2020

陈文灯老师倾力推荐　考研复习预科班

# 概率统计

## 小白进阶高分指南

考研数学一、三通用

主编◎张松美

专为零基础小白、期末备考、考研复习者编写

在线秒答疑、扫码看视频、彻底吃透概率

零基础超解读
做题上手更易

疑难处秒回复
扫除备考障碍

重视归纳总结
温故举一反三

重视计算能力
小白高分必达

中国财经出版传媒集团
中国财政经济出版社

# 2020概率统计小白进阶高分指南

主编　张松美

中国财经出版传媒集团
中国财政经济出版社

**图书在版编目(CIP)数据**

2020概率统计小白进阶高分指南 / 张松美主编. 一北京：中国财政经济出版社，2018.10

ISBN 978-7-5095-8552-8

Ⅰ. ①2… Ⅱ. ①张… Ⅲ. ①概率统计-研究生-入学考试-自学参考资料 Ⅳ. ①O211

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2018)第226387号

**责任编辑：**张　军　　　　**责任校对：**杨瑞琦

**封面设计：**陈宇琰

群名称：考研数学小白进阶高分

群　号：785733425

中国财政经济出版社出版

URL：http://www.efeph.cn

E-mail：cfeph@cfeph.cn



社址：北京市海淀区阜成路甲28号　邮政编码：100142

营销中心电话：010-88191537　北京财经书店电话：64033436　84041336

北京富生印刷厂印刷　各地新华书店经销

787×1092毫米　16开　11.25印张　262 000字

2019年1月第1版　2019年1月北京第1次印刷

定价：25.00元

ISBN 978-7-5095-8552-8

（图书出现印装问题，本社负责调换）

本社质量投诉电话：010-88190744

**打击盗版举报热线：010-88191661　QQ：2242791300**

# 本书编委会

主　编：张松美

编　委：何棒棒　李文鹏　毛丽君　朱庆宇

♡♡送给自己以及

比自己还重要的你♡♡

TQ：

我们一起学习吧

＿＿＿＿年＿＿＿＿月＿＿＿＿日

# 前　言

为帮助各位考生在短期内能看懂并掌握历年真题，快速提高数学的应试成绩，作者在对真题进行深入研究的基础上，将其归纳、分类、整理，结合作者多年来在考研辅导班上的一线经验以及考生备考的特点及其成绩反馈，按照最新《考试大纲》的要求，对考试要求进行了详细解读，编写了这套考研数学小白进阶高分指南系列丛书。

在备考过程中，不少同学想走捷径，期望速成。导致的问题是：一方面自己想要考高分心情急迫，一方面要完成的学习任务太多，自己的能力和时间 hold 不住，无法化解期望和现实的巨大落差，引起自我满意度不断下降，造成浮躁的情绪，形成巨大的心理压力。并且，越是浮躁越是对自己学习不满，越是不满越浮躁，就越想找个捷径，期望功效如太上老君的仙丹，立马变神仙，急切地想结束这件事情。

那该怎么办呢？一是正视自己的现状，调低自己的期望；二是拿时间换成绩，一分耕耘一分收获。从这个角度出发，为化解考生的备考难题，我们编写了此书。

## 本书特色如下：

### 1. 零基础超解读，全书上手更易

在难度和要求上，考研数学课程不同于中学数学，前者入门难、技巧少，后者则入门容易、技巧较多。举个形象的例子来说明：学习高等数学就好比开飞机，本身能学会驾驶就已经很不容易了，所以只要能顺顺利利地从 A 飞到 B，再从 B 返回 A 就可以了，可不敢要求你表演空中杂技。而中学数学就像学骑自行车，几乎人人都能很快学会，但是要求做腾、挪、转、移各种杂技表演，各人水平自然参差不齐。因此，本书对于每道题的讲解均从读者已有的知识点出发，通过延伸、变换等引出最基本的概念、最基本的解法，让读者明白考点的来龙去脉，引导初学者快速入门，打牢基础，深刻理解考点的概念内涵和外延，把握重点难点，大幅提升解题实战能力。

### 2. 疑难处秒回复，扫除备考障碍

本书为读者提供了对应的二维码扫码课程（收费），我们的老师不仅讲解题目如何做，而且还会告诉你为什么老师能想得到，而你却想不到。题目考查的是哪个考点，怎么考查，还有哪些考查的方向，如何应对，视频讲解中都会提醒到位。同时，增加了倍速功能，真正做到

“哪里不会点哪里”，提升效率，节省时间。我们为这套书籍配备了多位专门负责答疑的老师，读者可在视频下方直接提问。12 年以上教龄的老师主要回答综合类的问题，他们经验丰富，能一针见血地指出初学者的症结所在，提供个性化的解决方案。

**3. 重视归纳总结，温故举一反三**

考试大纲规定的知识点 200 多个，一共 23 道题，3 个小时的做题时间，分析历年真题，可以看出每一道考题均涉及三个及三个以上知识点，综合性较强，且很大程度上是考查考生的条件反射能力，因此本书将知识点进行归纳总结，将零散的知识点归结成块，遇到类似题目能瞬间想到应对方案一、二、三，这样条理清晰，便于掌握，快速拿分。在备考时建议大家：第一遍是甄别，先看题目，做不出来看老师讲解，要是看了视频还是不会，就在视频底下提问，看明白了，合上书本视频，自己独立做一遍，做好错题本，第二天复习新东西之前，重做一遍，看能否做出来，若是做出来的话，就隔三天再做，若是三天后仍能做出就隔一星期再做一遍，若是还能做出来，那就隔两个星期再做一遍，以此类推，把题目弄熟。怎么样才算做熟题目了呢，就是做每道题时都要有个 deadline，小题不能超过 4 分钟，大题不能超过 10 分钟。并将题目按以下类别分类出来：(1)规定时间内顺利做出来的；(2)做出来但超时(标准小题不超过4 分钟，大题不超过 10 分钟)；(3)计算出错；(4)题目技巧没想到；(5)公式、结论记错的；(6)没有思路的；(7)做半截卡壳的。这样把会的全部剔除，不再看，减轻工作量，不会的做错的，重点刻意练习，练熟了再说；第二遍是刻意练习出问题的题目：练习顺序(2)⇨(7)⇨(5)⇨(4)⇨(6)⇨(3)，重点是(2)以及(7)。

**4. 重视计算能力，小白高分必达**

数学是客观性很强的一门学科，无论是选择题、填空题还是解答题，答案具有唯一性，说一不二，所以提高计算能力是取得高分的关键环节。计算能力的提高离不开大量习题的练习，只有通过做一个个的题目才能发现自己在计算方面存在的问题，比如最常见的上下数字抄错、遗漏负号、计算错误、看错数字、记错公式结论等，因此本书配置了适量的题目，一方面能有效提高考生的计算能力，另一方面也有利于考生学会在题目中运用知识点做题。

本书的写作，参阅了有关书籍，引用了一些例子，恕不一一指明出处，在此向有关作者表示感谢！感谢参编的每位老师，特别感谢朱庆宇老师的无私奉献和大力支持！感谢图书出版的每位工作人员，尤其是张军社长，在本书的出版中给予极大的支持和指导，对每一个细节严格把控，深表感谢。本书是考生考研路上的一块垫脚石，望考生利用好本书。

## 读者对象：

所有需要巩固基础的考研复习的考生，尤其是在职考研及跨专业考研的考生；

所有基础薄弱、想迅速提升数学解题能力的初学者及爱好者；

所有考研辅导机构用于提高授课能力的教师。

**致读者：**

本书由北京慧升教育科技有限公司的张松美老师编写。慧升教育是一家专业从事软件开发、教育培训以及软件教育资源整合的高科技公司。本书的主要参编人员有朱庆宇、毛丽君、何棒棒、李文鹏。

感谢您购买本书，希望本书能成为您学习路上的好帮手。“零门槛”学习考研数学，一切皆有可能。祝您学习愉快！

由于编写时间仓促、编者水平有限，本书难免存在错误或不妥之处。如果您在使用本书的过程中发现书中的错误之处，可以反馈到“慧升考研微信公众号”，反馈错误超过 10 个的，我们将免费送您其余两本教材中的任意一本。有关本书错误之处的更改，请留意微信公众平台。

关于本书配套资源，请使用慧升考研 APP 扫描下方二维码观看详细的操作说明。关注张松美老师的新浪微博领取个性化一对一复习计划的订制服务。

张松美老师微博　　慧升考研微信公众号　　使用说明观看二维码

# 「二维码」操作流程

大学数学APP特色：逐题精讲，那道不会扫哪道；疑难秒回复！

## 01

下载安装“大学数学”APP

## 02

进入APP界面


## 03

按要求注册并登陆


## 04

点击“答疑”界面
选择“扫一扫”


## 05

扫描书中二维码，观看
名师超解读视频



## 温馨提示

1. 若考生在扫码过程中遇到二维码失效、视频无法正常播放、题与讲解视频不符等一系列问题，请添加QQ群785733425“考研数学小白进阶高分”反馈，我们会及时帮您解决。
2. 本扫码技术仅支持Android、iOS手机系统，其他手机系统暂不支持。
3. APP实时更新升级，会增加些新性能，界面会发生些变化，考生注意实时更新并查看相关通知。
4. 本APP所有操作最终解释权归北京慧升科技有限公司所有。

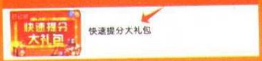
图文仅供参考，以实际操作界面为准

## 本书价值1399元“快速提分大礼包”领取方式

1. 点击标签栏“答疑”

2. 点击答疑界面“我的课程”


3. 点击礼包课程




4. 点击底部“限时免费”


5. 点击底部“确定”


6. 点击按钮“观看视频”

注意：若领取过程中遇到问题，请添加官方QQ群 群号785733425。

# 答疑示例

## VIP高端学员★专享服务

## S 题目

设随机变量 $X$ 具有密度函数 $f_X(x)=\begin{cases}\frac{1}{3}, & -1<x<2\\ 0. & 其他\end{cases}$，求随机变量 $Y=X^2$ 的密度函数。

## Q 学生问题

一维随机变量的函数求分布信息时，不知道如何对自变量进行分段讨论。

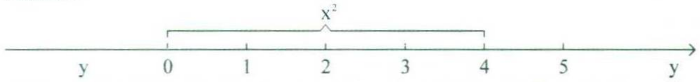
## A 慧升答疑

**分析：** 之所以要对自变量进行讨论是因为题干中给的随机变量 $X$ 的密度函数是个分段函数，要利用它求解，所以就必须分段，那如何进行分段？这里给大家介绍个傻瓜模板。

**解答过程：** 第一步：别管三七二十一，让求谁就根据定义写谁，这道题让我们求 Y,那就根据分布函数的定义写出 $F_Y(y)=P(Y\le y)$，因为题干中只知道 $X$ 的分布信息，所以想要求 Y，就必须通过 X 来求，而这时 Y 是可以用 X 来表示的，因为 $Y=X^2$，所以 $F_Y(y)=P(Y\le y)=P(X^2\le y)$，现在就转化为问随机事件“$X^2\le y$”发生的概率是多少？

第二步：求 $X^2$ 的值域，因为考虑到求概率是通过对概率密度进行积分得到，如果作为被积函数的概率密度为 0 的话，积分出来的结果也是 0，所以就不再考虑，只考虑被积函数不为 0 的区域上的值域，因为 $-1<x<2$ 时不为 0，所以在这个区域上，找出端点值、最值分别为 1,0,4。

第三步：画个 $y$ 的数轴，将第二步的端点值在数轴上标出来，一定要记住 $y$ 的范围是 R。这样就将区域分为 $(-\infty,0)$，$(0,1)$，$(1,4)$，$(4,+\infty)$ 四段，$y$ 在每一段上进行概率的计算。



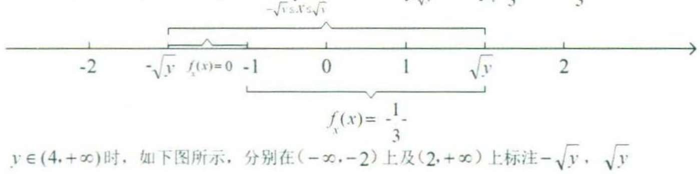

第四步：$y\in(-\infty,0)$ 时，我们就在 $(-\infty,0)$ 上任找一点，这时我们发现 $X^2\le y$ 是个不可能事件，所以概率为 0。

$y\in(0,1)$ 时，我们就在 $(0,1)$ 上任找一点，发现 $X^2\le y$ 有成立的区间，则

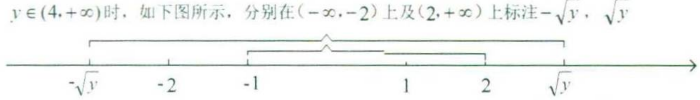
$$P(X^2\le y)=P(-\sqrt{y}\le X\le\sqrt{y})=\int_{-\sqrt{y}\le X\le\sqrt{y}} f(x)dx=\int_{-\sqrt{y}}^{\sqrt{y}}\frac{1}{3}dx=\frac{2\sqrt{y}}{3}$$

$y\in(1,4)$ 时，如下图所示，分别在（-2，-1）上及（1,2）上标注 $-\sqrt{y}$，$\sqrt{y}$，

$$P(X^2\le y)=P(-\sqrt{y}\le X\le\sqrt{y})=\int_{-\sqrt{y}\le X\le\sqrt{y}} f(x)dx=\int_{-\sqrt{y}}^{-1}0dx+\int_{-1}^{\sqrt{y}}\frac{1}{3}dx=\frac{\sqrt{y}+1}{3}$$




$y\in(4,+\infty)$ 时，如下图所示，分别在 $(-\infty,-2)$ 上及 $(2,+\infty)$ 上标注 $-\sqrt{y}$，$\sqrt{y}$




$$P(X^2\le y)=P(-\sqrt{y}\le X\le\sqrt{y})=\int_{-\sqrt{y}\le X\le\sqrt{y}} f(x)dx=\int_{-\sqrt{y}}^{-1}0dx+\int_{-1}^{2}\frac{1}{3}dx+\int_{2}^{\sqrt{y}}0dx=1$$

综上所述 $F_Y(y)=\begin{cases}0,y\le 0\\ \frac{2\sqrt{y}}{3},0<y\le 1\\ \frac{\sqrt{y}+1}{3},1<y\le 4\\ 1,y>4\end{cases}$　　$f_Y(y)=\frac{dF_Y(y)}{dy}=\begin{cases}\frac{1}{3\sqrt{y}},0<y\le 1\\ \frac{1}{6\sqrt{y}},1<y\le 4\\ 0,其他\end{cases}$

**错题本收获：** 一维随机变量的函数的自变量分段问题。

# 目　录

# 第 1 章　随机事件和概率

**【导言】**

我们先来回顾几个生活小场景：水往低处流、水加热到 100℃一定会沸腾、上抛的物体一定会下落，再如每日太阳东升西落等，像这类必然发生的现象称为确定性现象；而另一类现象如买彩票有可能中奖也可能不中奖；抛一枚硬币，有可能是正面落地也可能反面落地；射击有可能击中靶心，也可能击不中；下个路口有可能遇到的是红灯也可能是绿灯；像这类不一定发生或结果具有随机性的现象称为随机现象. 正是随机现象的这种随机性、不确定性使得我们的现实生活充满各种可能性和乐趣，变得丰富多彩. 现在我们就想要研究下随机现象下每种可能的结果发生的可能性究竟有多大，以更好地指导我们的现实生活. 比如，怎么买彩票可以提高中奖的可能性. 对它的研究和探索延伸出一门新的学科，即概率论与数理统计，简言之，就是教会大家如何量化可能性的大小.

本章是开篇章节，涉及的概念较多，故从考试的角度来看，一般不会单独出大题，多数情况下出小题或者作为计算概率的基本工具与后面章节知识结合进行考查，这里需要提示大家的一点就是古典概率是难点，但不是考试重点，只需要掌握基本的摸球模型即可，没有必要花大量的时间去复习高中的排列组合知识.

学习本章需要掌握以下几点：一是概率的定义，古典概率掌握摸球模型；二是概率的性质，必然事件、不可能事件、事件的和及差的概率；三是掌握条件概率的计算公式和乘法公式；四是全概率公式及贝叶斯公式的使用；五是了解相互独立与互不相容的区别. 一般以小题的形式进行考查，可直接考，也可以以它们为载体结合后面章节中其他知识点进行考查，分值 4 ～ 8 分.

**【考试要求】**

| 考试要求 | 科目 | 考试内容 |
| --- | --- | --- |
| 了解 | 数一 | 样本空间(基本事件) |
| | 数三 | |
| 理解 | 数一 | 随机事件、概率、条件概率、事件的独立性、独立重复试验 |
| | 数三 | |
| 会 | 数一 | 计算古典概率和几何型概率 |
| | 数三 | |
| 掌握 | 数一 | 事件的关系及运算，概率的基本性质，概率的加法公式、减法公式、乘法公式、全概率公式以及贝叶斯公式. 用事件独立性进行概率计算，计算独立重复试验有关事件概率的方法 |
| | 数三 | |

**【知识网络图】**

- 基本概念
  - 随机试验 $E$:重复性、所有结果已知和不确定性
  - 样本空间 $S$:所有可能结果组成的集合
  - 随机事件 $A$:样本空间的子集
    - 关系:包含、互斥、对立、独立
    - 表示:和事件、积事件、差事件、逆事件
    - 运算:交换律、结合律、分配率、德摩根律
- 概率概念
  - 统计概念:频率
  - 公理化概念:非负性、规范性和可列可加性
  - 古典概型与几何概型:等可能模型
  - 计算公式
    - 加法公式
      - $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(AB)$
      - $P(A\cup B)=P(A)+P(B)$(若事件 $A$ 与 $B$ 互斥)
    - 减法公式
      - $P(A-B)=P(A)-P(AB)=P(A\bar{B})$
      - $P(A-B)=P(A)-P(B)$(若事件 $A\supseteq B$)
    - 求逆公式:$P(\bar{A})=1-P(A)$
- 条件概率概念
  - 定义:当 $P(A)>0$ 时,$P(B\mid A)=\dfrac{P(AB)}{P(A)}$,且满足概率性质与上述公式(非负性、规范性和可列可加性)
  - 计算:定义法,缩小样本空间方法
  - 应用
    - 乘法公式:当 $P(A)>0$ 时,$P(AB)=P(A)P(B\mid A)$
    - 全概率公式:$P(A)=\sum\limits_{i=1}^{n}P(A\mid B_i)P(B_i)$
    - 贝叶斯公式:$P(B_i\mid A)=\dfrac{P(A\mid B_i)P(B_i)}{\sum\limits_{j=1}^{n}P(A\mid B_j)P(B_j)}$
    - (其中 $B_1,B_2,\cdots,B_n$ 是样本空间的一个划分,$P(B_i)>0$)
- 独立性
  - 定义
    - 两个事件:$P(AB)=P(A)P(B)\Leftrightarrow P(B\mid A)=P(B)\Leftrightarrow P(B\mid A)=P(B\mid\bar{A})$
    - 多个事件:相互独立 $\rightleftharpoons$ 两两独立
  - 性质
    - 相互独立的事件中部分事件间相互独立
    - 相互独立的事件中部分事件的逆事件与其余事件仍相互独立
  - 应用
    - 计算多个事件的和事件概率转化为逆事件概率乘积
    - 伯努利试验:试验只有两个结果 $A$ 与 $\bar{A}$,每次 $A$ 发生的概率 $P(A)=p$,$n$ 次试验相互独立

【内容精讲】

## 1.1　事件、样本空间、事件间的关系与运算

### 1.1.1　随机事件及其相关概念

什么叫做随机试验呢？比如说，随意往上抛一枚硬币，我们想要来观察硬币落地时是正面朝上还是反面朝上，我们仅仅是做了抛出去这个动作、还没看到结果的这样一个过程，就可以看成是做了一次随机试验，记作 $E$，等到硬币落地，比如说正面朝上，那这个结果就可以称为一个随机事件. 很明显，随机事件就是随机试验的结果，一般我们用大写的字母 $A$、$B$、$C$ 来表示，上述这个随机事件就可以用 $A$ 表示，即 $A=$“抛一枚硬币，落地正面朝上”，那随机实验就可以写成“往上抛一枚硬币，观测落地时，哪面朝上”，体会下二者的区别，是不是随机试验是个随机的、不确定的现象，而随机事件就是个确定性现象.

硬币可以抛一次，抛两次，也可以抛无数次，相对应我们就做了一次随机试验、两次随机试验，乃至无数次随机试验. 只要每次硬币落地，就可以将其结果记录下来，形成相应的随机事件. 为了研究方便，我们把一次试验的确定性结果称为基本事件，比如抛硬币，基本事件就有两个，分别是 $A=$“抛一枚硬币，落地正面朝上”，$B=$“抛一枚硬币，落地反面朝上”，把这两个基本事件放一起，就是这次随机试验所有的可能情况. 为了表述方便，我们引入了一个新的名词，称之为样本空间. 一般用 $\Omega$ 或 $S$ 表示，即样本空间是基本事件的集合，包含了随机试验的所有可能结果，可以这样表示 $\Omega=\{A,B\}$，基本事件也称为样本空间中的样本点，或从集合角度来看，基本事件是构成样本空间的元素.

结合抛一枚硬币的试验，我们就明确了随机试验、随机事件、基本事件、样本空间等常见概念，接下来，为了进一步加深对上述概念的理解，以掷骰子为例，写一写上述概念.

答案如下：

随机试验：掷骰子，观察出现的点数

基本事件：

$A=\{$掷骰子，出现 1 点$\}$，$B=\{$掷骰子，出现 2 点$\}$，

$C=\{$掷骰子，出现 3 点$\}$，$D=\{$掷骰子，出现 4 点$\}$，

$E=\{$掷骰子，出现 5 点$\}$，$F=\{$掷骰子，出现 6 点$\}$，

样本空间：$\Omega=\{A,B,C,D,E,F\}$

现在我们单来研究这个样本空间，如果从此集合里取出一部分，形成一个新的集合，这个新的集合仍然是随机事件，只不过这里包含的情况数是由部分基本事件组成的而已. 当然一个基本事件也可以称之为随机事件. 所以以后再来研究这些概念及其相互关系时就可以从两个维度切入，一个是从随机试验的你所关注的这个结果发生没发生的角度，发生了就是随机事件，没发生就不是；另一个角度就是集合的角度，一般来说，集合作为一种新的运算关系，一般用文氏图来进行辅助运算或表示，与普通运算既有区别又有联系，鉴于考生们复习任务繁重，建议将集合运算统统转化为代数的运算，相同的内容平价转移，不同的地方额外记忆，最大程度降低备考的任务量.

故上述实验的随机事件我们可以写出几个来体会，这里一定要理解随机事件和基本事件的区别和联系，这个理解不清，后面做题就会混淆，不是多算，就是漏算.

基本事件是在一次试验中，你关注的结果是单一的，比如说就关注出不出现 1 点，再比如观察出不出现 2 点，其他的不管. 而随机事件所关注的结果可能是单一的结果，比如我就关注是否出现 1 点，也可能关注多个结果，比如观察出现的点数不小于 3，这个时候无论出现的是 1 点，还是 2 点，还是 3 点都可以归为这个随机事件，如果从集合和发生没发生这两个维度去理解的话，可以归纳如下：

基本事件：样本空间里的组成元素，只有特定的那一个对象出现才算发生.

随机事件：样本空间的子集，观测的对象不止一个，只要有一个出现就算发生，简单来说，它是个范围，只要在这个范围内都算.

以上是随机现象的基本情况，但有时会有些极端情况出现，如在每一次试验中一定发生的事件，称为必然事件，用 $\Omega$(或 $S$) 表示，相对应在任何一次试验中都不可能发生的事件，称为不可能事件，用 $\varnothing$ 表示.

例如：$A=\{$同性电荷相斥$\}$ 是必然事件 $S$；$B=\{$没有水分，种子会发芽$\}$ 是不可能事件 $\varnothing$.

**注 1.** 必然事件和不可能事件实质上都是确定性现象的表现，为了便于讨论，通常把它们当作随机事件的特殊情况来看待.

**注 2.** 理解样本空间要注意以下几点：

(1) 样本空间是一个集合，由基本事件构成. 表示方法有：列举法、描述法. 常用的表示方法是列举法.

(2) 基本事件可以是一维的，也可以是多维的，可以有限个，也可以无限个.

(3) 对于一个随机试验而言，样本空间并不唯一，它由试验目的而定，但通常只有一个能提供最多信息的样本空间. 例如，运动员投篮的试验中，若试验的目的是考查命中情况，则样本空间 $\Omega=\{$中，不中$\}$；若试验的目的是考查得分情况，则样本空间 $\Omega=\{0$ 分，$1$ 分，$2$ 分，$3$ 分$\}$.

今后在数学处理上，往往将基本事件的个数为有限个或可列举的情况归为一类，称为离散的样本空间，而将基本事件为不可列无限多的情况归为一类，称为连续的样本空间. 由于这两类样本空间有着本质差异，故分别称之.

初学者也许会认为无限多都是一样的，其实它们是有本质区别的. 无限多可分为可列无限多和不可列无限多. 下面给出定义：

给定集合 $A$，$B$，若存在 $A$ 到 $B$ 上的一一映射，则称 $A$ 与 $B$ 对等，记作 $A\sim B$. 如果两个集合对等，称它们具有相同的势. 若 $A\sim N$，其中 $N$ 为自然数集，则称 $A$ 为可数集(可列集). 不是可数集的无限集称为不可数集(不可列集).

例如，自然数和有理数都是可列集，而无理数是不可列集，它和实数是一样多的. 由于不可列集比可列集要多得多，因此，实数基本上是由无理数构成的.

### 1.1.2 随机事件间的关系和运算

1. 随机事件间的关系(见表 1-1)

**表 1-1**

| 概率论 | 集合论 |
|---|---|
| 样本空间、必然事件 | 全集 $\Omega$ |
| 不可能事件 | 空集 $\varnothing$ |
| 基本事件 | 元素 |
| 随机事件 | $\Omega$ 的子集 |
| $A$ 发生导致 $B$ 发生 | $A$ 为 $B$ 的子集,记为 $A \subset B$ |
| $A$、$B$ 二事件相等 | 二集合相等,记为 $A = B$ |
| 二事件 $A$、$B$ 至少发生一个 | 二集合 $A$、$B$ 的并集,也称为和,记为 $A \cup B$ |
| 二事件 $A$、$B$ 同时发生 | 二集合 $A$、$B$ 的交集,也称为积,记为 $A \cap B$ |
| 事件 $A$ 发生而 $B$ 不发生 | 集合 $A$、$B$ 的差集,记为 $A - B$ 或 $A\overline{B}$ |
| 事件 $A$ 的对立事件 | $A$ 对 $\Omega$ 的补集,记为 $\overline{A}$ |
| 二事件 $A$、$B$ 互不相容 | 二集合 $A$、$B$ 不相交,记为 $A \cap B = \varnothing$ |

注 事件的关系运算等价于集合的关系运算.

2. 完备事件组

若 $n$ 个事件两两互斥且这 $n$ 个事件的和是 $\Omega$,则称这 $n$ 个事件为完备事件组.

从现有考试的角度看,这个概念主要是为全概率公式做准备,因为那里会用到完备事件组,核心点就是如何找到这样一组完备事件组,在后面讲解全概率公式时我们会细讲.

3. 事件间的运算法则

(1) 交换律:$A \cup B = B \cup A, AB = BA$;

(2) 结合律:$A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C, A(BC) = (AB)C$;

(3) 分配律:$A \cap (B \cup C) = (AB) \cup (AC), A \cup BC = (A \cup B) \cap (A \cup C)$;

(4) 德莫根(对偶)定律:

$\overline{\bigcup_{i=1}^{n} A_i} = \bigcap_{i=1}^{n} \overline{A_i}$(和的逆 = 逆的积),$\overline{\bigcap_{i=1}^{n} A_i} = \bigcup_{i=1}^{n} \overline{A_i}$(积的逆 = 逆的和).

(5) 差积转换律:$A - B = A\overline{B}$.

**【例 1.1】**设 $A,B,C$ 为任意三个事件,试用 $A,B,C$ 的运算关系表示下列事件:

(1) 三个事件中至少一个发生,

(2) 没有一个事件发生,

(3) 恰有一个事件发生,