的根基。借一个历史学家的话说，“有谁知道，在微积分和路易十四时期的政治的朝代原则之间，在古典的城邦和欧几里得几何之间，在西方油画的空间透视和以铁路、电话、远距离武器制胜空间之间，在对位音乐和信用经济之间，原有深刻的一致关系呢？”（斯宾格勒《西方的没落·导言》）所以，数学从来不在象牙塔，而就在我们的身边。上帝用混乱的语言摧毁了石头的巴比塔，而人类用同一种语言建造了精神的巴比塔，那就是数学。它是艺术，也是生活；是态度，也是信仰；它呈现多样的面目，却有着单纯的完美。

数学是生活。不单是生活离不开算术，技术离不开微积分，更因为数学本身就能成为大众的生活态度和生活方式。大家都向往“诗意的栖居”，也不妨想象“数学的生活”，因为数学最亲的伙伴就是诗歌和音乐。我们可以试着从一个小公式去发现它如小诗般的多情，慢慢找回诗意的数学。

数学的生活很简单。如今流行深藏“大道理”的小故事，却多半取决于讲道理的人，它们是多变的，因多变而被随意扭曲，因扭曲而成为多样选择的理由。在所谓“后现代”的今天，似乎一切东西都成为多样的，人们像浮萍一样漂荡在多样选择的迷雾里，起码的追求也失落在“和谐”的“中庸”里。数学能告诉我们，多样的背后存在统一，极致才是和谐的源泉和基础。从某种意义说，数学的精神就是追求极致，它永远选择最简的、最美的，当然也是最好的。数学不讲圆滑的道理，也绝不为了模糊的借口留一点空间。

数学是明澈的思维。在数学里没有偶然和巧合，生活里的许多巧合——那些常被有心或无意地异化为玄妙或骗术法宝的巧合，可能只



是数学的自然而简单的结果。以数学的眼光来看生活，不会有那么多的模糊。有数学精神的人多了，骗子（特别是那些套着科学外衣的骗子）的空间就小了。无限的虚幻能在数学中找到最踏实的归宿，它们“如龙涎香和麝香，如安息香和乳香，对精神和感观的激动都一一颂扬”。（波德莱尔《恶之花·感应》）

数学是浪漫的生活。很多人怕数学抽象，却喜欢抽象的绘画和怪诞的文学。可见抽象不是数学的罪过。艺术家的想象力令人羡慕，而数学家的想象力更多更强。希尔伯特说过，如果哪个数学家一旦改行做了小说家（真的有），我们不要惊奇——因为那人缺乏足够的想象力做数学家，却足够做一个小说家。略懂数学的伏尔泰也感觉，阿基米德头脑的想象力比荷马的多。认为艺术家最有想象力的，是因为自己太缺乏想象力。

数学是纯美的艺术。数学家像艺术家一样创造“模式”，不过是在用符号来创造，数学公式就是符号生成的图画和雕像。在数学的比那石头还坚硬的逻辑里，藏着数学人的美的追求。

数学是自由的化身。唯独在数学中，人们可以通过完全自由的思想达到自我的满足。不论王摩诘的“雪地芭蕉”还是皮格马利翁的加拉提亚，都能在数学中找到精神和生命。数学没有任何外在的约束，约束数学的还是数学。

数学是奇异的旅行。数学的理想总在某个永恒而朦胧的地方，在那片朦胧的视界，我们已经看到了三角形的内角和等于180度，三条中线总是交于一点且三分每一条中线；但在更远的地方，还有更令人惊奇的图景和数字的奇妙，等着我们去相遇。

数学是永不停歇的人生。学数学的感觉就像在爬山，为了寻找新的山峰不停地去攀爬。当我们对寻找新的山峰不再感兴趣，生命也就结束了。



不论你知道多少数学，都可以进数学圈来看看。孔夫子说了，“知之者不如好之者，好之者不如乐之者。”只要“君子乐之”，就走进了一种高远的境界。王国维先生讲人生境界，是从“望极天涯”到“蓦然回首”，换一种眼光看，就是从无穷回到眼前，从无限回归有限。而真正圆满了这个过程的，就是数学。来数学圈走走，我们也许能唤回正在失去的灵魂，找回一个圆满的人生。

1939年12月，怀特海在哈佛大学演讲《数学与善》中说，“因为有无限的主题和内容，数学甚至现代数学，也还是处在婴儿时期的学问。如果文明继续发展，那么在今后两千年，人类思想的新特点就是数学理解占统治地位。”这个想法也许浪漫，但他期许的年代似乎太过久远——他自己曾估计，一个新的思想模式渗透进一个文化的核心，需要1000年——我们希望这个过程能更快一些。

最后，我们借从数学家成为最有想象力的作家卡洛尔笔下的爱丽思和那只著名的“柴郡猫”的一段充满数学趣味的对话，来总结我们的数学圈旅行：

“你能告诉我，我从这儿该走哪条路吗？”

“那多半儿要看你想去哪儿。”猫说。

“我不在乎去哪儿——”爱丽思说。

“那么你走哪条路都没关系，”猫说。

“——只要能到个地方就行，”爱丽思解释。

“噢，当然，你总能到个地方的，”猫说，“只要你走得够远。”

我们的数学圈没有起点，也没有终点，不论怎么走，只要走得够远，你总能到某个地方的。

李 泳

2006年8月草稿

2019年1月修改



前言

我对数学（而不是算术）的首次认识，来自于我七岁那年深秋的一个星期六的下午。我原计划和父亲出门练习橄榄球，但是我的父亲却有另外的打算。

就我记忆所及的范围，我的父亲常将他每月的详细开销记录在一张大黄纸上，现在看来，那差不多是Excel电子表格的前身。一张大的黄纸就足以应付一个月，我的父亲在纸的最上方写下年月，剩下的部分则留给收入和支出。在这个秋天的特别日子里，收支表中出现了36美分的差错，而我的父亲试图找出差错所在。

我询问他大概需要多长时间，他回答说他想应该不会太久，因为可以被9整除的误差通常是因为写错了数字的顺序；将84写为48， $84 - 48 = 36$ 。他说这种事经常发生，当你写下一个两位的数字时，交换个位与十位的数字，并将得到的两个结果相减，最终结果一定会被9整除。^[1]

在意识到我不可能很快练习橄榄球这个事实后，我拿

起一张纸开始验算我父亲的结论。我所尝试的每一个数字都是对的； $72 - 27 = 45$ ，可以被9整除。过了一会儿，父亲发现了错误，最终他决定和我一起去玩橄榄球。但是数字中有规律这样的思想却在我的脑中扎下了根，我第一次意识到算术中除了加法表和乘法表之外还有其他东西。

多年以来，我学习了数学和许多相关学科，它们主要来自于四个地方。我的父亲在七十多岁的时候依然坚持参加星期天上午的数学讲座，除了我的父亲，我很幸运地碰到了那些高中、大学和研究生阶段的杰出教师。当苏联的人造卫星于1957年上天之后，许多学校蜂拥而上培养科学和工程技术方面的学生；大学预修课程获得了格外的重视。我正是这些课程的首批受益者，高三时，亨利·斯万（Henry Swain）博士给我们带来了精彩的微积分课程。我的遗憾之一就是未能有机会告诉他，在一定程度上我正在追寻着他的足迹。

在大学里，我选修了乔治·塞利格曼（George Seligman）教授的一些课程，并且我很荣幸在写这本书的时候有机会与他进行交流。然而我一生中最有幸的事是威廉·巴德（William Bade）教授成了我的论文导师。他不仅是一位杰出的教师，而且是一位品质优秀、宽宏大量的导师，因为我并不是最刻苦的研究生（对此我归罪于自己对复式桥牌的痴迷）。我的研究生阶段中最值得纪念的一天并非我完成论文的那天，而是比尔^①收到一份有趣且有意义的论文的那天。^[2]我们在下午两点见面开始讨论这篇论文，在六点半开吃晚饭，最后大约在午夜时分睡眼朦胧之时结束讨论。这篇论文标志着所在领域的一个突破，但是彻底研究这篇论文、讨论其中的数学并猜测我如何能够利用它来构建我的论文的这一系列过程，让我认识到这正是我想做的事。

此外还有那些给我带来深刻影响的书籍的作者。我可以列出许多人名，但其中最令我印象深刻的是乔治·伽莫夫的《从一到无穷

① 威廉的昵称——文中所有脚注均为译者所加。



大》^①，卡尔·萨根的《宇宙》^②，詹姆斯·伯克 (James Burke) 的《联系》(Connections)，约翰·卡斯蒂 (John Casti) 的《失落的规范》(Paradigms Lost) 以及布莱恩·格林的《宇宙的琴弦》和《宇宙的结构》^③。这些书只有两本是在同一个十年内出版的，这证实了科学作品是否为优秀的传统定义。如果我的这本书能够像上面任何一本书一样以同样的口气被提到，我将会非常高兴。

这些年来有许多同事与我讨论过数学和科学，但必须特别提到其中的两位：加州大学长滩分校的罗伯特·梅纳 (Robert Mena) 教授和肯特·梅里菲尔德 (Kent Merryfield) 教授。他们都是杰出的数学家和教育家，他们对数学史比我了解的更多并且更加精通，有了他们的帮助，这本书的写作才变得容易。

许多具有不同技术背景的朋友与我有过启迪性的交谈，这些交谈帮助我更深刻地理解了这本书中的某些思想。他们是查尔斯·布伦纳 (Charles Brenner)，皮特·克莱 (Pete Clay)，理查德·赫尔凡特 (Richard Helfant)，卡尔·斯通 (Carl Stone) 和大卫·维尔钦斯基 (David Wilczynski)，我感谢他们帮助我想通某些概念，并且找到不同的解释它们的方法。

最后我还要感谢我的代理人朱迪·罗德斯 (Jodie Rhodes)，没有她的坚持这本书也许永远不会出现；以及我的编辑 T. J. 凯莱赫 (T. J. Kelleher)，他对本书的结构和表述方式的建议让本书更有条理——T. J. 拥有那种让书籍的品质从宏观或微观角度都能得到提升的天赋。

① 中译本为《从一到无穷大》，[美]G. 伽莫夫著，暴永宁译，吴伯泽校，科学出版社，2002。

② 中译本为《宇宙》，[美]卡尔·萨根著，周秋麟译，吉林人民出版社，2011。

③ 这两本书的中译本分别为《宇宙的琴弦》，[美]布莱恩·格林著，李泳译，湖南科学技术出版社，2004；《宇宙的结构》，[美]布莱恩·格林著，刘茗引译，湖南科学技术出版社，2012。该作者另一本书的中译本为《隐藏的现实：平行宇宙是什么》(The Hidden Reality)，李剑龙等译，人民邮电出版社，2013。

当然还有我的妻子琳达，虽然她对这本书毫无贡献，但却为我生活的其他方面做出了不可估量的贡献。

注释：

[1] 任意一个两位数都可以写成 $10T+U$ 的形式，其中 T 是十位上的数字， U 是个位上的数字。颠倒这两个数字则会得到 $10U+T$ ，第一个数字减去第二个可得到 $10T+U-(10U+T)=9T-9U=9(T-U)$ ，它显然可以被9整除。

[2] B. E. Johnson, "Continuity of Homomorphisms of Algebras of Operators", *Journal of the London Mathematical Society*, 1967: pp. 537—554。这篇文章仅有四页，但是读数学论文并不像读报纸，尽管这不是一篇具有困难技巧的文章（并不涉及计算，因为计算会拖慢阅读速度），但它包含了许多不可思议的精彩思想，这些都是比尔和我从未见过的。当我能够将约翰逊的思想融入我正在思考的问题中时，这篇文章本质上促成了我的论文。



目 录

引言.....	1
序曲：为什么你的车总是无法在他们承诺的时间内修好	11
第一部分：描述宇宙	21
1 万物的度量.....	22
2 事实检验.....	39
3 一切伟大和渺小.....	54
第二部分：不完整的工具箱	83
4 不可能的构造.....	84
5 数学的“希望钻石”	99
6 泾渭分明.....	123
7 逻辑也有极限.....	139
8 时空：包含一切？	159



第三部分：信息：金发姑娘的两难困境 183

- 9 墨菲定律 184
- 10 杂乱无章的宇宙 201
- 11 原材料 219

第四部分：难以企及的乌托邦 239

- 12 根基处的瑕疵 240
- 13 烟雾缭绕的房间 261
- 14 犹在镜中 278



引言

不只是石头

无论是从个人还是从种族的角度看，我们都通过解决问题而获得进步。按常规来说，解决问题所获得的回报随着问题的难度而增加。人类之所以有追逐难题的兴趣，部分是因为智力上的挑战，但是通常伴随着这些难题的答案而来的回报则能激发完成壮举的潜能。在阿基米德发现了杠杆原理之后，他宣称如果给他一根杠杆和一个支点，他就能撬动地球。^[1]这句宣言中所体现出的近乎上帝的意识在19世纪法国数学和物理学家皮埃尔-西蒙·德·拉普拉斯（Pierre-Simon de Laplace）作出的类似评论中也能看出。拉普拉斯在天体力学领域做出了重要的贡献之后宣称，如果知道给定时刻所有物体的位置和速度，他将能够预测未来所有时间内所有物体的位置。

“假若在某个瞬间，某个智慧（intelligence）^①能理解所有控制自然界运作的力以及组成自然界所有物件的位置。如果再假设该智慧大到足以处理所有的这些数据，那么它将能够用相同的公式描述宇宙中最大物体和那些最轻原子的运动。对它而言没有什么是不确定的，并且未来将会如过去一样呈现在它眼前。”^[2]

当然，这些论断都带有夸大的成分，但是它们都强调了解决某个问题所能带来的深远影响。当一个漫不经心的旁观者看见阿基米德利用杠杆移动一块大石的时候，他也许会说：“是的，这很有用，不过它只是块石头。”阿基米德可能会回答：“这可不仅是石头——它可以是任何物体，并且我能告诉你我需要多长的杠杆来移动它，以及我需要

① 在科学史中，这个“智慧”也被称为拉普拉斯妖。

花多大的力气来将它移动到指定的位置。”有时我们对科学和工程上的炫目成就如此着迷，以至于对人类在解决一些看上去更加容易的问题时体现出来的无能而感到迷惑。在20世纪60年代，我们经常听到如下的抱怨：如果他们能将一个人送到月球上，那怎么会解决不了普通感冒呢？

现在的我们多了一些科学素养，大部分人在碰到这样的问题时往往会引用一些科学常识，并意识到解决普通感冒是一个比看上去更难的问题。然而，大众的观念依然是我们只是目前还没有发现感冒的疗法。这显然是一个困难的问题，但是考虑到它潜在的回报，毫无疑问医学研究者们正在努力地尝试解决它，并且我们中的大多数人相信他们迟早会找到疗法。可惜的是，对那些正遭受流鼻涕和喉咙嘶哑的人来说，非常可能发生的情况是普通感冒的疗法或许永远也找不到。这并不是因为我们不够聪明，而是因为它根本不存在。在数学、自然科学和社会科学领域中都能找到20世纪的一项重大发现的线索，它表明存在着我们无法了解或者从事的事情，以及不存在解答的问题。我们早就知道这样的事实，人类既非无所不能也非无所不知。但是直到最近我们才发现原来无所不能或无所不知本身就不存在。

当我们考虑20世纪的科学发展时，我们是从实用角度考虑从天文学到动物学的每个学科中所取得的巨大进步。DNA的结构、板块构造学、相对论、基因工程、膨胀宇宙，所有这些重大进展都为我们关于真实宇宙的知识贡献良多，并且一部分成果已经对我们的日常生活产生了显著的影响。这体现了科学的巨大魅力——它为我们打开一扇门，让我们可以学习这些奇妙的东西，甚至可以把所学的知识应用于生活，使其变得比想象中更加美好。

然而，20世纪也见证了三个让人瞠目结舌的结论，它们表明为什么会存在着极限——我们对物理宇宙所能知道和所能研究的极限、我们利用数学逻辑所能发现的真理的极限，以及我们在实行民主时所能达到的极限。三个结论中最著名的是维尔纳·海森伯（Werner



Heisenberg) 于1927年发现的不确定性原理。不确定性原理表明即使是全能的上帝附身，拉普拉斯也不能确定宇宙中所有物体的位置和速度，因为这些物体的位置和速度无法同时测定；十年之后，科特·哥德尔(Kurt Gödel)证明的不完备性定理表明了我們用来确定数学真理的逻辑缺陷；大约在哥德尔建立不完备性定理后十五年，肯尼斯·阿罗(Kenneth Arrow)^①证明了不存在一种投票方式，它能将独立投票人的偏好令人满意地转化为这些投票人所从属的群体的偏好。尽管20世纪的后半叶见证了许多领域的更多结果，表明我们所知和所做的能力是如何地存在着极限，但毫无疑问上面的这三个结论(the Big Three)是最有影响力的。

这三个结论之间存在着一些共同的因素。首先它们都是数学结果，它们的有效性是经过数学证明的。

对于哥德尔不完备性定理，它本身就是通过数学论证而建立的关于数学体系的结论，这一点是毋庸置疑的。同样不奇怪的是，海森伯的不确定性原理也是数学结论——我们在中学就知道数学是科学中最重要的工具，而物理则是严重依赖数学的一门学科。然而当考虑社会科学时，我们通常不会想到数学。但是不管怎样，阿罗定理完完全全是数学的，甚至于超过海森伯不确定性原理。海森伯不确定性原理只是从关于物理世界的假设中推导出的数学结论而已。

阿罗定理和最纯粹的数学结论一样“纯粹”——它研究的是函数，函数是最重要的数学概念之一。数学家研究各式各样的函数，但是那些被研究的函数的性质有时会受到特定环境的影响。比如说，一位测量员可能会对三角函数的性质有兴趣，并会从事某些关于这些函数的研究，因为他意识到这些函数的性质将会帮助解决测量中碰到的问题。阿罗定理所研究的函数的性质显然来源于阿罗最初开始研究的问题——如何将个体的偏好(通过投票的方式)转化为选举的结果。

^① 肯尼罗·阿罗，1921—2017，美国经济学家，1972年诺贝尔经济学奖获得者。

数学的实用性在很大程度上取决于那些经得起数学分析的环境。下面的故事被反复传诵了千遍——某些数学家研究了那些只是专业范围中显得有趣的结论，此后多年都无人问津（除了其他数学家），然后某人突然发现了这个结果的一个完全意料之外的应用。

数学的实用性在文明社会中几乎每一天都能实际地影响着每一个人，这样的例子恐怕会让哈代（G. H. Hardy）这位生活在20世纪上半叶的著名英国数学家惊奇不已。哈代写了一本精彩的书（《一个数学家的辩白》^①），在其中他描写了自己对于数学美学的激情。哈代认为自己倾尽一生寻找数字中的美，理应得到与画家或诗人同样的尊重，而他们也只是用其一生来创造美。正如哈代所说，“数学家，就像画家、诗人一样，都是模式的创制者。要说数学家的模式比画家、诗人的模式更长久，那是因为数学家的模式由思想组成。”^[3]

哈代对数论做出了巨大的贡献，但是从数学美学（仅仅对那些能够欣赏他的人而言）的角度来看，他和他的同事的工作则没有任何实际的价值。“我从未做过任何一件‘有用的事’。我的新发现未曾且将来也不大可能为世界增加哪怕是最低限度的舒适感，”^[4]他这样宣称，并且认为自己在数论领域的合作者也同样如此。哈代没有预见到，在他去世后不到五十年，世界将会深刻地依赖于他花费大半生时间所研究的一个现象。

素数是那些除了1和自身外没有任何整数因子的整数。3和5是素数，但是4不是，因为它能被2整除。当数变得越来越大时，素数的出现变得不那么频繁。在1和100之间存在着25个素数，但是在1000和1100之间只有16个素数，在7000和7100之间只有9个。因为素数随数字增大变得越来越稀缺，因此将一个非常大的数可写为两个素数乘积

① 该书在国内发行过数个版本，包括江苏教育出版社（李文林译，1996年），江苏人民出版社（毛虹译，1999年），商务印书馆版（王希勇译，2007年），湖南科学技术出版社版（英文评注版，李泳评注，2007年）和大连理工大学出版社版（李文林译，2009年）。