

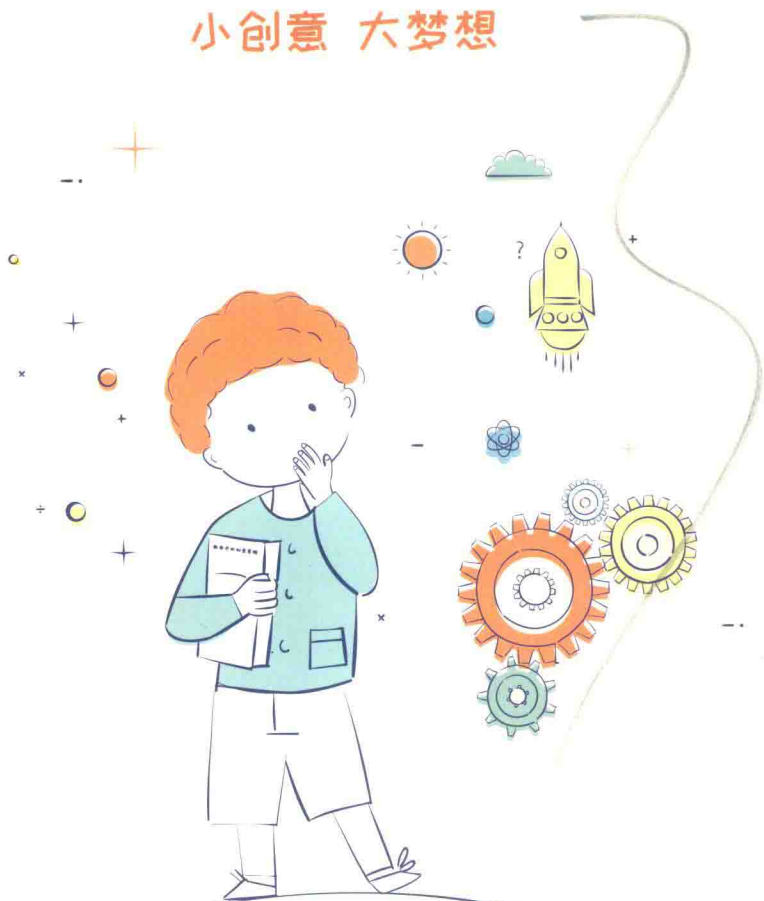
离不开的数学

无数学 不生活

# 数学中的创意思维

焦宝聪 编著

小创意 大梦想



 中国工信出版集团

 电子工业出版社  
PUBLISHING HOUSE OF ELECTRONICS INDUSTRY  
<http://www.phei.com.cn>

离不开的数学

# 数学中的创意思维

焦宝聪 编著

电子工业出版社

Publishing House of Electronics Industry

北京·BEIJING

未经许可，不得以任何方式复制或抄袭本书之部分或全部内容。

版权所有，侵权必究。

### 图书在版编目 (CIP) 数据

离不开的数学. 数学中的创意思维 / 焦宝聪编著. —北京: 电子工业出版社, 2019.7

ISBN 978-7-121-36844-8

I. ①离… II. ①焦… III. ①数学—普及读物 IV. ①O1-49

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2019) 第 112826 号

责任编辑: 张贵芹 文字编辑: 仝赛赛

印刷: 北京富诚彩色印刷有限公司

装订: 北京富诚彩色印刷有限公司

出版发行: 电子工业出版社

北京市海淀区万寿路 173 信箱 邮编 100036

开本: 720×1000 1/16 印张: 7.5 字数: 116 千字

版次: 2019 年 7 月第 1 版

印次: 2019 年 7 月第 1 次印刷

定价: 36.80 元

凡所购买电子工业出版社图书有缺损问题, 请向购买书店调换。若书店售缺, 请与本社发行部联系, 联系及邮购电话: (010) 88254888, 88258888。

质量投诉请发邮件至 [zltts@phei.com.cn](mailto:zltts@phei.com.cn), 盗版侵权举报请发邮件至 [dbqq@phei.com.cn](mailto:dbqq@phei.com.cn)。

本书咨询联系方式: (010) 88254510, [tongss@phei.com.cn](mailto:tongss@phei.com.cn)。

# 序 言

本人以兴奋的心情和极大的兴趣，看完了焦宝聪教授编写的《离不开的数学》丛书。书中内容广泛，涉及社会、科技、管理、生活等多个领域，从各种不同的角度展现数学的内涵和数学应用的广泛性。书中的很多事例就发生在我们身边，其中处理问题的很多方法，对我们日常工作和生活都有极其重要的指导意义，如决策与优化、遗产分配、合作的利益分配等，确实体现了“离不开的数学”。这套丛书有如下特点：

丛书虽然是面向青少年的数学读物，但它不同于数学课程标准规定的课程教学内容，在扩展学生的数学视野、提高数学在各个领域层面应用的认识方面，将会起到非常大的作用。

丛书从数学角度阐述了资源的合理利用、冲突与合作，公平与正义、逻辑推理、创意思维等方面应有的分析框架和科学态度，将会促进人们的文化、科技创新思维的提高。

丛书从基本概念入手，由浅入深，循序渐进。其中的诸多故事、例子生动而有趣，读之有赏心悦目之感，因而有很好的可读性。虽然内容主要围绕数学中的运筹学、博弈论、创意思维方面的科学知识，但由于作者对许多高深数学知识都做了通俗化处理，可打破许多人对数学的畏

惧，具有中小学数学水平的大众读者都可以学会、看懂，使数学学习变得更有兴趣、更快乐，使数学与生活变得更紧密。

这套丛书在这方面的努力，将会在数学的普及教育上起到积极的推动作用，这也是焦宝聪教授在首都师范大学为本科生教授运筹学、博弈论等大学通识课程，受到学生们的广泛赞誉后，在数学普及教育上又一次有力的尝试。不仅对学生，而且将会在社会上引起积极反响，将在人们的理性思维培养、正确处理问题方式及推动精神文明建设上起到推动作用。虽然在数学教育这个方向上，已经有许多大师和先知们在不断地努力，但这套丛书无疑在这个方面是一部力作，相信会受到社会的广泛关注。

一个强大的国家需要国民具有较高的国民素质和文化素养，这其中数学自然不可或缺。这套丛书作为宣扬现代数学思维的著作，应当具有扩展学生的数学视野、提升大众数学素养的价值，我们期待着。

赖炎连

2019年5月

于中国科学院

# 前 言

数学是研究现实世界中的数量关系和空间形式的学科。数学素养是现代社会的每一位公民应该具备的基本素养。对一个国家来说，数学强则科技强，科技强则经济强、国强。思维是认识活动的过程，创意思维是对问题新的解释，是一种前所未有的思维成果。

本书以身边常见的生活实例或数学课中的内容为情景引入，让读者用数学思维来看待现实问题，学会用观察、实验、比较、猜想、分析、综合、抽象和概括等基本方法；学会归纳、演绎和类比的推理方法；会合乎逻辑地、准确地阐述自己的思想和观点；能运用数学概念、思想和方法，辨明数学关系，形成良好的思维品质，从而达到提升创意思维能力的目的。

本书主要内容包括逆向思维、博弈思维、转化思维等思维方式，培养学生的创意思维，为学生以后的学习打开一扇思维的新窗口。希望本书解决过的每一个问题，都能为你日后解决其他问题提供思路。

本书在编写过程中参考了许多中外文献，在此一并致谢！感谢赖炎连教授、陈兰平教授、王鹏远老师仔细阅读本书稿后提出的宝贵意见！感谢我的研究生朱亚芬和她的同学李玉阁在资料整理方面给予的支持！

## 反侵权盗版声明

电子工业出版社依法对本作品享有专有出版权。任何未经权利人书面许可，复制、销售或通过信息网络传播本作品的行为；歪曲、篡改、剽窃本作品的行为，均违反《中华人民共和国著作权法》，其行为人应承担相应的民事责任和行政责任，构成犯罪的，将被依法追究刑事责任。

为了维护市场秩序，保护权利人的合法权益，我社将依法查处和打击侵权盗版的单位和个人。欢迎社会各界人士积极举报侵权盗版行为，本社将奖励举报有功人员，并保证举报人的信息不被泄露。

举报电话：（010）88254396；（010）88258888

传 真：（010）88254397

E-mail: [dbqq@phei.com.cn](mailto:dbqq@phei.com.cn)

通信地址：北京市万寿路173信箱

电子工业出版社总编办公室

邮 编：100036

## 第1章

- 001 什么是数学创意思维
- 003 1.1 认识数学创意思维
- 005 1.2 “拿火柴”游戏的必胜策略
- 007 1.3 智取金链

# 目 录

# contents

## 第2章

- 013 逆向思维创新
- 015 2.1 “抓”还是“传”
- 017 2.2 有多少桃子
- 019 2.3 海盗分宝石

## 第3章

- 023 转化思维创新
- 025 3.1 平面图形问题
- 033 3.2 快速检测问题

## 第4章

### 037 博弈思维创新

039 4.1 通过博弈思维降低采购成本

041 4.2 名画的公平分配

044 4.3 破产清资分配

## 第5章

### 047 数字黑洞是什么

049 5.1 “黑洞”与“黑洞数”

052 5.2 黑洞循环数

## 第6章

### 057 玩转数字

059 6.1 设岗布哨

063 6.2 巧破钻石丢失案

## 第7章

### 067 逻辑思维的乐趣

069 7.1 肖像在哪个盒子里

074 7.2 如何问到正确的路

## 第 8 章

- 077 存不存在的几何
- 079 8.1 彭罗斯阶梯
- 084 8.2 拼接思维

## 第 9 章

- 089 几何的魅力
- 091 9.1 完美矩形
- 094 9.2 完美正方形的探索

## 第 10 章

- 097 突破惯性思维
- 099 10.1 分割五边形
- 101 10.2 移动杯子
- 105 10.3 移动火柴



## 导 言

对孩子的成长来说，问题视野比知识视野更重要。问题视野就是要发现问题，即使不能发现新问题，也要善于观察、勤于思考，这是一种素养，也是一种能力。异想天开给生活增添了几分不平凡的色彩，如果不满足于现状，那首先要打破固有的思维模式。跟着我来，你的思维将到达你从来没有去过的地方。

## 1.1

## 认识数学创意思维

思维是人脑对客观事物本质属性和内在联系的概括和间接反映。创意思维，也称创造性思维，它以新颖独特的思维活动揭示客观事物的本质及内在联系，并指引人们去获得对问题的新的解释，从而产生前所未有的思维成果。数学创意思维是用数学方法思考问题和解决问题的思维活动形式。

## 数字背后的故事

目前有3个2，即2、2、2，你该如何摆放它们，才能使所得数字最大。不许使用运算符号哦！

## 问题解析

所有可能的摆法有：222、 $22^2$ 、 $2^{22}$ 、 $2^{2^2}$ 。

计算得知： $2^2=16$ ， $22^2=484$ ， $2^{22}=4194304$ 。所以，最大的数是 $2^{22}$ 。

如果把2换成3、4，或更大的正整数，结果如何？

(1) 如果换成3，所有可能的摆法有：333、 $33^3$ 、 $3^{33}$ 、 $3^{3^3}$ 。

你可能会猜测 $3^{33}$ 最大。

那么我们来计算一下， $3^{3^3}=3^{27}<3^{33}$ ，而 $33^3=(11\times 3)^3<(27\times 3)^3=3^{12}<3^{33}$ 。所以，最大的数是 $3^{33}$ 。

(2) 如果换成4，所有可能的摆法有：444、 $44^4$ 、 $4^{44}$ 、 $4^{4^4}$ 。

你可能会猜测  $4^{44}$  最大。

错误！最大的数是  $4^{4^4}$ 。

因为， $4^{4^4}=4^{256} > 4^{44}$ ，而

$4^{4^4}=(4^3)^4 \times 4^{32}=(64)^4 \times 4^{32} > 44^4 > 444$ 。所以，最大的数是  $4^{4^4}$ 。

这是一个很有意思的问题！由此可知，在数学上使用类推法思考问题是危险的，很容易得出错误的结论。

(3) 对于 3 个 A， $A=5、6、7……$  的情况。

所有可能的摆法有： $AAA、AA^A、A^{AA}、A^{A^A}$ 。

根据前面的分析， $AAA$  和  $(AA)^A$  不可能是最大的数，只需比较  $A^{AA}$  与  $A^{A^A}$  即可。

$A^{AA}$  可以写成  $A^{10A+A}$ ，也就是  $A^{11A}$ ；

问题转化为： $A$  大于或等于 5 时， $A^A$  是否大于  $11A$ ？这是显然的。现在可以放心地说：当  $A$  大于或等于 5 时， $A^{A^A}$  最大。

## 1.2 “拿火柴”游戏的必胜策略

现有 20 根火柴棒（见图 1.1），由两人轮流拿。规定每人每次只能拿 1 根或 2 根，拿到最后 1 根火柴者为胜。如果你先拿，你用什么策略保证一定能获胜？



图 1.1 火柴棒

### 问题解析

先观察剩余 3 根的情况：当对方先取走 1 根时，你可以拿走 2 根；当对方先取走 2 根时，你可以拿走 1 根。此时你胜。

由此分析，通过前面的几轮比赛，你会猜测：每轮拿火柴的原则是，给对方剩下的火柴数量是 3 的倍数。

若按照此原则，先取者甲一定能胜。例如，有 20 根火柴，可以写作： $20=3\times 6+2$ 。甲开始拿 2 根，余下 18 根，是 3 的倍数，这时，不管乙拿 1 根火柴还是 2 根火柴，甲再拿的火柴根数与乙刚才拿的数目凑成 3，即能获胜。

## 探究与交流

现有 100 根火柴棒，两人轮流拿。规定每人每次只能拿 1 根或 2 根，拿到最后一根火柴者获胜。如果你先拿，你用什么策略保证一定能获胜？

这里，我们可以思考一下求解这个问题的方法。在有 20 根火柴的情况下，如果你先拿，你用什么策略保证一定能获胜。按照规定，一次可以拿 1 根或者是 2 根。首先，假设只有 3 根火柴，别人拿 1 根，你就拿 2 根；别人拿 2 根，你就拿 1 根。这样的话，只要轮到你拿的时候，火柴根数是 3 的倍数，就能保证你最后赢，而现在是 20 根，不是 3 的倍数。但是，你有先拿的特权，如果在第 1 次拿火柴之后，剩余的火柴数量是 3 的倍数，这样就能保证你获胜。如果用逆向思维方式来求解这个问题，也就是从事物的结果来推算求解过程，相信你已经能够轻松应对 100 根火柴棒的情况。

### 1.3 智取金链

某金店经理奖励优秀员工1条由7个金环串连在一起的金链，如图1.2所示。规定每天只能取走1个金环，每切开1个金环，就需要支付一定的加工费。如何做到既能按照规定取走金链，又能使总加工费最少？（即切开的金环的个数最少）。

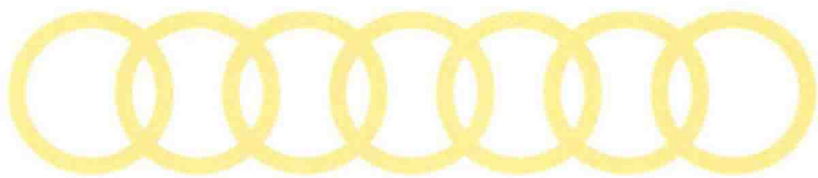


图 1.2 金链

按照大多数人的想法，至少得切3次才能将金链全部取走。

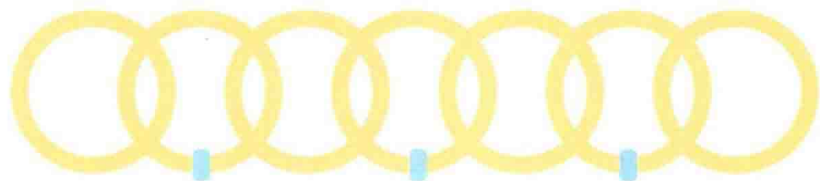


图 1.3 金链的切割位置

金链的切割位置如图1.3所示，这样切完之后，7个金环全部打散。这样的话，我们就可以每天拿1个金环，7天后金链就可以到手了。

解决问题的方法有很多，我们要找出成本最小的方法。能不能只切割1次就可以按照约定取走7个金环呢？