



黄利华 芦咏莉◎主编

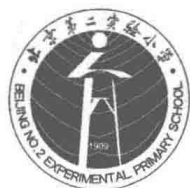
*Mianxiang Weilai de
Xiaoxue Shuxue Jiaoxue*

面向未来的小学数学教学

——北京第二实验小学课题
研究案例



科学出版社



北京市教育科学“十三五”规划课题“‘未来学习方式’在
小学数学教学中的探索研究”（CDDDB16142）成果

黄利华 芦咏莉◎主编

Mianxiang Weilai de

Xiaoxue Shuxue Jiaoxue

——北京第二实验小学课题
研究案例

面向未来的小学数学教学

科学出版社

北京

内 容 简 介

本书汇集了大量经典数学教学案例，这些案例以课程改革为核心，在尊重学生成长规律、满足个性化学习需求和突出核心素养培养的基础上，从选择性、综合性、自主性、方法性、趣味性等角度，对丰富与拓展小学数学的未来学习方式进行了探索实践。

本书对于广大的一线数学教师和对中小学数学教育感兴趣的人群都具有一定的参考价值。

图书在版编目（CIP）数据

面向未来的小学数学教学：北京第二实验小学课题研究案例 / 黄利华，芦咏莉主编. —北京：科学出版社，2019.5

ISBN 978-7-03-061217-5

I. ①面… II. ①黄… ②芦… III. ①小学数学课—教学研究
IV. ①G623.502

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2019）第 092668 号

责任编辑：孙文影 / 责任校对：王晓茜

责任印制：师艳茹 / 封面设计：润一文化

联系电话：010-64033934

电子邮箱：edu_psy@mail.sciencep.com

科学出版社 出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码：100717

<http://www.sciencep.com>

天津文林印务有限公司 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

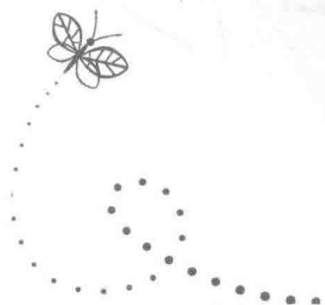
2019 年 5 月第 一 版 开本：720×1000 1/16

2019 年 5 月第二次印刷 印张：14 1/2

字数：260 000

定价：59.80 元

（如有印装质量问题，我社负责调换）



编委会名单

主 编：黄利华 芦咏莉

编 委：裴 菊 李玉新 刘 伟 刘 铮 张继青

李宇峰 帅筱悦



前言

Foreword



随着世纪之交基础教育课程改革的进行，在李烈校长、芦咏莉校长的带领下，北京第二实验小学不仅提出了“个性、超越、未来”的课程文化，并以之为指南进行了大量课程改革尝试，构建了“学森课程”体系，取得了“生本、对话、求真、累加”课堂文化等丰富的课程建设经验与成果。在北京第二实验小学先进理念的引领下，教师们结合课题“‘未来学习方式’在小学数学教学中的探索研究”（北京市教育科学“十三五”规划2016年度课题，课题批准号：CDDDB16142）对小学数学的未来教学方式进行了深入探索。

“未来学习方式”是以课程改革为核心，在人本主义、互动、环境心理学等相关理论及智能空间、云计算等技术支持下的学习方式。它从选择性、综合性、自主性、方法性、乐趣性等角度，尝试将现实课堂与社会课堂相结合，将班级授课制与自选重组相结合，将分科与综合相结合，将知识与方法并重，充分发挥课堂教学中各要素的作用，以促进学生的认知、技能和情感发展的教与学。

基于对课题的研究，立足小学数学教学，我们分别对突出思维培养的学习方式、项目式学习方式、平行选修学习方式，以及借助游戏、绘本等“未来学习方式”进行了积极探索与实践。本书是教师们在课题研究中积累、沉淀的课例及感悟，凝结了大家对未来学习方式的期待与理

解，以及教学研究中的思考与智慧。希望通过本书的分享，能推动我们对学习方式的不断探索。

“‘未来学习方式’在小学数学教学中的探索研究”的课题研究得力于北京市西城区为教师成长厚植的沃土和环境，北京市、西城区科研部门的悉心指导和帮助，北京第二实验小学先进理念的引领和启发，参与教师们的勤奋和付出，才能取得一系列成果，在此一并表示诚挚的感谢！

“‘未来学习方式’在小学数学教学中的探索研究”课题组

2019年4月20日





目 录

Contents

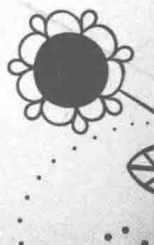


前言

第1章 思维品质培养	1
1.1 思维品质培养概要	1
1.2 在“确定起跑线”中培养学生的思维力	4
1.3 在“变”与“不变”中渗透函数思想，促进思维发展 ——以“变化的量”一课为例	10
1.4 在学生的问題中发展学生的思维	18
1.5 让空间想象张开思维品质的翅膀	24
1.6 关注度量本质 培养度量意识——以“角的 度量一”一课为例	29
1.7 动起来的数学课——以“相交与垂直”一课为例	37
1.8 在提问—想象—实践中积累活动经验，培养思维 品质的深刻性	42
1.9 从长方体的特点看思维力的培养——以“长方体的 特点”一课为例	45
1.10 让教师的“退”促学生的“进”——以“利用 方格求面积”一课为例	51
1.11 有效课堂提问 培养思维品质	58

第2章 项目式学习	64
2.1 项目式学习概要	64
2.2 利用PBL培养学生的思维品质——以“生活中的 停车位”一课为例	66
2.3 项目式学习进行时	73
2.4 利用项目式学习探索数学的应用价值 ——以“三角形的稳定性”一课为例	79
2.5 浅谈如何在低年级开展项目式学习 ——以“我的发言稿”一课为例	84
2.6 谈PBL在实际操作中对学生问题意识的培养 ——以“折一折，做一做”一课为例	88
2.7 利用项目式学习培养学生的问题意识 ——以“三角形边的关系”一课为例	93
2.8 把大殿围起来——基于项目式学习的数学学习探索	96
2.9 利用PBL理论设计课堂活动，激发学生的主动 探究意识	100
2.10 依托项目式学习培养学生的学习能力 ——以“6的口诀”一课为例	104
2.11 未来学习方式在小学数学教学中的探索与应用 ——对项目式学习的思考与实践	108
2.12 跨越学科边界，多维思考问题，提升思维品质 ——对PBL学习方式的探索与实践	112
2.13 构建生活中的情景，开展PBL“体验式”教学 ——一切判断源于“可能性”	115

第3章 游戏化学习	122
3.1 游戏化学习概要	122
3.2 操作游戏培养空间观念, 体验感悟提升思维品质	126
3.3 把数学课打造成游戏的课堂	131
3.4 浅谈游戏化教学的课堂实践——对“百数表 拼图游戏(三)”教学的思考	135
3.5 分扣子游戏——在体验中激发分类的内驱力	139
3.6 游戏中提高学生的思维品质——“‘算式乐高’ 拼搭小达人”教学案例分析	143
3.7 游戏化教学中学生探索精神的培养	148
3.8 在游戏中体会思考的乐趣 ——以“有趣的推理”一课为例	155
第4章 平行选修学习方式	160
4.1 平行选修学习方式概要	160
4.2 培养学生应用意识, 发展学生思维品质 ——“有多重”课例研究	162
4.3 经历有思维的数学活动, 提升思维品质 ——以“有多重(千克和克)”一课为例	171
4.4 你能想象它有多重吗? ——对“有多重”一课的思考与实践	177
4.5 低年级数学平行选修课设计与实施探索	185
4.6 基于学生需要的平行选修课——有趣的推理	192
4.7 小学数学平行选修课中学生思维品质的培养策略研究	197
4.8 因材施教, 在平行选修课中提升学生的运算能力	201



第5章 低年级绘本教学	209
5.1 低年级绘本教学方式概要	209
5.2 绘本阅读——问题意识的培养	211
5.3 数学绘本阅读课表现性评价任务的设计	216





第 1 章

思维品质培养

1.1 思维品质培养概要

一、思维品质的含义

思维品质,其实质是人的思维的个性特征。思维品质反映了每个个体的智力或思维水平差异,主要包括深刻性、灵活性、独创性、批判性、敏捷性和系统性六个方面。优秀的思维品质来源于优秀的逻辑思维能力。深刻性指思维活动的抽象程度和逻辑水平,涉及思维活动的广度、深度和难度;灵活性指思维活动的灵活程度,它包括思维起点灵活、思维过程灵活、概括—迁移能力、善于组合分析,思维的结果往往是多种合理而灵活的结论;独创性即思维活动的创造性,是人们对知识经验或思维材料高度概括、迁移、新颖地组合分析;批判性是思维活动中独立发现和批判的程度,它具有分析性、策略性、全面性、独立性和正确性五个特点;敏捷性指思维活动的速度,对于多种变化的情况,积极地思维、周密地考虑、正确地判断和迅速地作出结论;系统性指思维活动的有序程度及整合各类信息的能力。

二、思维品质的培养路径

数学学习对人的思维发展有着不可或缺的作用与价值,人们也因此常把数学形容为思维的体操。在数学教学中,教师结合教学内容与方法,可以很好地发展学生的思维品质。

(一) 在使用直观模型中促进思维品质发展

数学的抽象特征与小学生思维的直观形象性是矛盾的,这决定了小学生学习数学必须借助直观形象、不远离学生生活经验的素材,在“操作”这些材料的过程中逐步抽象、概括提炼、逐步内化所要学习的数学内容,让数学“可看见、可触

摸”。直观模型指的是具有一定结构的操作材料和直观材料。教师可以在教学中深入挖掘数学本质，通过直观模型揭示各种数学知识的发生、发展、变化及抽象概括的过程；充分暴露学生的思维过程，即分享自己的困惑、如何选择方法消除困惑以及思考的过程；帮助学生更多展现思维过程，促进学生运用已有方法解决问题，为学生创造自选材料理解数学的机会……这样教师就获得了课堂教学中突出数学本质、发展思维能力的助推器。

（二）在积累数学活动经验中促进思维发展

数学活动经验是学生通过经历数学活动而获得的对于数学的体验和认知，它是一种缄默知识，具有内隐性、阶段性和变动性，它需要学生本人去感悟和长时间地积累。与此同时，不是任何一种活动都能促进学生数学活动经验的积累，单纯的活动并不能有助于学生数学活动经验的发展。这就需要教师提出富有挑战性的问题，让学生在活动中经历基于具体经验去观察变化、大胆猜测、尝试表达，并在反思中不断去连接所获得的一系列结果，进而抽象概括、主动实践的过程，并注重激发学生的数学思考，只有这些富含数学思考的探索、尝试活动，才能促进学生数学活动经验的积累与发展。而经历了这样的过程，学生从经历走向经验，从经验超越经验，思维品质自然就会得到发展。

（三）在培养应用意识中促进思维品质发展

应用意识包含两方面含义：一方面是有意识利用数学概念、原理和方法解释现实世界中的现象，解决现实世界中的问题；另一方面是认识到现实生活中蕴含大量与数量和图形有关的问题，这些问题可以抽象成数学问题，用数学的方法予以解决。应用意识的培养与思维品质的发展之间存在着紧密的联系。教师可以发现更多与所教知识相关的生活案例及知识间的联系，引导学生将其与数学知识相结合，用熟悉的生活场景及已有知识、经验加深学生对所学知识的理解，提高学生发现数学知识如何应用于生活的敏锐程度。特别是让学生发现、提出与解决问题，为他们提供了从不同的角度去思考问题、全面分析与解决问题的机会；提高了他们适应变化的情况、积极思维、周密考虑，进而创造性地解决问题的能力；拓展了学生的思维活动空间，包括思维的广度、深度和难度。以上这些都可以促进学生思维品质的发展。

（四）在动手操作活动中促进思维发展

教师要为学生提供挑战性、探索性的操作活动，让学生亲身经历知识的形成过程，这不仅是学生形成、理解、巩固知识的有效手段，也是学生积累、发展实践经验与思维经验的重要路径，它将促进学生打开思维空间、激活想象力、发展创造性。要在动手操作与数学思维间建立更为紧密的联系，需要我们结合操作，融入猜

想与验证、判断与分析、空间想象、数与形的结合等数学思维。教师应鼓励学生充分交流操作过程、反思现象、抓住本质，关注操作前的问题引领、操作中的内化连接、操作后的反思，借助操作在表达、交流、碰撞中感悟数学本质，发现规律，发展思维。

三、几个需要注意的地方

在思维品质的培养过程中，教师要关注分析与综合、比较与分类、抽象与概括、具体化与系统化等过程。

（一）所有思维活动都离不开分析与综合

无论是从简单到复杂，还是从概念形成到创造思维，思维过程的基本环节都是分析与综合。分析与综合可在不同水平上进行：结合实物进行分析与综合，结合直观形象进行分析与综合，在思想上对抽象的事物进行分析与综合。教师要根据学生的实际情况进行合理选择与设计。

（二）分类是以比较为基础的

由于学生存在年龄上的差异，其思维的发展水平不同，分类的水平也不同。小学生往往根据事物的外部特征和功能进行分类；初中生容易把本质特征与非本质特征并列来进行分类；高中生则会按事物的本质特征进行分类。在实际教学中，教师要根据学生的年龄特征对他们做适当的引导。

（三）抽象与概括是相互依存、相辅相成的

抽象是高级的分析，概括是高级的综合。抽象和概括都建立在比较的基础上。学生的概括可以分为两种水平：初级形式的感性概括和高级形式的科学概括。前者属于知觉和表象水平的概括，后者属于思维水平的概括。教师要鼓励学生基于数学理解进行抽象与概括。

（四）具体化是对理论与实践的联结过程，系统化是对知识的结构化过程

教师一方面要为学生创造将概念、知识同具体事物联系起来的机会，也就是鼓励学生应用知识解决实际问题、参与实际活动；另一方面也要注意培养学生把学到的知识分门别类地梳理，将知识组成层次分明的整体系统。

总之，小学生的思维正处于由具体形象转变为抽象逻辑的阶段，因此，在小学数学教学过程中，教师要构建丰富的生活情境，激活学生的学习经验，有效促进学生主动思考；要为学生设置开放性问题，开拓学生思维的广度与深度；要为学生创设多样化解题的空间，在多种方法中举一反三；要帮助学生经历建模的过程，在观察、比较中建立联系与数学化。这些也对数学教师，尤其是低年级教师提出了极大

的挑战，而这个过程也是师生共同发展思维的过程。

1.2 在“确定起跑线”中培养学生的思维力

北京第二实验小学 司毅

课前慎思

思维能力包括理解力、分析力、综合力、比较力、概括力、抽象力、推理力、论证力、判断力等能力。它是整个智慧的核心，参与、支配着一切智力活动。一个人聪明不聪明，有没有智慧，主要就看他的思维能力强不强。要使自己聪明起来，智慧起来，最根本的办法就是培养思维能力。

人们普遍认为，人的大脑就像一台计算机，把通过感官获取的各种信息存储在其中，但这些信息要想发挥作用，必须在使用中让这些信产生关联，并且关联的项目越多，这些信就会越清晰。如果长时间不能与其他信产生关联，一段时间后信就会被大脑忽略掉。有科学家对大脑进行过分析，在大脑细胞生长过程中，外界信对它的刺激越多，它的树突生长就会越旺盛，人所记忆的信也会越多，而树突少的人所记忆的信也少。但是人类的活不只是记住了多少信，更多的是建立信间的联系，这种信间的联系就是以思维力为基础的一种信加工过程。

现在，人们越来越意识到思维能力培养在儿童成长过程中的重要性。我们培养的学生不只是未来的学术权威，更多的是未来建设中的实际操作者。因此，我们的教育也随之进行着快速改革，尤其是基础教育，更需要从以前注重知识的难度、深度，转变为注重知识的灵活度与广度，以适应未来的需要。因此，学生在义务教育阶段接受良好的思维力培养是势在必行的。

在此形势下，我们教师也程度地转变着自己的思想，并且针对教材中不同的教学内容进行深入思考。下面我就以“确定起跑线”一课为例，谈一谈我对培养学生思维力的粗浅理解。

实践与思考

一、以教师思维力的发展带动学生思维力的培养

要使学生的思维力得到培养，首先教师要发展自己的思维力。这就需要教师在

备课的过程中根据学习材料开放自己的思维,发展创新思想,对手中的学习材料进行发展或重组,为培养学生思维力开辟出道路。而在发展或重组学习材料时,教师要深入分析教学内容间的内在联系,关注学生的学习兴趣(兴趣是学生学习的基础)。

以人教版五年级数学下册“确定起跑线”一课为例,平时教师在讲这课时,大多采用量一量、算一算的方法,这种方法是最直接的。教师首先引导学生了解跑道的构成,并且告诉他们跑道的宽度及弧形部分的半径,然后一圈一圈地算出来,看看相邻跑道的长度差就可以解决这个问题了。这种方法是常用的实践活动的研究方法,在教学过程中要让学生到实地进行测量,但测量会产生误差,因此,学生计算时会产生很多结果。还有一种形式就是教师通过 PPT 把数值展示给学生,这样就成了纯计算,学生也不会感兴趣。而我在备课过程中想到圆周长练习课中的一个片段,小圆围绕着一个任意图形滚动一周,圆心轨迹长度一定比这个图形的周长还要长一个滚动的小圆的周长。圆心到图形的距离是这个滚动的小圆的半径,那么我们把小圆的半径看作跑道的道宽,分道线看作是小圆的圆心轨迹,从问题引入,让学生动手操作,而且这个操作是学生感兴趣的,这样学生就会基于探索需求而进行基础问题研究。然后通过 PPT 的效果将其转化成跑道,使学生发现数学规律在他们身边的应用,这样学生就会更容易对这个内容产生兴趣,对这个规律也会有更深的印象。这节课的设计也符合学习数学的本质——来源于生活,应用于生活。

(一) 猜想验证中激发学生的探究兴趣

师:这个单元我们学习了圆的周长和面积,圆是我们学过的哪类图形?

生:曲线图形。

师:(出示 PPT)这里有两个圆,如果让小圆在大圆的圆周上滚动一周,圆心所经过的轨迹是什么图形?

生:圆形。

师:猜想一下,如果让这个圆沿正方形的四条边滚动,圆心所经过的轨迹是什么形状?

生:正方形。

师:请小组合作研究,利用手中的学具实际画一画,看一看圆心轨迹是什么形状。(出示 PPT:1.先在纸上沿正方形边缘画出正方形轮廓。2.用铅笔插进圆心,使圆在正方形边缘滚动一周画出圆心轨迹)

师:圆心轨迹和你想象的一样吗?画出来的是什么形状?

生:不一样。四个角都是弧形的。

师:小圆围绕圆滚动时轨迹是一个圆形,而围绕正方形滚动时为什么会出现这样的现象?请你们以小组为单位研究一下。

师：请同学来汇报本组的发现。

生：当圆滚动到多边形的角的位置时，就不能继续沿直线运动了，否则就会脱离多边形，于是会以接触点为圆心，圆心继续运动时，半径是固定不变的，因此会以接触点为圆心划出一条弧线。

在本课一开始，我设计了一个容易让学生产生兴趣的问题，使他们在兴趣的驱动下自主地进行研究。一个小圆围绕一个大圆滚一周，小圆的圆心运动轨迹是什么图形？这个问题非常简单，学生轻易就答出了是圆形。在学生回答出来以后，为了让学生放松戒备，我特意用动画验证了学生的答案，这时学生们完全掉进了我设计的陷阱中。接着我问他们，如果让小圆围绕着一个正方形滚动一周，圆心轨迹是什么形状的图形？一些学生不假思索地回答——正方形，还有一些学生简单地思考一下，也答出了正方形。于是我让他们在纸上实际画一下。这一画，学生们都很意外，原来不是正方形，角都变成圆的了。“为什么是圆角呢？”这时他们开始对这个现象产生了好奇，于是也就有了研究的愿望。在这个愿望的驱动下，他们开始通过讨论寻找问题的答案。在寻找答案的过程中，他们运用观察力观察着小圆圆心的运动轨迹，运用想象力想象着笔尖是怎样画出圆角的，运用分析力分析着圆角的产生因素，最后他们终于发现，当小圆滚动到正方形角的位置时，圆不再继续滚动，而圆心还要运动，这样圆与角的接触点就成了圆心，小圆的圆心以半径为长画出了一个弧。

（二）追问解读中培养学生思维的深刻性

师：圆心在什么时候开始沿弧线运动，到什么时候结束弧线运动，再次沿直线运动呢？

生（讨论，汇报）：当圆滚动到这里时（圆的半径与正方形边的延长线重合时）就开始沿弧线运动。

师：为什么会在这里开始沿弧线运动呢？会不会早一点或晚一点呢？

生：①当圆滚动到半径与延长线重合时，如果再继续沿直线滚动的话就出去了。②因为圆要沿着正方形滚动，到了角这里它要滚动到下一条边上去，就必须得转弯，这样就画出了一个弧线。

师（提示）：从圆心到正方形的边的距离是什么？

生：圆的半径。

师：半径与正方形有什么关系？

生：垂直。

师：你能发现什么？

生：半径从正方形边的一头滚动到另一头后，由于再向前滚动就会离开正方形

的边了，于是就开始沿弧线运动，直到与下一条边垂直，再次沿直线运动。

解决了这个问题后，大部分学生会停留在这个结果上，于是我接着提出问题：圆心会在什么时候开始沿弧线运动？什么时候再次沿直线运动？其实这也是学生感兴趣的问题，但学生受到思维水平的限制，想不到那么深。在老师的提示下，学生一下子对这个新的问题产生了兴趣，于是他们开始研究。研究时，他们会在前面观察的基础上，运用以前所掌握的知识与技能，分析各种可能性，分析这一现象的成因。有的学生提出，当小圆的圆心到正方形边的延长线处时，就开始沿弧线运动；有的学生提出，当小圆的边运动到正方形角上时，圆心开始沿弧线运动；还有的学生直接提出圆心走了四分之一圆。

通过这个环节我发现，学生在他们认为有趣的情境下，会调动各种感官进行认知，会积极地与他人交流，会主动思考，会运用他们掌握的各种知识进行判断与论证，积极地投入到研究中，运用自己掌握的知识与技能不断地产生新的联系，形成自己的判断，产生独特的想法。

二、数学教学不能只限于算，更应以思维的广度为重点，通过变换寻求灵活

在学生看来，数学课就是算一算，作业要算，测验要算，考试要算，因此，他们认为只要算对就可以了。但是，学生发现算是一件很麻烦的事，他们学了加、减、乘、除、平方，尤其是学了小数、分数以后，算变得更加难以琢磨。五年级以前，大数减小数、大数除以小数；到了五年级，小数也可以除以大数了；六年级还加了一个分数，分数可以表示倍数，也可以表示数量，分数既可以是数，也可以是一种关系。太难理解了！因此，学生觉得数学越来越难学。再加上数学课上学习的知识点越来越多，对于一些基础较弱的学生来说，每节课的知识点都是相对孤立的，他们对于这些知识点的联系在哪更是摸不着头脑。如何解决这个问题呢？这就需要教师在课堂教学中寻求灵活。

以前，我在讲圆周长练习课时，并没有与确定起跑线相联系，但通过分析两者间的关系，我发现了其中的联系，本课设计的小圆围绕图形滚动是圆周长练习课的内容，而跑道去掉中间的长方形正好与圆周长练习课的内容相吻合，于是我突发奇想，设计了本课内容。

师：这时扇形的圆心角是多少度呢？

生：正方形的角是 90° ，两边也是两个直角， $360^\circ - 270^\circ = 90^\circ$ 。4个 90° 是 360° ，因此正好组成一个圆；扇形的半径是滚动圆的半径，4个扇形组（成）的圆的半径正好与滚动圆的相等，所以这个圆的周长与滚动的圆的周长正好相等。因