

初 等 教 育 教 学 参 考 书

# 小学数学应用题 解题方法手册

XIAO XUE SHU XUE YING YONG TI JIE TI FANG FA SHOU CE

全 响 编 著



哈爾濱工業大學出版社  
HARBIN INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

初 等 教 育 教 学 参 考 书

# 小学数学应用题 解题方法手册

---

XIAO XUE SHU XUE YING YONG TI JIE TI FANG FA SHOU CE



哈爾濱工業大學出版社

HARBIN INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

## 内 容 提 要

本书是一本小学数学应用题解题宝典,主要包括:应用题的分类,应用题的解题步骤,应用题的基本解法,开放型应用题的解法和典型应用题的解.本书主要面向参加数学竞赛的小学生和对此类问题感兴趣的数学爱好者.本书题型多样、内容丰富,是此类图书中的理想选择.

## 图书在版编目(CIP)数据

小学数学应用题解题方法手册/仝响编著. — 哈尔滨:  
哈尔滨工业大学出版社, 2016. 7

ISBN 978 - 7 - 5603 - 5887 - 1

I. ①小… II. ①仝… III. ①应用题—小学—解题  
IV. ①G624.505

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2016)第 049618 号

策划编辑 刘培杰 张永芹

责任编辑 张永芹 邵长玲

封面设计 孙茵艾

出版发行 哈尔滨工业大学出版社

社 址 哈尔滨市南岗区复华四道街 10 号 邮编 150006

传 真 0451 - 86414749

网 址 <http://hitpress.hit.edu.cn>

印 刷 哈尔滨市石桥印务有限公司

开 本 850mm×1168mm 1/32 印张 8.25 字数 214 千字

版 次 2016 年 7 月第 1 版 2016 年 7 月第 1 次印刷

书 号 ISBN 978 - 7 - 5603 - 5887 - 1

定 价 38.00 元

---

(如因印装质量问题影响阅读,我社负责调换)

# 前 言

小学阶段的数学应用题,对于开发学生智力、锻炼学生的逻辑思维能力以及培养学生对数学的兴趣等方面,有着极其重要的作用.它不仅能提高学生对语文的理解能力,还能使学生将数学知识应用到实际生活中去.为此,本人编写了这本《小学数学应用题解题方法手册》.本书与其他同类书相比,具有全面系统、题类齐全、说理透彻、简明规范等特点.

在第3章介绍应用题的基本解法时,为了使枯燥的理论变得通俗易懂,所以主要以简单、明了为主,所列举的例题不多,例题的难度也不大,但很有代表性,而且每道题都给出了“解题思路”,以便于对解题方法的理解.

在第5章介绍典型应用题的解法时,考虑到典型应用题的实用性很强,也为了给数学教师和参加数学竞赛的学生提供一本全面、有一定深度的参考资料,所以主要以全面、深入为主,所列举的例题类型较为全面,难度也较大,大多数例题选自数学竞赛用题.由于各类典型应用题的难度和题型的多少不同,所以为了能把问题讲透,难度越大、题型越多的典型应用题,列举的例题也就越多(但题型尽量不重复).在这31类典型应用题中,从第1类到第25类为最常见的典型应用题,第26类及以后为数学竞赛常用的典型应用题.

全 响

2016年2月5日

# 目 录

<b>第 1 章 应用题的分类</b> .....	1
1.1 简单应用题 .....	1
1.2 复合应用题 .....	3
<b>第 2 章 应用题的解题步骤</b> .....	4
2.1 算术方法解答应用题 .....	4
2.2 代数方法解答应用题 .....	6
<b>第 3 章 应用题的基本解法</b> .....	11
3.1 综合法 .....	11
3.2 分析法 .....	12
3.3 对应法 .....	13
3.4 转化法 .....	14
3.5 图示法 .....	16
3.6 比较法 .....	17
3.7 假设法 .....	22
3.8 还原法 .....	23
3.9 代换法 .....	24
3.10 消元法 .....	25
3.11 方程法 .....	29
3.12 枚举法 .....	30
<b>第 4 章 开放型应用题的解法</b> .....	31
4.1 条件开放应用题 .....	31
4.2 问题开放应用题 .....	33
4.3 解题策略开放应用题 .....	33
4.4 结论开放应用题 .....	34
<b>第 5 章 典型应用题的解法</b> .....	35
5.1 归一问题 .....	35

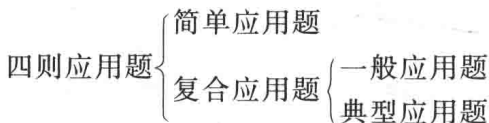
5.2	归总问题	37
5.3	平均数问题	38
5.4	和差问题	44
5.5	和倍问题	46
5.6	差倍问题	49
5.7	还原问题	51
5.8	植树问题	59
5.9	盈亏问题	61
5.10	行程问题	65
5.11	行船问题	84
5.12	列车过桥问题	90
5.13	工程问题	93
5.14	年龄问题	98
5.15	鸡兔同笼问题	103
5.16	时钟问题	110
5.17	牛吃草问题	118
5.18	方阵问题	127
5.19	浓度问题	131
5.20	利润问题	135
5.21	分数、百分数问题	139
5.22	比例问题	159
5.23	按比例分配问题	173
5.24	几何问题	182
5.25	数位和数字问题	183
5.26	最大公约数和最小公倍数问题	188
5.27	余数问题	201
5.28	排列组合问题	211
5.29	抽屉原理问题	226
5.30	包含与排除问题	237
5.31	最值问题	242

# 第1章 应用题的分类

把生活和生产中含有已知数量和未知数量之间关系的实际问题,用文字或语言叙述出来(有时用图形或表格表示),并要运用四则运算求出未知数量的习题,叫作四则应用题,简称应用题.

每道应用题都由条件和问题两部分组成.条件是说明各已知数量的数值、已知数量与已知数量之间、已知数量与未知数量之间相互关系的语句;问题是所求未知数量的语句.解答应用题就是要求根据题目中给予的条件,通过一系列分析综合,揭示出隐蔽的问题,即各条件和问题之间的互相联系,引出算式进行运算,求得最终的答案.

四则应用题一般分为简单应用题和复合应用题两种,复合应用题又可分为一般应用题和典型应用题.具体分类如下:



除了使用四则运算外,还需使用其他看作方法才能得到答案的应用题,叫作非四则应用题.在小学阶段,一般只学习四则应用题,非四则应用题在数学竞赛中才会遇到.

另外,还有一种不常用的分类方法,把应用题分为封闭型应用题和开放型应用题两种.

## 1.1 简单应用题

只含有一种基本数量关系或只用一步运算来解答的应用题,

叫作简单应用题. 简单应用题一般分为加法应用题、减法应用题、乘法应用题、除法应用题四种类型. 简单应用题都是用加、减、乘、除的一步运算来解答, 由于它的解法比较简单, 所以这里不列举例题.

### 1. 加法简单应用题

(1) 求和. 已知两个或两个以上的数, 求它们的和是多少, 叫作求总数加法简单应用题, 简称求和应用题.

(2) 求比一个数多几的数. 已知一个数及另一个数比它多几, 求另一个数是多少, 叫作求比一个数多几的加法简单应用题.

### 2. 减法简单应用题

(1) 求剩余. 已知两个数的和及其中的一个数, 求另一个数是多少, 叫作求剩余的减法应用题.

(2) 求比一个数少几的数. 已知一个数及另一个数比它少几, 求另一个数是多少, 叫作求比一个数少几的减法简单应用题.

(3) 求两个数相差多少. 已知两个数, 求它们相差多少, 叫作求两数相差多少的减法简单应用题.

### 3. 乘法简单应用题

(1) 求积. 已知一个数及有几个这样的数, 求这几个相同数的和的简便计算, 叫作求积的乘法简单应用题, 简称求积应用题.

(2) 求一个数的几倍是多少. 已知一个数及另一个数是它的几倍, 求另一个数是多少, 叫作求一个数的几倍是多少的乘法简单应用题.

### 4. 除法简单应用题

(1) 等分除. 把一个数平均分成几份, 求每份是多少, 或求一个数的几分之一是多少, 叫作等分除法简单应用题, 简称等分应用

题.

(2)包含除.已知一个数及另一个数,求这个数里包含有几个另一个数,或求一个数是另一个数的几分之一,叫作求一个数包含几个另一个数的除法简单应用题,简称包含应用题.

(3)求一个数是另一个数的几倍.已知一个数及另一个数,求这个数是另一个数的几倍,叫作求一个数是另一个数的几倍的除法简单应用题.

## 1.2 复合应用题

由两个或两个以上基本数量关系组成或用两步或两步以上的运算才能解答的应用题,叫作复合应用题.复合应用题是在简单应用题的基础上发展起来的,也可以说是由两个或两个以上的简单应用题组成的,所以运算步骤有两步、三步、多步的.复合应用题可分为一般复合应用题和典型应用题两种.

### 1. 一般复合应用题

除去典型应用题之外的复合应用题叫作一般的复合应用题,简称一般应用题.

### 2. 典型应用题

由于应用题的结构形式及其数量关系有某些共同特点,因而有特定的算术解法的复合应用题,叫作典型应用题.

典型应用题的分类如下:(1)按问题内容划分有行程、植树、年龄等问题;(2)按解答方法划分有归一、倍比、还原、置换(鸡兔同笼)、按比例分配等问题;(3)按已知条件划分有和差、和倍、差倍、盈亏等问题.

后面将会重点介绍典型应用题的解题方法.

## 第2章 应用题的解题步骤

应用题的解法有算术方法和代数方法两种解答方法.

### 2.1 算术方法解答应用题

就是根据题中已知的数量关系,运用四则运算符号,列出用已知数来表示未知数的计算式,然后进行四则运算,求出题中未知数的值.在较复杂的问题中,有时一个量又需用另外两个量的计算式来表示,所以运算关系往往是多层次的.在小学阶段,用这种算术方法解应用题,是最基本、最常见也是最重要的一种方法.算术方法解应用题要按以下步骤进行.

#### 1. 审题

目的是弄清题意,分清题目的条件和问题,找出题目中的已知数量和要求数量,抓住并理解题目中的关键词语.

#### 2. 分析

目的是找出题目中的一切数量关系,分析已知数量与未知数量、已知数量与所求数量之间的数量关系,确定先求什么、后求什么.可以借助示意图和表格来帮助分析,它简明、直观,有利于弄清题中的数量关系.

#### 3. 解题

根据分析,拟定解题计划,列出算式,按运算顺序进行计算,求

出未知数量的得数。

分析应用题的结果,可以找出应用题的条件与问题之间的联系,这个联系是由一系列简单应用题按照一定的联系构成的,可以从这些联系中找到解答方法.对于初学者来说,还可以根据构成这些联系的各个简单应用题的顺序,来拟定解答计划,以帮助自己进一步理清解题思路。

解答计划有两种形式,一种叫作问答式,另一种叫作叙述式.在解题时,可以把解答计划的各个步骤与解答的算式配合起来,即写出一个解答步骤就列出这一步的算式,并算出结果.复合应用题在有了一定的解题基础后,要列出综合算式进行解答。

#### 4. 验算

检查题目的分析过程、计算方法及计算结果是否正确.可将解答结果运用加法与减法、乘法与除法的逆运算关系,或抽出其中一个已知条件作为未知问题,进行复核.验算的过程不必写出。

检验的方法一般有三种:第一种是复查,就是按照解题步骤重新再检查一遍,或将解答结果运用加法与减法、乘法与除法的逆运算关系来检查一遍,看看是否在某个环节上出现错误;第二种方法是代入,就是把求出的结果作为已知条件,把题中原来的某个已知数作为要求的问题,如果得到的结果与原题中所给的相同,则说明解题过程都是正确的;第三种方法是另解,就是改用另一种正确的解题方法,如果两种方法求得的结果相同,则说明原解题过程都是正确的。

#### 5. 答案

答案是解题的结果,是解题过程的最后一步,一般按所提的问题来回答。

## 2.2 代数方法解答应用题

代数法也就是方程法,就是用字母表示应用题中的未知数,再根据题目所给出的数量间的相等关系,列出方程,解所列出的方程从而得到答案,这个过程叫作列方程解应用题.方程法解应用题要按以下步骤进行.

### 1. 审题

目的是弄清题意,分清题目的条件和问题,找出题目中的已知数量和要求数量,抓住并理解题目中的关键词语.

### 2. 分析

目的是找出题目中的一切数量关系,分析已知数量与未知数量、已知数量与所求数量之间的数量关系,确定先求什么、后求什么.可以借助示意图和表格来帮助分析,它简明、直观,有利于弄清题中的数量关系.

### 3. 设未知数

把待求的未知数设为  $x$ ,暂时把未知数当成已知数,省去了寻求用已知量表示未知量的复杂过程,使未知数与已知数同等地参与列式、运算,克服了算术法必须避开未知数才能列式的不足,从而便于分析题中的数量关系和便于列式,也有利于用顺向思维去考虑某些不易理解的逆向问题,使比较复杂、隐蔽的数量关系变得简单、明了,解题思路更加直截了当.未知数设得是否恰当,将直接影响到列方程的难易程度.对于复杂的应用题,还要考虑设哪个未知数作为  $x$  才能使解题更为简单? 是否需要设辅助未知数来解题? 最少要设几个未知数才行?

(1) 设未知数的个数. 一般当一个问题可以设几个未知数时,

未知数设得多,列方程就容易,解题过程就繁琐;未知数设得少,列方程就困难;未知数设得过少,甚至造成列不出方程.对于初学者来说,可适当多设未知数,既便于列方程,又不致使解方程出现混乱.

(2)设未知数的方法.设未知数有两种方法,一是直接设元法,问题要求什么量就设什么量为 $x$ ;二是间接设元法,若直接设元使列方程困难,就要根据题意,设定与几个未知量有密切关系的中间量作为基本未知数 $x$ ,这样就便于列出方程,在求出基本未知数 $x$ 后,再进一步求出答案.

(3)设辅助未知数.有些应用题的已知数量较少,未知数量较多,往往设未知数不受所求未知量个数或方程个数的限制,这时需要添加一些辅助未知数才能列出方程,这些辅助未知数称为辅助元.辅助元一般不用求出,也不一定能够求出,在计算过程中辅助未知数一般会被消去.用辅助未知数解题的方法也称参数法.

在设未知数时,要在 $x$ 后面写上单位名称,当方程中已知数和未知数都不带单位名称时,求出的 $x$ 值也不带单位名称,但在答案中要写出单位名称.

#### 4. 列方程

根据题目中的数量关系,将其他看作相关的未知数用所设的未知数来表示,再根据题意找出等量关系,列出方程(或方程组).这样,就可以把算术解法中的多层次运算式分成几个简单的方程(或组成方程组),从而使代数法解应用题要比算术方法解应用题更为容易.

列方程的方法就是将题中的文字变成代数语言,如:“是”用等号,“比”用除号,“多”用加号,“少”用减号,“倍数或几分之几”用乘号等.

## 5. 解方程(或方程组)

求出所列方程解的过程叫作解方程. 解方程应依次分为以下五个步骤:去分母,去括号,移项,合并同类项,求解. 在方程中,每个字母都不需要注明单位名称,计算出的结果也不需要注明单位名称,只是在写答句里才写上单位名称.

## 6. 检验

检验结果是否符合题意,检验的过程不必写出. 检验的方法一般有两种:一是代入法,即将求得的未知数的值代入原方程看看是否正确;二是估算法,即检查求得未知数的值是否符合题意,是否符合实际情况. 当已知数数据用字母表示时,还应讨论字母的取值范围,仅当字母的取值范围非常明显时,才可省略讨论字母的取值范围.

## 7. 答案

答案是解题的结果,是解题过程的最后一步,一般按所提的问题来回答.

**例 1** 汽车以每小时 72 千米的速度从甲地到乙地,到达后立即以每小时 48 千米的速度返回甲地. 求该汽车往返的平均速度.

**解** 汽车往返的平均速度并不是简单的两个速度相加后除以 2,而应该是往返的总路程除以往返的总时间. 由于题中没有给出路程和时间,这就需要设两地之间的距离为  $s$  千米作为辅助未知数. 设两地之间的距离为  $s$  千米,由于汽车从甲地到乙地所用的时间为  $\frac{s}{72}$  (小时),汽车从甲地到乙地所用的时间为  $\frac{s}{48}$  (小时),汽车往返的总路程为  $(s+s)$  千米,所以列成综合算式可得汽车往返的平均速度为每小时

$$(s+s) \div \left( \frac{s}{72} + \frac{s}{48} \right) = 2s \div \frac{5}{144}s = 57.6$$

答 略.

**例 2** 某人逆流畅游长江时,在 A 处丢失一只水壶,他又向前游了 20 分钟才发现丢了水壶,便立即返回寻找,在离 A 处 2 千米的地方追到水壶.问他返回追寻水壶用了多少分钟?

**解** 此题要用辅助未知数来求行船问题.设水流速度为每分钟  $x$  千米,人在静水中游泳的速度为每分钟  $y$  千米,他返回追寻水壶用了  $z$  分钟,如图 2.1 所示.从点 A 开始,人逆水游过的距离为  $(y-x) \times 20$ ,人顺水游过的距离为  $(y+x)z$ ,水壶顺水漂流的距离为  $x \times (20+z)$ .人要追上水壶,则人顺水游过的距离,恰好等于人逆水游过的距离与水壶顺水漂流的距离之和,所以有

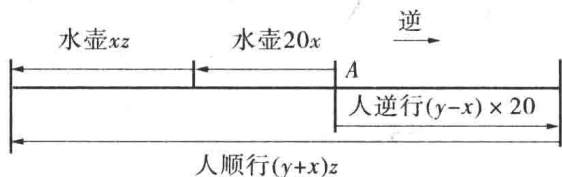


图 2.1

$$x \times (20+z) + (y-x) \times 20 = (y+x) \times z$$

$$xz + 20x + 20y - 20x = yz + xz$$

$$20y = yz$$

因为  $y \neq 0$ , 所以两边同除以  $y$  可得  $z = 20$ .

答 略.

对算术法解应用题与方程法解应用题进行比较,可以看出有以下几个特点:

第一,算术式与方程式是可以互相转化的,一般来说,方程中未知数的表达就是算术式中的综合算式.

第二,列方程解应用题和算术解法有着明显的区别.列式时,前者先要设未知数  $x$ ,列出的是含有未知数的等式;而后者列出的则是用已知的数和四则运算符号来表示未知数的计算式.计算时,前者要根据逆运算关系对等式进行变形,并同时对方程式的两边(或

某一边)分别进行四则运算;而后者则是纯粹的四则运算.

第三,列方程时,通过把未知数设为  $x$ ,就暂时把未知数当成了已知数,省去了寻求用已知量表示未知量的复杂过程,使未知数与已知数同等地参与列式、运算,克服了算术法必须避开未知数才能列式的不足,从而便于分析题中的数量关系和便于列式,也有利于用顺向思维去考虑某些不易理解的逆向问题,使比较复杂、隐蔽的数量关系变得简单、明了,解题思路更加直截了当.因此,一般来说,列方程解应用题要比算术方法解应用题来得容易.但是,用算术法解应用题是列方程解应用题的基础,它不仅可以加深对四则运算意义的理解,培养列式的能力,而且还可以锻炼逻辑思维的能力.在小学阶段,首先还是要掌握好用算术法解应用题.

## 第3章 应用题的基本解法

解答应用题时,要结合已知条件,由问题入手分析,从已知找到必知,从问题找出需知,逐步使问题与已知条件建立起联系,从而达到顺利解题的目的.综合法和分析法是最基本的两种解题方法,在分析复合应用题时,往往是将这两种方法结合起来使用的,有时需要将几种解题方法结合起来使用,有些应用题的解题方法也是多种多样的(即一题多解).

### 3.1 综合法

综合法就是从题中所提供的已知条件出发,根据已知数量之间的关系和解答的要求去求得第一个结果,然后把这求出的第一个结果和题中另一个已知数量合在一起再求出第二个结果,或由题中另外两个已知数量求得第二个结果.这样一步步地求出新结果,直至最后以两个已知数量关系来求得题中所要求的问题为止.简言之,综合法就是从条件(已知数量)到问题的思考方法.

**例1** 某工程队计划修一条800米长的公路,开始每天修38米.14天后便加快进度,结果只用4天时间就完成了剩余的任务.问后4天每天完成的任务比原计划多出多少米?

#### 解题思路

- (1)根据每天修38米和修了14天,可求出已经修了多少米.
- (2)根据已经修的米数和计划修800米,可求出还剩余多少米.
- (3)根据剩余的米数和4天修完,可求出这4天中每天修多少