



博士后文库  
中国博士后科学基金资助出版

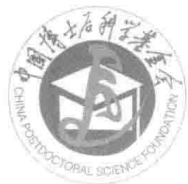
# 超冷原子系统中隧穿 动力学的量子操控

豆福全 著

非外借



科学出版社



博士后文库

中国博士后科学基金资助出版

# 超冷原子系统中隧穿 动力学的量子操控

豆福全 著

科学出版社

北京

## 内 容 简 介

本书主要介绍超冷原子系统中隧穿动力学量子操控领域的几个重要内容,包括超冷原子系统的非线性隧穿动力学、高保真度量子操控和超冷原子-分子转化动力学,研究粒子间相互作用等非线性因素导致的新奇量子现象,探索一些新颖的技术手段。全书共5章,第1、2章主要介绍研究背景、研究意义以及相关概念,第3~5章主要介绍超冷原子系统隧穿动力学量子操控研究中的三个重要内容。

本书适合物理学、力学、数学以及化学等专业的有关教师和研究生阅读,也可供相关专业的科研人员参考。

### 图书在版编目(CIP)数据

超冷原子系统中隧穿动力学的量子操控/豆福全著. —北京:科学出版社, 2019.9

(博士后文库)

ISBN 978-7-03-062298-3

I. ①超… II. ①豆… III. ①原子物理学—研究 IV. ①O562

中国版本图书馆CIP数据核字(2019)第204585号

责任编辑:宋无汗 崔慧娴/责任校对:郭瑞芝

责任印制:师艳茹/封面设计:陈敬

科学出版社出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

中国科学院印刷厂印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

\*

2019年9月第一版 开本:720×1000 B5

2019年9月第一次印刷 印张:12

字数:242 000

定价:98.00元

(如有印装质量问题,我社负责调换)



## 作者简介

豆福全：北京理工大学博士，北京应用物理与计算数学研究所博士后。主要研究方向为冷原子物理、非线性物理和相关量子调控问题及应用。目前主持国家自然科学基金 2 项，甘肃省自然科学基金 1 项，完成中国博士后科学基金面上项目(一等资助) 1 项，参与国家自然科学基金重大项目等 6 项。发表 SCI 等论文 50 余篇。获甘肃省高校科技进步奖一等奖 2 项、二等奖 4 项，甘肃省高等学校科研优秀成果奖科学技术类三等奖 2 项。

## 《博士后文库》编委会名单

主 任 陈宜瑜

副主任 詹文龙 李 扬

秘书长 邱春雷

编 委 (按姓氏汉语拼音排序)

付小兵 傅伯杰 郭坤宇 胡 滨 贾国柱 刘 伟

卢秉恒 毛大立 权良柱 任南琪 万国华 王光谦

吴硕贤 杨宝峰 印遇龙 喻树迅 张文栋 赵 路

赵晓哲 钟登华 周宪梁

## 《博士后文库》序言

1985年，在李政道先生的倡议和邓小平同志的亲自关怀下，我国建立了博士后制度，同时设立了博士后科学基金。30多年来，在党和国家的高度重视下，在社会各方面的关心和支持下，博士后制度为我国培养了一大批青年高层次创新人才。在这一过程中，博士后科学基金发挥了不可替代的独特作用。

博士后科学基金是中国特色博士后制度的重要组成部分，专门用于资助博士后研究人员开展创新探索。博士后科学基金的资助，对正处于独立科研生涯起步阶段的博士后研究人员来说，适逢其时，有利于培养他们独立的科研人格、在选题方面的竞争意识以及负责的精神，是他们独立从事科研工作的“第一桶金”。尽管博士后科学基金资助金额不大，但对博士后青年创新人才的培养和激励作用不可估量。四两拨千斤，博士后科学基金有效地推动了博士后研究人员迅速成长为高水平的研究人才，“小基金发挥了大作用”。

在博士后科学基金的资助下，博士后研究人员的优秀学术成果不断涌现。2013年，为提高博士后科学基金的资助效益，中国博士后科学基金会联合科学出版社开展了博士后优秀学术专著出版资助工作，通过专家评审遴选出优秀的博士后学术著作，收入《博士后文库》，由博士后科学基金资助、科学出版社出版。我们希望，借此打造专属于博士后学术创新的旗舰图书品牌，激励博士后研究人员潜心科研，扎实治学，提升博士后优秀学术成果的社会影响力。

2015年，国务院办公厅印发了《关于改革完善博士后制度的意见》（国办发〔2015〕87号），将“实施自然科学、人文社会科学优秀博士后论著出版支持计划”作为“十三五”期间博士后工作的重要内容和提升博士后研究人员培养质量的重要手段，这更加凸显了出版资助工作的意义。我相信，我们提供的这个出版资助平台将对博士后研究人员激发创新智慧、凝聚创新力量发挥独特的作用，促使博士后研究人员的创新成果更好地服务于创新驱动发展战略和创新型国家的建设。

祝愿广大博士后研究人员在博士后科学基金的资助下早日成长为栋梁之才，为实现中华民族伟大复兴的中国梦做出更大的贡献。



中国博士后科学基金会理事长

# 前 言

超冷原子系统的量子操控是原子分子和光物理等领域近年来最重要、最活跃、发展最为迅速、成果最为辉煌的前沿课题之一。这一前沿研究和化学、量子信息、凝聚态物理甚至天体物理紧密相关,会出现很多超乎寻常的量子现象,也可能带来一系列新的技术突破。这些研究既有很强的基础理论价值,也有广泛的应用前景。本书围绕超冷原子系统隧穿动力学量子操控这一前沿领域,主要介绍超冷原子系统的非线性隧穿动力学、高保真度量子操控和超冷原子-分子转化动力学,研究粒子间相互作用等非线性因素导致的新奇量子现象,探索量子操控的一些新颖的技术手段。

全书共 5 章,第 1、2 章主要介绍研究背景、研究意义以及相关概念,第 3~5 章介绍超冷原子系统隧穿动力学量子操控研究中的三个重要内容。

第 1 章对本书的研究背景做了简要介绍。主要包括超冷原子物理、量子相干操控、超冷原子系统量子操控的研究意义。

第 2 章介绍本书所述的超冷原子系统隧穿动力学量子操控研究中三个方面的研究现状、基本方法以及研究意义等,包括非线性隧穿动力学、高保真度量子操控、超冷原子-分子转化。

第 3 章从数值和解析两方面研究具有粒子间相互作用和非线性扫描两种非线性的两能级系统的 Landau-Zener 隧穿动力学,以及具有粒子间相互作用的非线性 Demkov-Kunike 跃迁动力学。在 Landau-Zener 隧穿中,由于两种非线性的相互竞争,在不同参数范围内,发生一系列有趣的现象,如绝热性的破坏、干涉现象的消失以及隧穿概率的不对称性。在 Demkov-Kunike 跃迁动力学中,由于非线性粒子间相互作用的存在,跃迁动力学中也出现了不对称性等。同时,还介绍一些实现这些隧穿动力学的可能实验方案。

第 4 章介绍两能级系统高保真度量子驱动问题,包括超绝热量子驱动、超快量子驱动以及复合绝热通道技术。在超绝热量子驱动问题中,以啁啾高斯两能级模型和 Demkov-Kunike 模型为例,发现通过构造和调节附加哈密顿量反非绝热场(counter-diabatic field, CD 场),非绝热损失能被抵消,且精度达到任意阶,即使在原来的非绝热参数范围也能保证绝热跟随瞬时绝热基态,实现一个高保真度、鲁棒且加速的无跃迁超绝热布居数转移。在超快速量子驱动问题中,主要考虑非线性两能级系统,一是具有粒子间相互作用的非线性两能级系统,通过与非线性 Landau-Zener 和 Roland-Cerf 技术比较,发现复合脉冲(composite pulse)技术能实现从初态到目

标态的最大量子转化速度, 探讨原子间相互作用对高保真度量量子驱动的影响, 发现系统中存在一种粒子间相互作用的临界行为; 二是进一步考虑具有粒子间相互作用和非线性扫描两种非线性的广义两能级模型, 系统研究超快量子控制问题, 也讨论模型的实验方案以及在加速光晶格玻色-爱因斯坦凝聚中观察到该非线性效应的可能性. 在复合绝热通道的问题中, 将复合绝热通道技术推广到有限时间的两能级系统和非线性两能级系统中, 实现快速、高保真度量量子控制.

第 5 章介绍超冷原子-分子的转化问题. 一是考虑包含粒子间相互作用的超冷玻色系统中原子-双原子分子的转化, 通过在 Feshbach 共振附近设计一个磁场脉冲链, 实现一种稳定、高效产生超冷双原子分子的方法. 得到这些磁场脉冲持续时间的解析表达式, 研究分子转化效率和每个磁场脉冲的持续时间的依赖关系, 发现只要适当地调节各个磁场脉冲的持续时间, 分子转化效率可高达 100%, 也讨论了粒子间相互作用对原子-分子转化过程的影响. 二是介绍超冷玻色系统中同核和异核原子-多聚物分子的转化问题. 首先考虑超冷五聚物分子的形成, 接着对该方法进行拓展, 研究超冷  $N$  体 Efimov 多聚物分子的产生. 利用一种广义的受激拉曼绝热通道技术, 建立平均场模型, 获得系统的 CPT 解, 对多聚物分子, 得到其 CPT 解满足一个普适的代数方程. 利用线性不稳定分析方法, 分析暗态的稳定性, 并通过定义合适的保真度研究系统的绝热性. 最后讨论粒子间相互作用、多聚物分子中原子数目以及外场参数、外场形式对原子-多聚物分子转化过程的影响.

特别感谢刘杰研究员、傅立斌研究员多年来的指导、鼓励和帮助, 感谢团队的各位成员, 许多问题是在和大家的讨论中得以解决, 感谢各位老师、同学、同事、朋友和家人长期以来的指导、鼓励和支持. 感谢国家自然科学基金 (11665020, 11547046) 和中国博士后科学基金对作者课题的资助, 感谢中国博士后科学基金优秀学术专著出版资助基金对本书的资助. 感谢科学出版社各位编辑对本书出版所付出的辛勤努力.

目前, 关于超冷原子系统量子操控方面的研究正处于蓬勃发展时期, 该研究涉及学科方向众多, 和许多学科高度交叉, 新的技术方法层出不穷, 新的研究成果不断涌现, 具有极为广阔的应用前景. 国内的许多科研院所及高校也取得了一系列杰出的成果. 本书主要介绍超冷原子系统非线性隧穿动力学、高保真度量量子操控以及超冷原子-分子转化, 所涉范围相对较窄, 加之作者水平和能力有限, 书中疏漏和不当之处在所难免, 敬请批评指正.

# 目 录

《博士后文库》序言

前言

第 1 章 绪论: 超冷原子物理——极热研究领域	1
1.1 超冷原子物理	1
1.1.1 低温物理	1
1.1.2 玻色-爱因斯坦凝聚	4
1.1.3 超冷原子性质	6
1.2 量子相干操控	7
1.2.1 研究背景与研究意义	7
1.2.2 量子相干操控概念	8
1.2.3 超冷原子系统中量子操控的方法	8
1.3 超冷原子系统量子操控的研究意义	10
参考文献	14
第 2 章 隧穿动力学: 量子操控重要方向	18
2.1 非线性隧穿动力学	18
2.1.1 基本模型	18
2.1.2 几种常见的隧穿模型	19
2.1.3 非线性方面的扩展	21
2.2 高保真度量子操控	24
2.2.1 超绝热量子操控	24
2.2.2 超快速量子操控	25
2.2.3 复合绝热通道技术	26
2.3 超冷原子-分子转化	27
2.3.1 超冷分子性质	27
2.3.2 超冷分子的几种产生方法	28
2.3.3 Efimov 共振及其超冷多聚物分子的形成	39
参考文献	45
第 3 章 超冷原子系统中的非线性隧穿动力学	58
3.1 广义 Landau-Zener 隧穿	58

3.1.1	粒子间相互作用和非线性扫描对 LZT 的影响	59
3.1.2	应用举例	65
3.2	非线性 Demkov-Kunike 跃迁	66
3.2.1	模型	66
3.2.2	无静态失谐情况	67
3.2.3	存在静态失谐情况	73
3.2.4	应用和讨论	75
	参考文献	76
第 4 章	高保真度量量子操控	81
4.1	高保真度超绝热量子驱动	81
4.1.1	模型和超绝热技术	82
4.1.2	啁啾 Gaussian 模型中的高保真度超绝热量子驱动	84
4.1.3	Demkov-Kunike 模型的高保真度超绝热量子驱动	89
4.1.4	结论与讨论	97
4.2	高保真度超快量子驱动	97
4.2.1	具有粒子间相互作用两能级系统中的超快量子驱动	97
4.2.2	广义非线性两能级系统中高保真度超快量子驱动	104
4.3	高保真度复合绝热通道技术	112
4.3.1	复合绝热通道技术	114
4.3.2	有限时间两能级系统中高保真度布居数转移	115
4.3.3	非线性两能级系统中的应用	120
4.3.4	结论与讨论	125
	参考文献	126
第 5 章	超冷原子-分子转化动力学	134
5.1	超冷双原子分子的产生: 磁场脉冲链技术的量子操控	134
5.1.1	平均场模型和拉比振荡	135
5.1.2	原子-分子转化的磁场脉冲链技术	138
5.1.3	结论和讨论	142
5.2	超冷 $N$ 体 Efimov 多聚物分子的形成: 广义受激拉曼绝热通道技术的量子操控	143
5.2.1	超冷五聚物分子的形成	145
5.2.2	超冷 $N$ 体 Efimov 多聚物分子的形成	153
5.2.3	小结	162
5.3	外场形式对超冷原子-多聚物分子转化效率的影响	162

---

5.3.1 模型与绝热保真度 .....	163
5.3.2 外场扫描形式对转化效率的影响 .....	164
5.3.3 小结 .....	169
参考文献 .....	169
编后记 .....	176

# 第1章 绪论：超冷原子物理——极热研究领域

本书涉及“超冷原子量子操控”的几个方面：超冷原子系统中的非线性隧穿动力学、高保真度量子操控以及超冷原子-分子转化。本章主要介绍与该领域相关的基本概念、研究背景以及研究意义等，包括超冷原子物理、量子相干操控以及超冷原子系统量子操控的研究意义。

## 1.1 超冷原子物理

当您阅读本书时，空气分子正以大约 500 m/s 的平均速度从您身旁穿梭而过（这个速度比一般手枪子弹的速度要快），而且从四面八方袭来。与此同时，构成人体的原子和分子也正不停翻滚、振动或互相碰撞着。物体的行进速度越快，意味着蕴含的能量就越大。原子和分子的集体能量，通常就是人们所感受到的热，而温度正是描述物质内部热运动量度的物理量。自然界中没有任何东西是完全静止的，如果所有的原子都停下躁动的脚步，静止不动，就意味着温度为绝对零度（ $-273.15^{\circ}\text{C}$ ，19世纪中叶由开尔文定义）。热力学第三定律也告诉人们，绝对零度不可能达到。然而，低温世界就像魔术师，会使物质世界出现各种奇异现象，因此人们对低温世界的探索永不止步。目前，随着人类对世界认识的不断深入以及对微观操控和冷却技术的不断提高，物质世界的温度也在不断降低，已经越来越无限地接近绝对零度，低温物理便很自然地成为物理学大厦中很重要的一个分支。

### 1.1.1 低温物理

低温物理是物理学工作者极其关注的重要物理领域之一。人类对世界的认识也随着温度的降低而不断深入，而且每次低温的突破几乎都会和诺贝尔奖结缘。

1911年 Onnes<sup>[1]</sup> 关于超导和 1938年 Kapitza<sup>[2]</sup> 关于  $^4\text{He}$  超流的发现，使温度环境进入到大约 1K 的范围，Onnes 和 Kapitza 分别获得 1913年和 1978年的诺贝尔物理学奖。1972年 Osheroff 等<sup>[3]</sup>  $^3\text{He}$  超流的发现又将温度降低到毫开 (mK) 范围（多普勒冷却），即  $10^{-3}\text{K}$ ，因此获得 1996年的诺贝尔物理学奖。1985年 Chu<sup>[4]</sup>，Cohen-Tannoudji<sup>[5]</sup> 以及 Phillips<sup>[6]</sup> 等首次利用激光冷却技术将原子温度降低到微开 ( $\mu\text{K}$ ) 范围（亚多普勒冷却），即  $10^{-6}\text{K}$ ，从而获得了 1997年的诺贝尔物理学奖。1995年 JILA、Rice 和 MIT 的实验小组利用激光冷却、原子囚禁和蒸发冷却技术将原子进一步冷却到纳开 (nK) 范围，即  $10^{-9}\text{K}$ ，相继实现了碱金属原子  $^{87}\text{Rb}$ 、 $^7\text{Li}$  和

$^{23}\text{Na}$  的玻色-爱因斯坦凝聚 (Bose-Einstein condensation, BEC) [7-10], 美国天体物理学联合实验研究所 (Joint Institute for Laboratory Astrophysics, JILA) 的 Cornell、Wieman 与麻省理工学院 (Massachusetts Institute of Technology, MIT) 的 Ketterle 因此共同获得了 2001 年的诺贝尔物理学奖。此后, 冷原子物理领域又掀起了一次研究热潮, 大量的工作涌现出来。到目前, 最低温度已经达到皮开 (pK) 量级, 即  $10^{-12}\text{K}$  范围 [11]①。图 1.1 (图中正三角形表示  $^3\text{He}$  超流, 倒三角形表示  $^3\text{He}$  固体, 菱形表示  $^3\text{He}$  和  $^4\text{He}$  混合, 球形表示铜中的传导电子, 右三角表示 Rb 玻色-爱因斯坦凝聚, 方块表示 Cu、Ag 或 Rh 的核自旋, 左三角表示 Ag 或 Rh 负核自旋温度) 和图 1.2 显示了最低温度的研究发展历史。这些开创性的工作揭开了超冷原子物理研究的崭新篇章 [12, 13]。

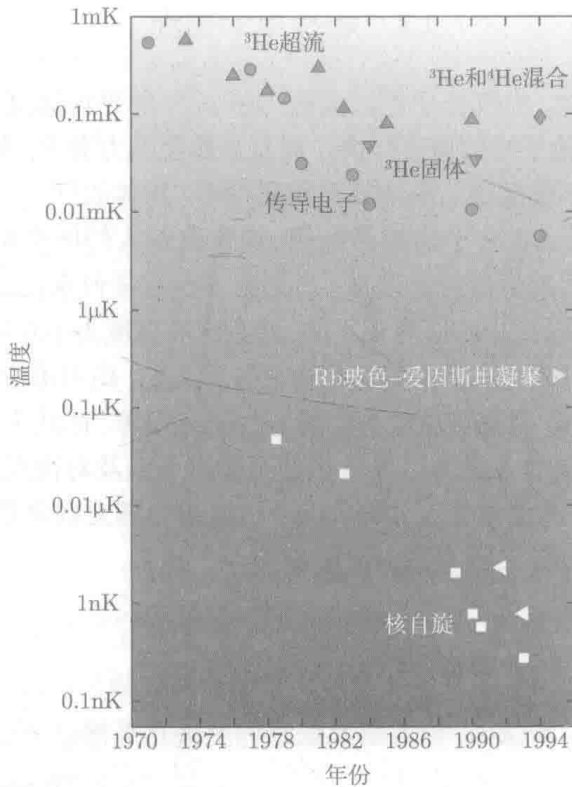


图 1.1 最低温度纪录示意图 (1970~1996) [14]

① 据 *Nature* 杂志网站 2013 年 1 月 3 日 (Quantum gas goes below absolute zero, <http://www.nature.com/news/quantum-gas-goes-below-absolute-zero-1.12146>), *ScienceDaily* 网站 2013 年 1 月 4 日 (A temperature below absolute zero: atoms at negative absolute temperature are the hottest systems in the world, <http://www.sciencedaily.com/releases/2013/01/130104143516.htm>), 以及 *Science* 杂志 2013 年 1 月 4 日报道, 德国物理学家在光晶格中利用钾原子首次造出一种“低于”绝对零度 (负温度) 的量子气体。实际上这里所说的“负温度”并不表示比绝对零度还低的温度, 可见本书 1.3 节的有关介绍。

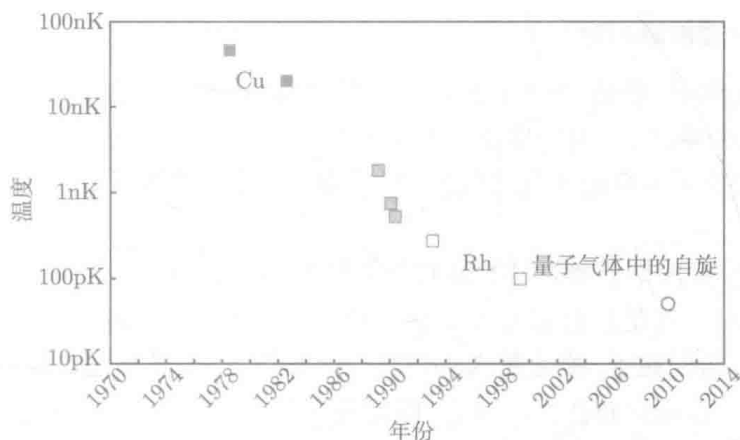


图 1.2 最低温度的研究发展历史示意图 (1970~2014 年) [15]

这里所谓的超冷,就是指原子作为整体的平动速度极低,温度一般低于毫开 (mK) 范围,现在也常常指温度低于微开 ( $\mu\text{K}$ ) 范围.如此低的温度,为物理学的环境作了一项革命性的变革.不同温度的物质,所满足的物理规律也会发生很大的变化.图 1.3 显示 JILA 实验组对物质温度划分的示意图.可以看到,温度从开 (K) 到毫开 (mK),再到超冷低于微开 ( $\mu\text{K}$ ) 范围,所满足的物理规律由经典物理描述到半经典物理,再到完全的量子力学描述.而玻色-爱因斯坦凝聚的实现就是低温物理研究中的一个杰出代表,它为研究这些超冷环境下的量子现象提供了一个绝佳的工具.

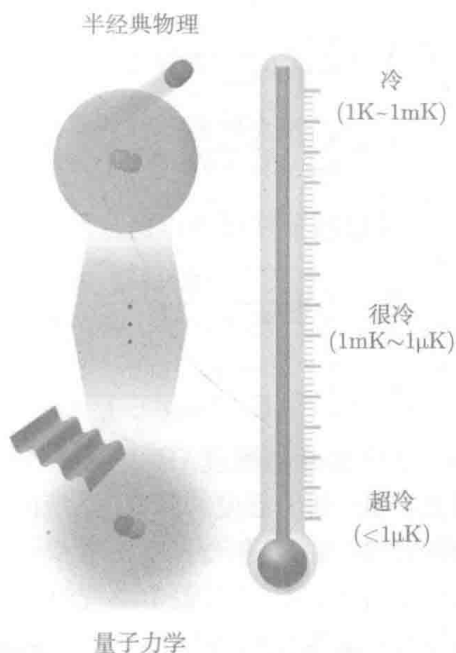


图 1.3 JILA 实验组对物质温度划分示意图 [16]

### 1.1.2 玻色-爱因斯坦凝聚

冷原子气体中, 玻色-爱因斯坦凝聚的实现标志着低温物理中超冷原子气体研究快速发展的开端, 已经为物理学提供了一个新的物质态, 被称为物质的第五态, 可用于进行各种前所未有的研究, 涵盖了原子物理、量子光学以及凝聚态物理等众多领域.

气态玻色-爱因斯坦凝聚体是总自旋为整数的气态原子 (自然界中的粒子按照自旋分为两种, 一种是总自旋为  $\hbar/2$  偶数倍或 0 的粒子, 称为玻色子; 另一种总自旋是  $\hbar/2$  奇数倍的粒子, 称为费米子), 在一定条件下, 尤其是超低温下所呈现的特殊量子状态, 会宏观分布在同一状态, 即能量最低态. 这是一种宏观量子现象, 也就是说, 宏观尺度的系统具有了微观客体才有的量子特性. 该现象早在 1924~1925 年由玻色和爱因斯坦预言, 并于 1995 年首次在实验中观测到.

1924 年印度物理学家 Bose<sup>[17]</sup> 在研究黑体辐射谱时得到了光子的统计分布规律 (假定光子是不可分辨的). 1925 年, 爱因斯坦把这种假定推广到玻色子组成的粒子体系, 后来人们就称这种统计规律为玻色-爱因斯坦统计. 该统计表明, 在第  $i$  个量子态上分布的粒子个数为  $n_i$ :

$$n_i = \frac{1}{e^{(\epsilon_i - \mu)/k_B T} - 1}. \quad (1.1)$$

其中,  $\epsilon_i$  是第  $i$  个量子态的能量;  $\mu$  是系统的化学势;  $k_B = 1.38 \times 10^{23} \text{J} \cdot \text{K}^{-1}$  为玻尔兹曼常量;  $T$  是热力学温度.  $\mu$  和  $T$  受系统的总粒子数  $N$  和总能量  $E$  限制:

$$N = \sum_i \frac{1}{e^{(\epsilon_i - \mu)/k_B T} - 1}, \quad (1.2)$$

$$E = \sum_i \frac{\epsilon_i}{e^{(\epsilon_i - \mu)/k_B T} - 1}. \quad (1.3)$$

如果考虑的是一个大气系统, 上述限制条件可写作积分形式:

$$N = \int d\epsilon \frac{g(\epsilon)}{e^{(\epsilon - \mu)/k_B T} - 1}, \quad (1.4)$$

$$E = \int d\epsilon \frac{\epsilon g(\epsilon)}{e^{(\epsilon - \mu)/k_B T} - 1}, \quad (1.5)$$

其中,  $g(\epsilon) = 2\pi V(2m)^{3/2} \epsilon^{1/2} / h^3$  表示态密度,  $V$  是原子气体体积,  $m$  是原子质量,  $h = 6.63 \times 10^{34} \text{J} \cdot \text{s}$  是普朗克常量. 随着温度的降低, 系统的化学势 ( $\mu < 0$ ) 逐渐增大. 当温度达到某一临界值  $T_c$  时, 系统的化学势  $\mu \rightarrow 0^-$ , 由上述方程可知,  $\epsilon = 0$  态上的粒子数目可能增大至  $N$  的量级, 甚至整个系统的粒子都有可能集体占据到此量子态上. 这种在绝对零度附近发生的玻色子宏观占据某一量子态的现象即为玻色-爱因斯坦凝聚.

用  $N_0(T)$  表示温度为  $T$  时动能为零的原子数, 式 (1.4) 可写作:

$$N = N_0(T) + \int_0^\infty \frac{g(\epsilon)}{e^{(\epsilon-\mu)/k_B T} - 1} d\epsilon = N_0(T) + \frac{V}{\lambda_{dB}^3} g_{3/2}(z), \quad (1.6)$$

其中,  $g_n(z) = \frac{1}{\Gamma(n)} \int_0^\infty \frac{x^{n-1}}{e^x/z - 1} dx$  为玻色函数,  $z = e^{\mu/k_B T}$  为气体的逸度,  $\Gamma(n) = \int_0^\infty e^{-t} t^{n-1} dt$  为 Gamma 函数;  $\lambda_{dB}$  为热 de Broglie 波长:

$$\lambda_{dB} = \frac{h}{\sqrt{2\pi m k_B T}}, \quad (1.7)$$

当  $\mu \rightarrow 0$  时,  $z \rightarrow 1$ ,  $g_{3/2}(1) = 2.612$ . 如果进一步降低温度, 增加气体的密度, 由式 (1.6) 的第二个等式可以看出, 此时气体中原子数的增加只能来源于  $N_0$  这一项, 也就是系统中会有越来越多的原子落到动能为零的态上, 导致玻色-爱因斯坦凝聚的形成. 由此可见, 形成玻色-爱因斯坦凝聚的条件是相空间密度  $\rho_{ps}$  要满足:

$$\rho_{ps} = n\lambda_{dB}^3 = \frac{N}{V}\lambda_{dB}^3 \geq 2.612. \quad (1.8)$$

这里的相空间密度定义是在自由空间中  $\rho_{ps} = n\lambda_{dB}^3$  的形式, 它用来衡量样品是否“冷”(在低温且大的粒子数密度时其值大). 由式 (1.8) 可得, 玻色-爱因斯坦凝聚转变温度和临界密度分别为

$$\begin{cases} T_c = \frac{h^2}{2\pi k_B} \left( \frac{n}{2.612} \right)^{2/3}, \\ n_c = 2.612 \left( \frac{2\pi m k_B T}{h^2} \right)^{3/2}. \end{cases} \quad (1.9)$$

相应地, 可得凝聚体中的原子数随温度的变化:

$$\frac{N_0}{N} = 1 - \left( \frac{T}{T_c} \right)^{3/2}. \quad (1.10)$$

实验时, 首先利用磁光阱, 然后采用蒸发冷却来实现玻色-爱因斯坦凝聚<sup>[7]</sup>. 目前已被实验证实能够通过激光冷却和陷俘原子的相关技术产生玻色-爱因斯坦凝聚的原子种类有  $^{87}\text{Rb}$ <sup>[7,8]</sup>、 $^{23}\text{Na}$ <sup>[10,18]</sup>、 $^7\text{Li}$ <sup>[9]</sup>、 $^1\text{H}$ <sup>[19]</sup>、 $^{85}\text{Rb}$ <sup>[20]</sup>、亚稳的  $^4\text{He}$ <sup>[21,22]</sup>、 $^{41}\text{K}$ <sup>[23]</sup>、 $^{133}\text{Cs}$ <sup>[24]</sup>、 $^{174}\text{Yb}$ <sup>[25,26]</sup>、 $^{52}\text{Cr}$ <sup>[27]</sup>、 $^{39}\text{K}$ <sup>[28]</sup>、 $^{170}\text{Yb}$ <sup>[29]</sup>、 $^{40}\text{Ca}$ <sup>[30]</sup>、 $^{84}\text{Sr}$ <sup>[31,32]</sup>、 $^{88}\text{Sr}$ <sup>[33]</sup>、 $^{86}\text{Sr}$ <sup>[34]</sup>、 $^{168}\text{Er}$ <sup>[35]</sup> 等. 同时由费米原子对, 如  $^6\text{Li}$  和  $^{40}\text{K}$  形成的分子玻色-爱因斯坦凝聚也已经实现.

图 1.4 给出了实验中测得的铷原子速度分布随着温度的变化, 其中左边代表温度高于凝聚温度时的气体, 中间表示凝聚体出现, 右边表示经过进一步蒸发冷却后只剩下几乎纯的凝聚体. 颜色对应每个速度下的原子数<sup>[7,36]</sup>. 当原子气体的温度高于凝聚体转变温度时, 凝聚体没有形成, 原子的分布与热原子平衡态下的分布类似.

温度一旦降低到转变温度以下, 在速度空间对应  $v = 0$  的位置出现一个尖峰, 形成了凝聚体. 随着蒸发冷却的进行, 原子的温度继续降低, 越来越多的原子从非凝聚的状态转移到凝聚体中, 最终形成几乎纯的凝聚体.

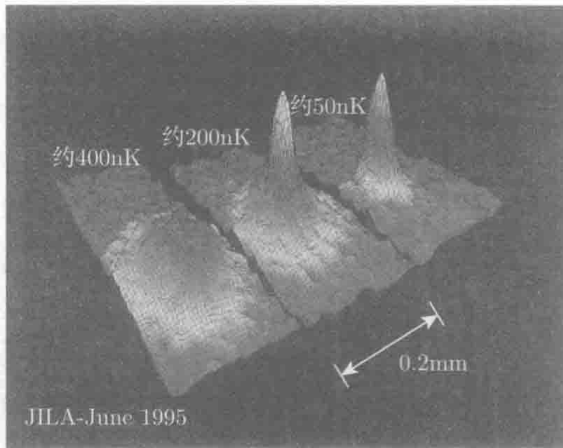


图 1.4 Anderson 等实验中的铷原子速度分布图像 [7,36]

稀薄量子气体之所以形成玻色-爱因斯坦凝聚, 是因为它们不同于通常的气体、液体和固体. 典型玻色-爱因斯坦凝聚中心的原子团的粒子数密度为  $10^{19} \sim 10^{21}$  个  $\cdot \text{m}^{-3}$ , 而气体分子在室温和标准大气压下的密度是  $10^{25}$  个  $\cdot \text{m}^{-3}$ , 液体和固体原子密度数量级大约为  $10^{28} \text{m}^{-3}$ , 而原子核的核子密度大约是  $10^{44}$  个  $\cdot \text{m}^{-3}$ , 可见稀薄气体的密度最低. 要在如此低密度的量子系统中观察到量子现象, 要求系统的温度必须达到  $10^{-5} \text{K}$ , 甚至更低. 这和其他系统中观察到量子现象的温度形成了鲜明的对比. 固体中, 要出现明显的量子效应, 在金属中的电子要低于费米温度, 即  $10^4 \sim 10^5 \text{K}$ . 对声子而言, 温度要低于 Debye 温度, 即  $10^2 \text{K}$  数量级. 对于氦液体, 观察到量子现象的温度数量级是  $1 \text{K}$ . 而对于原子核而言, 密度更高, 对应的简并温度大约是  $10^{11} \text{K}$  [37].

### 1.1.3 超冷原子性质

原子在常温下会发生无规则热运动, 有些原子在常温下的速度高达每秒数百米, 这对精密测量和操控来说无疑是一种巨大的障碍. 通过  $p = mv = \sqrt{2\pi mk_B T}$ , 即  $v = \sqrt{2\pi k_B T/m}$  可以估算原子的速度. 例如, 对于  $^{133}\text{Cs}$  原子, 常温 ( $T = 300 \text{K}$ ) 下原子的速度约为  $v = 343 \text{m/s}$ , 当  $T = 1 \text{mK}$  时,  $v = 0.627 \text{m/s}$ , 而当温度为  $T = 1 \mu\text{K}$  时, 对应的速度为  $v = 0.0198 \text{m/s}$ , 温度低到  $T = 1 \text{nK}$  时,  $v = 0.000627 \text{m/s}$ . 同样可以利用式 (1.7) 计算 de Broglie 波长, 发现温度越低, 其波长越长. 可以看到, 相对于室温或更高温的热原子而言, “超冷原子” 气体的速度及速度分布宽度要低几个量级. 如此低温下的原子系统, 会出现许多新的奇特现象, 遵从许多新的物理规律, 此为试读, 需要完整PDF请访问: [www.ertongbook.com](http://www.ertongbook.com)