

◆ 一流大学计算机类专业核心课程教材

离散数学及其应用

(第3版)

Discrete Mathematics and Its Applications
(Third Edition)

傅彦 顾小丰 王庆先 刘启和 编著

高等教育出版社

◆ 一流大学计算机类专业核心课程教材

离散数学及其应用

(第3版)

Discrete Mathematics and Its Applications
(Third Edition)

傅彦 顾小丰 王庆先 刘启和 编著

高等教育出版社·北京

内容提要

本书是国家级精品课程“离散数学”的主讲教材，也是教育部高等理工教育教学改革与实践项目的研究成果。本书系统地介绍了数理逻辑与基本定理证明方法、二元关系、图论、代数系统与布尔代数中有关的概念、定理及其证明方法，既注重对基本概念的描述，又注重阐述离散数学的证明方法及其在计算机科学中的实际应用，并以课程设计和实验的方式给出大量的应用实例。

本书可作为高等学校计算机科学与技术专业离散数学课程教材，也可作为其他相关专业的离散数学课程教材。

图书在版编目(CIP)数据

离散数学及其应用 / 傅彦等编著. -- 3版. -- 北京 : 高等教育出版社, 2019.8

ISBN 978-7-04-052152-8

I. ①离… II. ①傅… III. ①离散数学-高等学校-教材 IV. ①O158

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2019)第 125890 号

策划编辑 张海波 责任编辑 张海波 封面设计 于文燕 版式设计 马云
插图绘制 于博 责任校对 刘丽娟 责任印制 刁毅

出版发行 高等教育出版社
社 址 北京市西城区德外大街 4 号
邮政编码 100120
印 刷 中农印务有限公司
开 本 787mm × 1092mm 1/16
印 张 31
字 数 760 千字
购书热线 010-58581118
咨询电话 400-810-0598

网 址 <http://www.hep.edu.cn>
<http://www.hep.com.cn>
网上订购 <http://www.hepmall.com.cn>
<http://www.hepmall.com>
<http://www.hepmall.cn>
版 次 2007 年 7 月第 1 版
2019 年 8 月第 3 版
印 次 2019 年 8 月第 1 次印刷
定 价 57.00 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题，请到所购图书销售部门联系调换
版权所有 侵权必究
物 料 号 52152-00



傅彦，电子科技大学计算机科学与工程学院教授、博士生导师，四川省学术和技术带头人后备人选，主要从事大数据与数据挖掘应用、复杂网络、云计算及信息安全等交叉领域的研究。在PLoS ONE和ICDM等国际著名期刊和会议发表论文70多篇，其中被SCI和EI收录论文50多篇；拥有18项大数据应用领域的发明专利和软件著作权；主持多项国家863项目、国家自然科学基金重点研发项目、军863项目等多项国家级项目；作为第一负责人所主持的“基于网络***系统”项目获得四川省科技进步一等奖，参与“网络信息萃取的基础理论和关键算法研究”项目并获得中国计算机学会自然科学二等奖。

本书配套的数字资源使用方法如下：

1. 电脑访问 <http://abook.hep.com.cn/1865085>，或手机扫描二维码、下载并安装 Abook 应用。
2. 注册并登录，进入“我的课程”。
3. 输入教材封底防伪标签上的数字课程账号（20 位密码，刮开涂层可见），或通过 Abook 应用扫描封底数字课程账号二维码，完成课程绑定。
4. 单击“进入课程”按钮，开始本数字课程的学习。

课程绑定后一年为数字课程使用有效期。受硬件限制，部分内容无法在手机端显示，请按提示通过计算机访问学习。

如有使用问题，请发邮件至 abook@hep.com.cn。



扫描二维码
下载 Abook 应用

前 言

本书是由电子科技大学离散数学课程组教师共同编写的。电子科技大学离散数学课程于2005年被评为国家级精品课程，2008年被列入国家双语教学示范课程建设项目，2018年被评为国家精品在线开放课程；课程组2009年获得四川省教学团队，2010年所在的“计算机专业核心课程教学团队”获得国家级教学团队。本书就是根据课程组多年讲授离散数学的教学实践经验撰写而成的。

本书针对1~2学期的离散数学课程而设计，适用于高等学校数学类专业、计算机类专业的学生使用，其先行课程为线性代数。

离散数学是现代数学的一个重要分支，也是计算机科学与技术的理论基础，所以又称为计算机数学。

作为数学的一个分支，离散数学的研究对象是各种各样的离散量的结构及其关系，并且一般是有限个或者可数个元素。同时在整个离散数学的讨论中，也非常重视“能行性”问题的研究，即要解决一个问题，首先要证明此问题的解的存在性，但是仅仅解决存在性是不够的，还需要给出得到此问题解的步骤，而且该步骤是有限的、有规则的。这与连续数学中的讨论方式相违背。而且，它由多个数学分支组成，每一个分支基本上可以看成是一个独立的研究领域，它们从不同的角度出发，研究各种离散量之间数与形的关系。同时这些分支也并非相互独立，它们之间有着密切的关系，可以说，离散数学是一门综合的数学学科。离散数学作为计算机科学与技术专业的核心课程，充分地描述了计算机科学离散性的特点，为后继课程，如数据结构、编译系统、操作系统、数据库原理和人工智能、信息安全、计算机网络、算法分析等课程提供了必要的数学基础。

对于学生而言，不仅要学会一些特定的数学知识并知道如何应用，更重要的是要学习如何进行数学思维。本书特别强调数学推理及用不同的方法解题，为学生今后继续学习和工作，参加科学研究，攀登科技高峰，打下坚实的数学基础。

在本书的编写过程中，我们力求充分体现基础与前沿的关系、基础与后续课程的关系，注重理论与实践的结合，强调以逻辑的思想为主线，并在此基础上建立了各种证明问题的方法，突出定义和定理的逻辑描述特征，同时侧重于就若干重要内容介绍其概念和独特的方法，内容以工科学生“够用”为限，突出重点；在阐述内容时，力求做到结构严谨，通俗易懂；推演时务求详尽；大部分概念都用例子加以说明；强化基本概念的描述，注重基本理论的证明方法，目的在于启发学生的思想；淡化大量烦琐的、含有特殊技巧的、不带普遍意义的理论证明

II 前言

方法。针对离散数学的特点，有些问题给出了不同的解法，同一概念给出了不同的描述，希望能起到举一反三的作用。

本书通俗易懂，每个例题和证明都是采用先分析、后求解或证明的描述风格。在每一章前有本章内容提要、学习要求，章后有该章的主要知识点汇集、习题类型、解题分析和证明方法等。另外，由于在学习离散数学的过程中需要相应的数学基础知识，所以在编写本书时增加了一篇预备知识，它包括了学习离散数学所需要的所有数学基础知识，这对学习离散数学会有很大的帮助。

此书分5篇，共15章，第1章、第2章、第6章至第8章由王庆先撰写，第3章至第5章由傅彦撰写，第9章至第11章由顾小丰撰写，第12章至第15章由刘启和撰写，高辉、王丽杰负责全书资源的整理。

由于作者水平有限，书中不当和疏漏之处在所难免，敬请读者不吝赐教。

编者

2019年4月

目 录

第一篇 预备知识

引言	2	第 2 章 计数问题	24
第 1 章 集合论	3	2.0 内容提要	24
1.0 内容提要	3	2.1 学习要求	24
1.1 学习要求	3	2.2 基本原理	25
1.2 集合	4	2.2.1 乘法原理	25
1.2.1 集合的表示	5	2.2.2 加法原理	26
1.2.2 集合与元素的关系	6	2.2.3 基本原理的难点	27
1.2.3 集合与集合的关系	7	2.3 排列与组合	27
1.2.4 几个特殊的集合	9	2.3.1 排列问题	27
1.2.5 集合的运算	10	2.3.2 组合问题	30
1.2.6 集合的难点	13	2.3.3 排列与组合的难点	31
1.3 无限集	13	2.4 容斥原理与鸽笼原理	31
1.3.1 可数集合和不可数集合	13	2.4.1 容斥原理	31
1.3.2 无限集的难点	16	2.4.2 鸽笼原理	34
1.4 集合的应用	17	2.4.3 容斥原理与鸽笼原理的 难点	35
1.5 本章总结	19	2.5 本章总结	35
1.6 习题	20	2.6 习题	36

第二篇 数理逻辑

引言	40	3.6 命题逻辑的推理理论	83
第3章 命题逻辑	42	3.6.1 推理的基本概念和推理形式	83
3.0 内容提要	42	3.6.2 判断有效结论的常用方法	84
3.1 学习要求	42	3.6.3 命题逻辑推理的难点	90
3.2 命题与命题联结词	43	3.6.4 命题逻辑推理的应用	91
3.2.1 命题	43	3.7 本章总结	93
3.2.2 命题联结词	44	3.8 习题	95
3.2.3 联结词的难点	50	第4章 谓词逻辑	99
3.2.4 命题联结词的应用	51	4.0 内容提要	100
3.3 命题公式、解释与真值表	54	4.1 学习要求	100
3.3.1 命题公式	55	4.2 谓词逻辑中的基本概念与表示	100
3.3.2 命题公式的解释与真值表	56	4.2.1 谓词	101
3.3.3 命题公式的分类	58	4.2.2 量词	103
3.3.4 命题公式的基本等价关系	60	4.2.3 谓词的语言翻译	106
3.3.5 命题公式的难点	64	4.2.4 谓词翻译的难点	107
3.3.6 命题公式的应用	64	4.2.5 谓词翻译的应用	108
* 3.4 联结词的完备集	67	4.3 谓词合式公式与解释	109
3.4.1 命题联结词的种数	67	4.3.1 谓词的合式公式	110
3.4.2 联结词的完备集	69	4.3.2 自由变元和约束变元	111
3.4.3 联结词的完备集的应用	70	4.3.3 谓词合式公式的解释	112
3.5 公式的标准型——范式	72	4.3.4 谓词合式公式的分类	114
3.5.1 析取范式和合取范式	72	4.3.5 谓词合式公式的基本等价关系	115
3.5.2 主析取范式和主合取范式	74	4.3.6 谓词合式公式的难点	117
3.5.3 范式的难点	81	4.3.7 谓词合式公式的应用	117
3.5.4 范式的应用	81	4.4 公式的标准型——范式	118

4.4.1 前束范式	118	5.2 证明定理的方法	140
4.4.2 Skolem 标准型	119	5.2.1 基本证明技术	140
4.4.3 范式的难点	120	5.2.2 几种典型的证明技术	142
4.5 谓词逻辑的推理理论	121	5.2.3 带量词的证明技术	144
4.5.1 谓词演算的演绎与推理	121	5.2.4 证明中的错误	146
4.5.2 谓词演算的综合推理 方法	124	5.3 数学归纳法	147
4.5.3 谓词逻辑推理的难点	127	5.3.1 数学归纳法	148
4.5.4 谓词逻辑推理的应用	128	5.3.2 强形式数学归纳法	151
4.6 本章总结	132	5.3.3 数学归纳法的应用	152
4.7 习题	134	5.4 按定义证明方法	155
第 5 章 证明技术	139	5.4.1 按定义证明方法	155
5.0 内容提要	139	5.4.2 按定义证明方法的应用 实例	156
5.1 学习要求	140	5.5 本章总结	157
		5.6 习题	157

第三篇 二元关系

引言	162	6.3.5 关系运算的应用	186
第 6 章 二元关系	163	6.4 关系的性质	186
6.0 内容提要	163	6.4.1 关系性质的定义	187
6.1 学习要求	163	6.4.2 关系性质的判定定理	194
6.2 二元关系	164	6.4.3 关系性质的保守性	196
6.2.1 序偶和笛卡儿积	164	6.4.4 关系性质的难点	197
6.2.2 关系的定义	167	6.4.5 关系性质的应用	197
6.2.3 关系的表示法	169	6.5 关系的闭包运算	198
6.2.4 二元关系的难点	173	6.5.1 关系的闭包	198
6.2.5 关系的应用	174	6.5.2 关系闭包的难点	202
6.3 关系的运算	175	6.5.3 关系闭包的应用	203
6.3.1 关系的复合运算	176	6.6 本章总结	203
6.3.2 关系的逆运算	180	6.7 习题	204
6.3.3 关系的幂运算	183	第 7 章 特殊关系	209
6.3.4 关系运算的难点	185	7.0 内容提要	209
		7.1 学习要求	209

IV 目录

7.2 等价关系	210	8.1 学习要求	235
7.2.1 等价关系	210	8.2 函数	236
7.2.2 集合的划分	212	8.2.1 函数的定义	236
7.2.3 等价类与商集	213	8.2.2 函数的类型	238
7.2.4 等价关系与划分	215	8.2.3 常用函数	241
7.2.5 等价关系的难点	218	8.2.4 函数的难点	242
7.2.6 等价关系的应用	219	8.2.5 函数的应用	242
7.3 次序关系	220	8.3 函数的运算	244
7.3.1 拟序关系	220	8.3.1 函数的复合运算	244
7.3.2 偏序关系	221	8.3.2 函数的逆运算	246
7.3.3 全序关系	227	8.3.3 函数运算的难点	247
7.3.4 良序关系	228	8.3.4 函数运算的应用	247
7.3.5 次序关系的难点	229	8.4 置换函数	249
7.3.6 次序关系的应用	229	8.4.1 基本概念	249
7.4 本章总结	231	8.4.2 置换函数的难点	250
7.5 习题	232	8.4.3 置换函数的应用	250
第8章 函数	235	8.5 本章总结	251
8.0 内容提要	235	8.6 习题	252

第四篇 图 论

引言	256	9.2.7 结点的度数与握手定理 ..	269
第9章 图	258	9.2.8 图的同构	272
9.0 内容提要	258	9.2.9 图的难点	273
9.1 学习要求	258	9.2.10 图的应用	273
9.2 图的基本概念	259	9.3 通路、回路与连通性	274
9.2.1 图的定义	259	9.3.1 通路与回路	275
9.2.2 图的表示	260	9.3.2 无向图的连通性	282
9.2.3 邻接点与邻接边	262	9.3.3 有向图的连通性	285
9.2.4 图的分类	263	9.3.4 通路、回路与连通性的 难点	288
9.2.5 图的操作	265	9.3.5 通路、回路与连通性的 应用	288
9.2.6 子图与补图	266	9.4 本章总结	292

9.5 习题	292	11.2.3 欧拉图的难点	326
第 10 章 树	296	11.2.4 欧拉图的应用	326
10.0 内容提要	296	11.3 哈密顿图	328
10.1 学习要求	296	11.3.1 哈密顿的引入与定义	328
10.2 树	297	11.3.2 哈密顿图的判定	330
10.2.1 树的定义与性质	297	11.3.3 哈密顿图的难点	334
10.2.2 生成树	299	11.3.4 哈密顿图的应用	334
10.2.3 最小生成树	302	11.4 偶图	339
10.2.4 无向树的难点	304	11.4.1 偶图的定义	339
10.2.5 无向树的应用	304	11.4.2 偶图的判定	339
10.3 根树	305	11.4.3 匹配	340
10.3.1 根树的定义与分类	305	11.4.4 偶图的难点	341
10.3.2 根树的遍历	309	11.4.5 偶图的应用	342
10.3.3 最优树与赫夫曼算法	311	11.5 平面图	343
10.3.4 根树的难点	313	11.5.1 平面图的定义	343
10.3.5 根树的应用	314	11.5.2 平面图的简单判定方法 ——观察法	344
10.4 本章总结	319	11.5.3 欧拉公式	345
10.5 习题	319	11.5.4 库拉托夫斯基定理	348
第 11 章 特殊图	322	11.5.5 对偶图	349
11.0 内容提要	322	11.5.6 图的着色	350
11.1 学习要求	322	11.5.7 平面图的难点	353
11.2 欧拉图	323	11.5.8 平面图的应用	353
11.2.1 欧拉图的引入与定义	323	11.6 本章总结	355
11.2.2 欧拉图的判定	324	11.7 习题	356

第五篇 代数系统

引言	362
----------	-----

第 12 章 代数系统

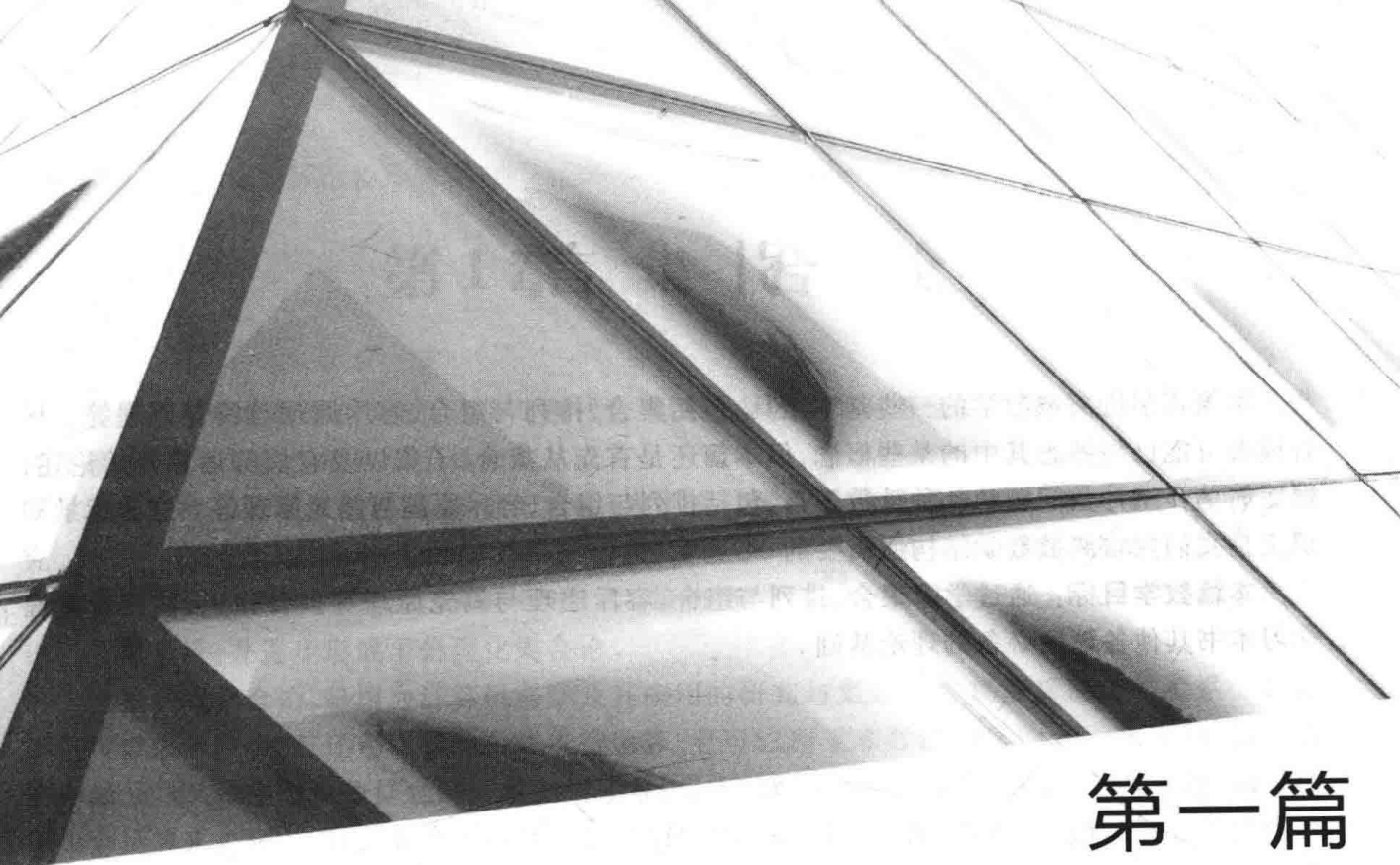
12.0 内容提要	363
12.1 学习要求	363

12.2 代数系统	364
12.2.1 代数运算	364
12.2.2 代数系统与子代数	367
12.2.3 代数系统的难点	368
12.2.4 代数系统的应用	369
12.3 代数系统的基本运算和	

性质	369	13.4.5 特殊群的应用	423
12.3.1 二元运算律	370	13.5 陪集与拉格朗日定理	425
12.3.2 代数系统的性质	375	13.5.1 陪集	425
12.3.3 代数系统性质的难点	383	13.5.2 拉格朗日定理	428
12.3.4 代数系统性质的应用	383	13.5.3 陪集与拉格朗日定理的 难点	429
12.4 同态与同构	384	* 13.5.4 拉格朗日定理的应用 ...	429
12.4.1 同态与同构	384	13.6 正规子群与商群	430
12.4.2 同态的性质	387	13.6.1 正规子群(不变 子群)	430
12.4.3 同态与同构的难点	388	* 13.6.2 商群	432
12.4.4 同态与同构的应用	389	13.6.3 正规子群与商群的 难点	435
12.5 本章总结	390	* 13.6.4 商群的应用	435
12.6 习题	391	13.7 本章总结	436
第 13 章 群	394	13.8 习题	437
13.0 内容提要	394	* 第 14 章 环与域	440
13.1 学习要求	394	14.0 内容提要	440
13.2 半群与含么半群	395	14.1 学习要求	440
13.2.1 半群与含么半群	395	14.2 环与域	441
13.2.2 元素的幂	397	14.2.1 环与域的定义	441
13.2.3 循环半群	398	14.2.2 环与域的性质	443
13.2.4 半群与含么半群的 难点	400	14.2.3 环与域的应用	445
13.2.5 半群的应用	400	14.3 本章总结	445
13.3 群及其性质	401	14.4 习题	446
13.3.1 群的定义及基本性质	403	第 15 章 格与布尔代数	447
13.3.2 元素的周期	405	15.0 内容提要	447
13.3.3 子群	409	15.1 学习要求	448
13.3.4 群的同态	415	15.2 格	448
13.3.5 群及子群的难点	416	15.2.1 偏序格	448
13.3.6 群的应用	416	15.2.2 代数格	450
13.4 特殊群	418	15.2.3 偏序格与代数格的 等价性	451
13.4.1 交换群(阿贝尔群) ...	418		
13.4.2 循环群	419		
* 13.4.3 置换群	422		
13.4.4 特殊群的难点	423		

15.2.4	格的性质	453	15.3.1	布尔代数	463
15.2.5	子格与格同态	454	15.3.2	布尔表达式	466
15.2.6	分配格与模格	457	15.3.3	布尔代数的难点	469
15.2.7	有界格与有补格	460	15.3.4	布尔代数的应用	469
15.2.8	格的难点	462	15.4	本章总结	474
15.2.9	格的应用	463	15.5	习题	475
15.3	布尔代数	463			

参考文献	477
------------	-----



第一篇

预备知识

引 言

本篇将引进离散数学的一些基本工具,包括集合、排列与组合、容斥原理与鸽笼原理等. 尽管读者可能已经熟悉其中的某些概念,但本篇还是首先从集合、子集以及它们的运算开始论述,然后简单介绍计数问题的几种计数工具,包括排列与组合、容斥原理与鸽笼原理等. 这些背景知识正是我们探索离散数学结构所需要的.

本篇教学目标: 通过学习集合、排列与组合、容斥原理与鸽笼原理等预备知识,使读者掌握学习本书其他各篇所必备的理论基础.

第1章 集合论

集合论是现代数学的基础,几乎与现代数学的每个分支都有着密切的联系,它已渗透到所有科技领域,是不可缺少的数学工具和表达语言.

集合论的起源可以追溯到16世纪末期,为了追寻微积分的坚实基础,人们对数集进行了研究.1879—1884年,康托尔(Cantor 1845—1918)发表了一系列有关集合论研究的文章,这些文章为集合论奠定了深厚的基础.1904—1908年,策梅洛(Zermelo, 1871—1953)列出了第一个集合论的公理系统,并逐步形成了公理化集合论.

这里学习集合论,是因为计算机科学及其应用的研究与集合论有着极其密切的关系.集合不仅可以表示数,而且还可以像数一样进行运算,更可以用于非数值信息的表示和处理,如数据的增加、删除、排序以及数据之间关系的描述等;有些问题很难用传统的数值计算来处理,却可以用集合运算来处理.因此,集合论在程序语言、数据结构、编译原理、数据库与知识库、形式语言和人工智能等领域都有广泛的应用,并且得到了进一步的发展.

本章主要介绍集合、子集的基本概念及相关性质;集合之间的各种运算及其运算性质;有限集和无限集的基本概念.但对集合论本身及其公理化系统不做深入探讨.

1.0 内容提要

1. 与集合相关的概念和特殊集合:集合的定义、集合的表示、属于和不属于、子集、真子集、包含和真包含、幂集、空集、全集、基数、有限集、无限集等.
2. 与集合运算相关的概念和定理:集合的交、并、差、补和对称差等5种运算的定义及相关运算律.

1.1 学习要求

1. 重点掌握的核心知识点

- (1) 领会集合的概念,能判定元素与给定集合的关系.
- (2) 能正确运用枚举法或叙述法表示一个集合,会画文氏图.
- (3) 能证明两个集合之间的真包含、包含和相等关系.