

高中数学教与学的 实践与研究

刘志红◎著

问题提出的数学教学研究 高中数学教学策略的研究

培养思维能力的教学探究 探究数学教学的有效性

从刚踏上讲台的第一天起，我就开始了对“理想数学课堂”的苦苦追寻，30多年来的不懈努力，构建了我对数学课堂的基本观念，即“简约而不简单”

光明日报出版社

高中数学教与学的 实践与研究

刘志红◎著

问题提出的数学教学研究 高中数学教学策略的研究

培养思维能力的教学探究 探究数学教学的有效性

从刚踏上讲台的第一天起，我就开始了对“理想数学课堂”的苦苦追寻，30多年来的不懈努力，构建了我对数学课堂的基本观念，即“简约而不简单”

光明日报出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

高中数学教与学的实践与研究 / 刘志红著. -- 北京:
光明日报出版社, 2018. 9

ISBN 978 - 7 - 5194 - 4665 - 9

I. ①高… II. ①刘… III. ①中学数学课—教学研究
—高中 IV. ①G633. 602

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2018) 第 224153 号

高中数学教与学的实践与研究

GAOZHONG SHUXUE JIAOYUXUE DE SHIJIAN YU YANJIU

著 者: 刘志红

责任编辑: 王 庆

责任校对: 赵鸣鸣

封面设计: 中联学林

责任印制: 曹 诤

出版发行: 光明日报出版社

地 址: 北京市西城区永安路 106 号, 100050

电 话: 010 - 67078251 (咨询), 63131930 (邮购)

传 真: 010 - 67078227, 67078255

网 址: <http://book.gmw.cn>

E - mail: wqer@126.com

法律顾问: 北京德恒律师事务所龚柳方律师

印 刷: 三河市华东印刷有限公司

装 订: 三河市华东印刷有限公司

本书如有破损、缺页、装订错误, 请与本社联系调换

开 本: 170mm × 240mm

字 数: 221 千字

印 张: 14

版 次: 2019 年 1 月第 1 版

印 次: 2019 年 1 月第 1 次印刷

书 号: ISBN 978 - 7 - 5194 - 4665 - 9

定 价: 55.00 元

版权所有 翻印必究



刘志红 女，天津人，1962年8月出生。1984年毕业于天津师范大学数学系。现为天津市第四十五中学教师，中学数学特级教师，天津市优秀教师。天津市教育教学研究室兼职教研员，天津市未来教育家奠基工程首期学员，天津市中小学教师高级职称评审委员会委员，天津市河东区高中数学专业指导组成员，河东区名师工作室领衔人。曾获天津市教育科研先进个人，河东区专业技术突出贡献人才，河东区首届名师等荣誉称号。

前 言

著名的美国心理学家布鲁纳认为:任何学科的内容都可以用更为经济、富有活力的简约方式表达出来,从而使学习者易于掌握。我心中理想的“数学课堂”所追求的简约化,并不是单纯的简单化,它是一种教学的策略。教师要善于将各种知识模块、教学要素有机整合,用最低的教学成本取得最大的教学效益。

从刚踏上讲台的第一天起,我就开始了对“理想数学课堂”的苦苦追寻,30多年来的不懈努力,构建了我对数学课堂的基本观念,即“简约而不简单”。我始终认为,课堂教学上不能有太多的情境或环节,但内容要充实丰满;语言不能有过多的华丽辞藻,但要能使学生心领神会;不能盲目地追求现代媒体,而要充分发挥传统教学手段的功效。因为简约的数学课堂教学,是情节明快、集中,便于学生集中精力和时间对问题做深入有效的研究讨论,可以避免繁杂的情节造成教师的调控失衡而顾此失彼,可以避免使学生因应接不暇而思路混乱,新课程追求的应是复杂中的简约,简约才是内功,简约才叫真实,简约才会有用,简约才算艺术,才是教育的真谛,才是教改的目标。“简约”的数学课堂,意味着学生有足够的时间潜心会文,学生有足够的空间表现自我,教师有足够的机会促进生成,化繁为简,以简驭繁。

在高中新课程改革的背景下,我渐渐明白,理想的数学课堂是“为学生的数学学习服务”的,是引领学生自主建构的过程,是真实有效的师生互动过程,是以动态生成的方式推进教学活动的过程,是追求真实自然下的动态生成……真实的课堂摒弃演练和作假;有效的课堂追求简单和实用;互动的课堂讲究对话和共享;生成的课堂需要耐心和智慧。追求简简单单教数学,扎扎实实促发展。

“大道至简”数学课只有追求更高层次的简约求实的境界才会彻底解放学生,才能充分展示教师的个性,为学生的数学学习提供持续的动力,这才是我心中理想的数学课堂。

目 录

CONTENTS

第一章 问题提出的数学教学研究	1
一、数学问题提出研究的意义 / 3	
二、数学问题提出研究的理论依据 / 9	
三、高中数学问题提出研究的方法 / 16	
四、数学问题提出的教学实践 / 25	
五、数学问题提出研究的教学成效与思考 / 51	
第二章 高中数学教学策略的研究	58
一、数学教学策略研究的意义 / 58	
二、数学教学策略研究的理论依据 / 69	
三、高中数学教学策略 / 81	
四、高中数学教学策略运用的调查 / 114	
五、教师教学策略运用的案例与分析 / 121	
六、优化教学策略的思考 / 130	
第三章 培养思维能力的教学探究	145
一、课堂教学中,思维能力的培养 / 145	
二、解题教学中,学生直觉思维能力的培养 / 148	
三、学生创新能力的培养 / 157	

- 四、单元教学培养思维的系统性 / 162
- 五、案例分析与思考——“函数教与学” / 170

第四章 探究数学教学的有效性 179

- 一、“有效教学”的概念及组织形式 / 179
- 二、让教学发挥更大的作用 / 184
- 三、初高中数学的衔接教学 / 186
- 四、信息技术与教学的有效整合 / 192
- 五、学生数学学习心理探究 / 199
- 六、数学乐学心理的培养 / 203
- 七、有效教学设计案例 / 208

第一章

问题提出的数学教学研究

人类创新史和已有的研究表明:所有的创新都源于问题。爱因斯坦曾经说过:提出一个问题往往比解决一个问题更重要,因为解决一个问题也许仅仅是一个科学上的实验技能而已,而提出一个新的问题、新的可能性以及从新的角度看旧的问题,都需要创造性的想象力,而且标志着科学的真正进步。

问题提出已经成为 21 世纪教育关注的新焦点,对问题提出进行专门而系统的研究迫在眉睫。美国的 NCTM 强调提出问题的重要性,认为“这个活动是做数学的核心”。Wakefield 的研究结果发现,问题提出能力与几种创造潜力有关,并能够对创造潜力做出预测。Wertheimer 认为,在重大的发现中,最重要的是发现问题,提出丰富的问题通常是比找出一个问题的解决方法更重要、更伟大的成就。Beveridge 将能否发现合适的研究问题作为学生是否具有研究天赋的一个标准。我国学者郑毓信也指出:“我们不能将创新唯一地理解为‘问题解决’,努力培养学生提出问题的能力是素质教育,特别是创新精神的必然要求。”^①由此可见,善于提出问题是当今教育最重要的基础方法。为培养有创新精神的人才,我国此次新课程改革中各科均将探究列为课程标准的主要组成部分,而提出问题的能力又居于探究要素之首。集合论的奠基人康托尔提出:“在数学的领域中,提出问题的艺术比解答问题的艺术更为重要(引自中科院网)。”

数学始终以问题为中心,是借助问题提出与问题解决得以发展的。因此

^① 李祥兆. 基于问题提出的数学学习——探索不同情境中学生问题提出与问题解决的关系[D]. 华东师范大学博士学位论文,2006

问题提出的数学教学为培养学生的创造和创新能力提供了基础。然而,我国的数学教育教学现实是令人担忧的。许多学生的数学学习能力并未随着学习时间的增加而水涨船高,许多数学教师持熟能生巧的古训,缺少向教育科研要效益的意识与能力。在数学教学中,年复一年、日复一日地采取时间战术、题海战术是一种众所周知的表现。教学效率不高还表现在许多升入大学的学生,因为对一些高校的数学教师教学方法注重“实质上”的启发,缺少大量习题的训练而不适应高校的数学学习,这正是中小学数学教学效率不高的后遗症。目前高中生数学学习效率低下,课堂教学多表现为高投入低产出。学生认为数学难学,处于被动应付学习的状态,学得辛苦,课堂吸收率低;教师认为学生笨,教得痛苦,教学效率低。究其原因,一个很重要的因素是教师的课堂教学缺少问题提出。教师的教学重点大多是放在分析问题和解决问题上,问题提出一般都是教师,课堂教学中设置的提问也大多是为分析和解决问题的需要,因此,大部分学生的问题意识和提出问题的能力都非常差。学生的问题意识差,问题提出能力就差,自然学习的主动性就差,上课听讲的效果就差,课后自主学习时就会断章取义,用自己错误的观点指导学习,错上加错,花了很长时间就是积累错误,没有解决问题反而增加了新问题,学生的数学学习热情急剧下降。

基于问题提出的数学教学的重点是要提高学生课堂学习的效率,而学生在课堂学习的高效性的动力来源于学生对数学学习感兴趣,怎样让学生对数学感兴趣,有针对性的问题提出是难点。学生数学观点的提升是课堂学习的高效性的有力保障,学生数学观点的提升又源于对事物的深入认识与理解。怎样让学生真正达到对事物的深入认识与理解呢?有针对性的问题提出能够起到至关重要的作用。在问题提出的教学中,教师应把学生视为自主的、发展的、有潜力的个体,要充分发挥学生的主观能动性,培养学生主体参与意识和创新意识,在课堂上开发学生的创造潜能,提高数学课堂教学的效率。^①

① 韩琴. 课堂互动对学生创造性问题提出才能的影响[D]. 华中师范大学博士学位论文, 2008.

一、数学问题提出研究的意义

数学问题提出的研究在当前新课标倡导的核心素养培养大背景下越来越引起人们的关注,究其原因是因为数学问题提出不仅对数学学习有很大的帮助作用,同时也是数学课堂教学的得力助手,是提高教学效率的有力手段,问题提出的相关研究意义深远。

(一) 时代发展的需要

当今世界,数学已被世界各国列为核心课程,其与社会发展的紧密性和对社会发展的重要性不言而喻。随着课程目标与课程内容的改革,各国、各地区数学教学也相继进行了改革。美国教学中提倡学生在活动中“做数学”,其主要特点是充分体现学生的主体性;英国、荷兰在数学教学中,充分关注学生的个别差异,实行区别化教学,国家课程区别化、教学方式多样性、教材进度灵活性;韩国提出的差别化数学教育课程也充分体现了教学过程的区别化;日本新数学课程,它提倡以学生为主体的数学学习,其纲要提供了大量学生主体性活动的指导:户外活动、制作活动、利用实物探索数量和图形的活动、调查、应用、综合知识、探究、提出新问题的活动等等。

这些事实说明一个现象:数学在时代发展中占有举足轻重的作用,世界各国都重视数学教育改革。中国在这种环境下对数学教育的改革是全新的,开放的。新的数学课程标准特别提出了“提高从数学角度发现和提出问题的能力”。这是因为在数学教育的研究和实践中,人们逐渐体会到问题提出能力的重要性。数学问题提出的数学教学是时代发展的需要。

(二) 现实与教学的需要

刚进入高中的学生,时常感到数学难学。一方面是因为数学符号化、形式化加强,高度抽象,另一方面是用字母代替数的思想方法学生不习惯。学生对所学知识理解不到位,思维的层次还是静止的,不能用变化的观点看问题。学

生有力使不上,效率低下。随着年级升高,由于学业考与高考的压力,高中教师在课堂教学中主要关注解题方法和解题技巧的训练,高耗低效的熟练度训练与让学生有效率学习相违背,学生学习动力不够,一些数学教师又缺少行之有效的教学手段,学生内在的数学学习兴趣渐渐降低。

现实环境让教师深思:时代发展告诉我们问题提出的能力需要培养,现实中又让我们发现课堂教学的效率急待提高,学生对数学学习的有效性亟待解决。

国内外研究表明:问题提出能使学生在课堂教学中发挥主体作用,勇于提出问题,积极主动地去优化自己的知识结构,丰富自己的知识。这样的教学过程,学生的思维得到启发、思想得以活跃,他们由此可以获得丰富的情感体验,个性品质得到锻炼,主体性得到逐步形成和发展,如果加上教师的正确引导,数学学习效率自然会得到大幅提高。因此,研究基于问题提出的高中数学教学,探索通过提高学生的参与度来提高数学教学效率具有重要的实际意义。

(三)国内外研究的相关理论

1. 国外研究的相关理论

(1) 数学教学的一个重要组成部分是“问题提出”

美国教育工作者研究认为数学教学的一个重要组成部分是问题提出。他们在长期教育实践中总结出 10 条判断和衡量学生学好数学的能力标准:①善于观察,并能作类比、推理的方法表达;②敢于对权威性的观点提出疑问;③凡事喜欢寻根究底,弄清事物的来龙去脉;④能耐心听取别人见解并从中发现问题或受到启发;⑤能发现事物与现象间的逻辑关系;⑥对新鲜事物充满好奇心;⑦凡遇到问题总是喜欢在解决方法上另辟蹊径;⑧具有敏锐的观察能力和提出问题的能力;⑨总是从中发现成功的启示;⑩在学习上常有自己关心的独特的研究课题。上述的多个指标反映了问题提出的重要性。著名数学家阿达玛认为:发现关键的研究问题的能力是优秀的数学天才。努力培养学生提出问题的能力是素质教育,特别是创新精神的必然要求。美国的 NCTM 多次强调问题的重要性,并且认为“这个活动是做数学的核心”。其关键是培养学生的观察能力,观察能力强意味着学生问题提出能力也强。当代建构主义

教学观认为,我们应意识到将问题提出作为教学活动一部分的重要性。

(2)将“问题提出”视为有效的或更好的解决问题的一种手段

当克尔认为,问题解决包括对初始问题连续的再阐述;对一个复杂问题的解决过程包括提出一些连续的更精炼的问题——更能体现已知信息与目标之间关系的问题。这一系列问题提出的同时,也将总的解决问题的目标分解为一层一层的次目标,通过逐次对次目标的实现,达到对原问题的最终解决。因而,戴维斯也认为:“问题提出与解决应手拉手前进,在探究问题的过程中相互引发。”因为在解决问题的过程中能够让人们提出更多的问题,达到有效的课堂教学气氛,促使学生的思维得到很好的训练。

(3)“问题提出”是一种相对独立的数学活动

全美数学教师委员会认为:我们的数学教学应该给学生提供这样的机会——从给定情境中提出问题,或通过修改已知问题的条件去产生新的问题。美国《数学课程与评价标准》中指出:“在提供的情境中,数学思想是由学生而非教师产生的。”设计培养学生不断产生疑问的情境,鼓励学生成为自我引导性的学习者,常规的从事建构、符号化、应用与概括数学思想。哈特要求学生编数学问题来符合给定的运算,其目的是让学生如何利用具体情境来描绘符号表示。艾勒腾使用创造性写作作为一个窗口来探测学生的数学理解能力,他认为:“学生通过创造自己的问题表达数学观念,不仅展示了他们对数学概念发展的理解和水平,而且也反映了他们对数学本质的理解。”这些理论都在说明问题提出是一种相对独立的数学教学活动,在数学教学中不应该被忽视。

2. 国内研究的相关理论

(1)“提出问题”已经被列入课程目标

我国《普通高中数学课程标准》(2017)在课程目标中提到“提高从数学的角度发现和提出问题的能力、分析和解决问题的能力”。由此可见,我国的课程决策者对提出问题给予了很大的关注。许多研究者从课堂教学的角度对数学问题提出进行了很多有益的探究。

(2)数学“情境—问题”教学

吕传汉和汪秉彝研究了“数学情境与提出问题”的教学对研究性学习的推动作用。他们指出:数学“情境—问题”教学是指中小学生在教师的指导下,从

熟悉或感兴趣的数学情境中,通过主动探究,提出问题、研究问题和解决问题的过程,获得适应未来社会生活和进一步发展所必需的数学知识、数学思想方法和应用技能,发展勇于探索创新的科学精神的学习活动,这种教学模式渗透于研究性学习。^①

(3) 青浦实验

顾玲沅教授作为青浦实验的总设计师,非常重视教学效率。他认为,教学效率是学生的学习收获与教师、学生的教学活动量在时间尺度上的量度。这种量度毫无疑问应以教学目标为根据。青浦数学教学改革实验经过“十年生聚,十年教训”的艰辛历程,获得了数学教学效率得以显著提高的效果。青浦实验之所以大面积提高了数学教学质量,与其在正确的思想指导下是分不开的。他们提出了让所有学生都有效学习的基本原理。

情意原理:

该原理认为激发学习者的动机、兴趣和追求的意向,加强教育者与学习者的感情交流,是促进认知发展的支柱和动力。配合该原理的措施包括:其一,以问题作为出发点。通过认知冲突,激发学生的求知欲望。其二,让学生面对适度的困难。通过不断设置学生可以跨得过去的障碍,让学生体验克服障碍的喜悦,体会解决问题的喜悦感。其三,调整学习情感。学生碰到学习上的困难,要帮助他们,使他们增强克服困难的信心。学生学习顺利,要让他们克服骄傲的情绪。

序进原理:

为了将知识经验转化为学习者认知结构中的知识,教育者应根据学习者的学习水平,循序渐进地让学生掌握知识。措施包括:其一,每节课目的明确,重点突出。其二,教学安排注意由浅入深、由易到难、由简到繁、先单一后综合。其三,使新学习的知识与学习者认知结构中的相关知识建立起实质性的联系。其四,注意帮助学生构建良好的认知结构。其五,加强概念的教学,重视对概念的理解。

^① 郑洁. 王光明. 数学问题提出的研究述评[J]. 天津市教科院学报, 2006. (12).

活动原理:

为防止机械模仿,要组织探究活动。措施包括:在启发式教学指导下,通过组织一些观察、实验等探究活动,引导学生边听边想边尝试,经历发现问题、提出问题、分析问题和解决问题的过程。

反馈原理:

通过及时反馈,调节教学与学习。注意事项包括:处理好认知水平与思维能力培养的关系;处理好练习反馈与考试反馈的关系;处理好外部强化与内部学习动机激发的关系;引导学生学会自我评价。

这四条原理,具有内在的联系。情意原理是为了学生在迫切要求下学习,情意原理构成了学习的动因;序进原理是对教学内容与过程的要求;活动原理是对教学方法的要求;反馈原理是对教学结果的要求。

(4)GX 实验

“G”“X”为“高效”的汉语拼音的首写字母的大写,该实验由曾任西南师范大学校长的陈重穆教授主持,实验目的是减轻学生数学学习负担,提高数学教学效益。实验方法为编写 GX 教材,开展教法综合改革。实验指导思想为:①积极前进,循环上升。该思想认为只要学生理解了基本事实,掌握了基本技能,就可以前进,遗留问题在前进中再认识,在循环中解决,这是 GX 实验的学习观。②淡化形式,注重实质。该思想认为要从课程的角度出发,适度淡化数学科学的形式化特征,通过适当淡化规范性、逻辑性和严密性,有助于大面积提高数学教学质量,这是 GX 实验的大众教学观。③开门见山,适当前进。该思想是指尽快引出数学内容,重视数学知识的联系。该思想是 GX 教材的编写和使用策略。④先做后说,师生共做。该思想是指学生先做,然后才说,师生共做共说。教师做引导和总结。这是 GX 的教学观。

GX 实验通过编写教材,实验教师使用教材,收到了提高数学教学效率的目的,说明课程内容是影响教学效率的重要因素,组织良好的课程内容,有助于提高数学教学效率。但需要注意,教材只是供教师使用的材料,教师要对教材内容进行再加工,优秀教师会弥补教材的不足。教师不能自由选择教材,在教材已固定的情况下,如何提高数学教学效率更是需要加以研究的。

以上实验的策略、措施不尽相同,但均在不同程度上提高了教学效率,说

明提高教学效率的方法众多,各种方法各有千秋,可谓无分轩輊。

3. 问题的提出

国外的上述研究,展示了问题提出的重要性,从学生的智力因素与非智力因素加以分析,认为问题提出是教学的重要组成部分,可以引导学生正确认识数学教育,对数学产生兴趣,对学好数学充满期待。不足之处是缺乏课堂内外问题提出对课堂教学效率影响的具体研究。

国内的一些研究集中在说明“情景—问题”教学的优势,可能导致学生思维缺乏想象力;青浦实验从教学效率的视角看也存在着不足,他们对影响教学效率的因素缺乏深入探究,对教学应该达到的效果缺少明确认识,对教师的教学考虑与论述过多,对学生的学习效率缺少深刻论述;GX 实验忽略了课堂教学不是一个孤立个体,课堂教学与课外活动有紧密的联系。

综上所述,国内外研究在以下几个方面依然存在不足:

(1)关于问题提出的研究对象。主要研究了儿童青少年一般性问题提出能力,而研究关于高中生问题提出的教学不多,且研究的大多是针对学生的问题,提出对问题解决的影响。

(2)关于课堂高效率教学的研究。大多停留在关注教师教学过程中的传授能力,缺少对教学过程中师生间相互探讨,更缺少问题提出对教学效率影响的研究。

(3)关于学生的数学观的研究。主要是对数学的认识、对数学学习价值的认识以及对自我数学学习的认识等的研究^①,以往的研究关注的是数学的运用,缺少对学生数学观点的建立,尤其是数学观点变化的认识。

数学的问题提出是由数学的特点所决定的,数学内容不只是文字语言,还有符号语言、图形语言和逻辑语言。这些内容如果只是想在课堂上解决,让同学们马上理解、记忆,往往效果并不理想。因为在课堂上学生的大脑始终是处在受刺激状态、高度的兴奋和紧张状态,没有一个休整时期,从心理学角度来讲,这是不利于学习的。一张一弛才有利于学习。一方面,问题提出不是自

^① 韩琴. 课堂互动对学生创造性问题提出才能的影响[D]. 华中师范大学博士学位论文, 2008.

学,不要求把所有的知识都看懂、想清楚。只要对内容有个大概了解,对一些符号、图形有初步的认识。问题提出以后你可能还是模糊的,但这种模糊已经形成一种观念,当它在课堂上再次被激发时,就会有巨大的释放。另一方面,问题提出是要坚持的,要让问题提出成为一种习惯。习惯也是一种思维,从心理学角度来讲,习惯是一种定势,又是一种依赖。由于数学的学习不是靠死记硬背得来的,它是靠在大脑中形成一种“图像”,一种思维的“图像”。只有通过问题提出让这种“图像”,在大脑中先占一席之地,形成一种“影像”。有了这种模糊图像,然后再通过重复刺激,才能达到记忆的长久性、稳定性。

基于上述情况,本研究主要针对学生数学课堂学习的被动性问题,研究教师如何利用问题提出的方法引导学生改变数学观,逐渐步入自主学习的状态,多方位、多角度地利用资源组织学生提高课堂的教学效果,从而提高单位时间内课堂教学的效率。

二、数学问题提出研究的理论依据

基于问题提出的数学教学,探索问题提出对课堂教学效率的影响,研究的理论基础源于教育心理学。学生的学习不应该只关注知识的积累,教学中学生知识结构的合理性与知识结构的重组性对数学的学习是很有帮助的,尤其是对高中数学概念的生成教学,是学生数学学习中的重要支柱。教学的作用应该体现在学生观点的改变,对事物深层次的认识及良好习惯的形成。

(一) 课题研究的理论基础

1. 建构主义理论

建构主义是在认知主义基础上发展起来的独特的学习观,他认为“学习不应该被看成是对教师授予知识的被动接受,而是学习者以自身已有的知识和经验为基础主动的建构活动”。也就是说,学生学习过程是在教师创设的情境下,借助已有的知识和经验,主动探索,积极交流,从而建立新的认知结构的过程。它主张学习是学习者主动建构自己知识经验的过程,是通过新经验与原