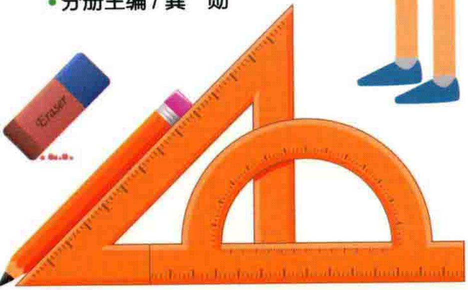
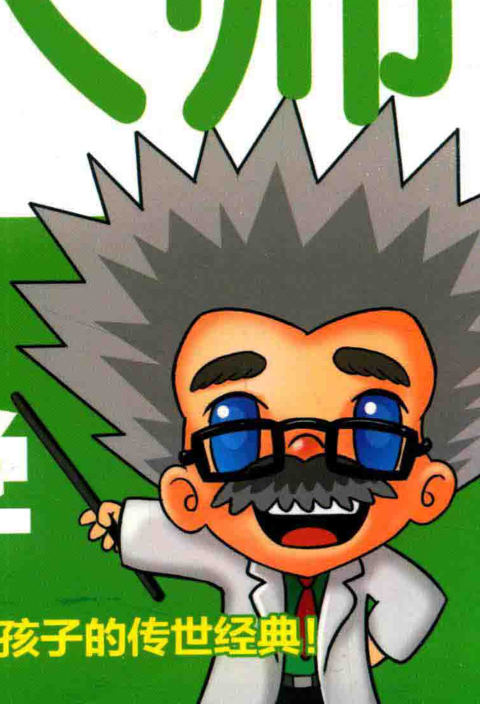
科普大师趣味科学系列
KEPU DASHI QUWEI KEXUE XILIE

世界科普大师

主　编 / 邢　涛
分册主编 / 龚　勋



写给孩子的趣味数学



版社
NG HOUSE

世界科普大师送给孩子的传世经典！

| 科普大师趣味科学系列 |

FUNNY

S C I E N C E

世界科普大师

写给孩子的趣味数学

•主　编／邢　涛

•分册主编／龚　勋

浙江教育出版社·杭州

图书在版编目（CIP）数据

世界科普大师写给孩子的趣味数学 / 邢涛主编；龚勋分册主编. —杭州：浙江教育出版社，2017.9
（科普大师趣味科学系列）
ISBN 978-7-5536-5461-4

Ⅰ. ①世… Ⅱ. ①邢… ②龚… Ⅲ. ①数学—少儿读物 Ⅳ. ①O1-49

中国版本图书馆CIP数据核字（2017）第100188号

主　　编	邢　涛	网　　址	www.zjeph.com
分册主编	龚　勋	印　　刷	天津丰富彩艺印刷有限公司
设计制作	北京创世卓越文化有限公司	开　　本	700mm × 950mm　1/16
责任编辑	赵露丹	成品尺寸	163mm × 228mm
美术编辑	曾国兴	印　　张	9
责任校对	杜　玲	字　　数	180 000
责任印务	陈　沁	版　　次	2017年9月第1版
出版发行	浙江教育出版社	印　　次	2017年9月第1次印刷
地　　址	杭州市天目山路40号	标准书号	ISBN 978-7-5536-5461-4
邮　　编	310013	定　　价	19.80元

前言

FOREWORD

科普大师送给孩子的数学经典！

如果要用一个词来形容数学，你会想到什么呢？枯燥、繁琐、难懂、不知所云……然而，在一些世界级科普大师的心目中，形容数学的词只有一个——趣味。数学知识是他们想象力和创造力的源泉，他们不仅能用生动的语言将数学知识变得极富趣味，更善于利用数学知识创造新的趣味。比如，要反驳世界末日的传说，仅用一次计算就够了；要解决用水桶分水的问题，还可以找台球帮忙；伸出一根手指，你就能判断出前方的人离你有多远；用数字构造一个幻方更是一件无比奇妙的事……

本书精选的文章出自别莱利曼、亨利・杜德尼等世界著名科普大师之手，相信大师们的生花妙笔一定能让你深刻领略到数学的博大和魅力，激发你学习数学的兴趣和灵感。也许，下一个数学趣题就诞生在你的脑海里！

目录

CONTENTS

第一章 惊人的大数

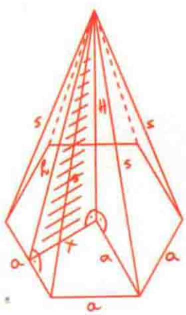
JINGREN DE DASHU

第二章 分配问题

FENPEI WENTI

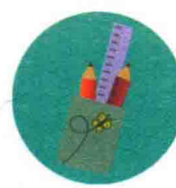
第三章 几何测量

JIHE CELIANG



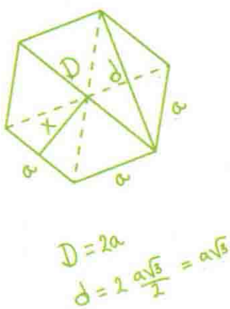
第四章 几何中的大与小

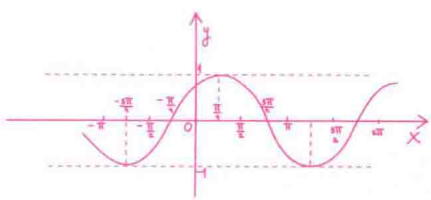
JIHE ZHONG DE DA YU XIAO



第五章 巧手作图

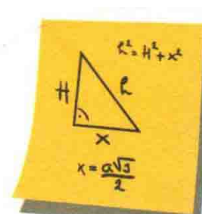
QIAOSHOU ZUOTU





第六章 趣味游戏

QUWEI YOUXI



第一章

惊人的大数

小朋友，你在生活中遇到过的最大的数是多少呢？100亿？1000亿？事实上，很多看似简单的问题中隐藏着更大的数字巨人。比如，草履虫分裂40代后会产生多少个个体？国际象棋的棋盘上能放多少粒小麦？4个2能组合的最大数是多少？……读完本章，你一定会被那些惊人的大数所震撼！

[俄国] 雅科夫·伊西达洛维奇·别莱利曼

“疯长”的草履虫

雅科夫·伊西达洛维奇·别莱利曼，著名科普作家，享誉世界的趣味科学奠基人。别莱利曼一生出版了百余本科普书籍，内容涉及数学、物理、天文等许多方面。他善于用简单的方法解决复杂的问题，创意层出不穷，能带给读者全新的启发和思考。代表作有《趣味代数学》《趣味几何学》《趣味力学》等。

草履虫是一种很小的原生动物，它进行无性生殖时，单个个体可以分裂为两个个体。假如按照这种方式分裂出来的草履虫都能存活下来，那么一个草履虫分裂40代之后，会产生多少个草履虫呢？

要算出这个结果，我们必须用到代数中的乘方。乘方在生活中应用非常广泛，它的使用大大方便了我们的计算。比如，在研究宇宙的过程中，天文学家常常遇到一些非常庞大的数，这些数往往是几位有效数字后面跟着一长串的0，我们通常称这种数为“天文数字”。例如，太阳的质量约为：

1983000000000000000000000000000000克

显然，这样的数不仅写起来非常麻烦，计算时也非常复杂，很容易出现错误。而且，在研究中比它大得多的数还有很多。

这时，只要我们使用乘方，所有困难都能迎刃而解。对于1后面带着很多0的数，我们可以用10的若干次方来表示。比如：

$100=10^2$、$1000=10^3$、$10000=10^4$……

因此，太阳的质量我们可以写成下面这种形式：

1983×10^{30}克

这种表示方法不仅节省书写空间，计算起来也更方便。为了让你能更清楚地认

识它的便利，我们来做一个计算：求地球的质量是它周围空气总质量的多少倍？

物理学中提到，地球表面每平方厘米上的大气柱质量约为1千克。假如我们把地球周围的大气层看成是一根根大气柱，那么只要算出地球的表面积有多少平方厘米，就能知道大气柱的数量，也就能算出大气柱的总质量是多少千克。

通过查阅资料，我们很容易知道，地球的表面积是51000万平方千米，即51×10^7平方千米。

已知1千米等于1000米，1米等于100厘米，因此我们可以算出1千米等于10^5厘米，1平方千米等于10^{10}平方厘米。于是，地球的表面积为：

$$51\times10^7\times10^{10}=51\times10^{17}\text{（平方厘米）}$$

也就是说，地球表面的大气总质量是51×10^{17}千克。接着，我们再把它换算成以吨为单位：

$$51\times10^{17}\div1000=51\times10^{17}\div10^3=51\times10^{17-3}=51\times10^{14}\text{（吨）}$$

通过查资料可知，地球的质量为：

$$6\times10^{21}\text{吨}$$

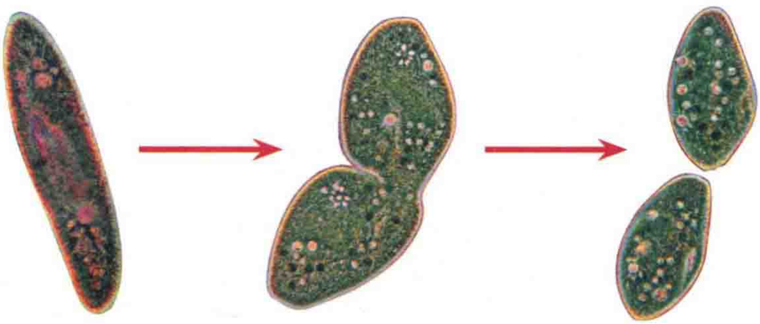
因此，地球质量是它周围空气总质量的倍数可这样计算：

$$6\times10^{21}\div(51\times10^{14})\approx10^6$$

即地球质量约等于它周围空气总质量的一百万倍。

现在，我们再回到最开始的那个问题。分裂40代后的草履虫的个数，也就是40

个2相乘，可以表示为2^{40}个。假如2^{40}个草履虫所占的体积为1立方米，已知太阳的体积为10^{27}立方米，草履虫平均每27小时分裂一次，那么多长时间后，一个草履虫繁殖出的后代所占的体积和太阳一样大？



根据上述条件，我们将问题转化为：1立方米需要累乘多少次2才能达到10^{27}立方米。因为$2^{10}=1024\approx10^3$，所以我们可以把10^{27}写成：

$$10^{27}=(10^3)^9\approx(2^{10})^9=2^{90}$$

所以，1立方米需要累乘90次2才能变成10^{27}立方米。因此，一只草履虫要经过40+90=130次分裂，才能达到10^{27}立方米这个体积。根据题意，草履虫平均每27小时分裂一次，因此，分裂130次所需的时间为：

$$27\times130=3510\text{（时）}$$

因为每天有24个小时，所以它所需的天数为：

$$3510\div24=146.25\text{（天）}$$

所以，草履虫可以在第147天分裂出第130代子孙，所有后代的体积加起来和太阳的体积一样大。据我了解，一位微生物学家曾经观察到一个分裂了8061次的草履虫。假设它分裂出的所有后代都成活了，那么你不妨根据刚才的方法，算算最后一代草履虫所占的体积是多大。

接下来，我们再看一个类似的问题：拿一张纸，先将它对半裁开，然后将其中半张纸再对半裁开，一直重复。请问要裁多少次才能得到和原子一样重的纸？

我们假设一张纸的质量是1克，已知原子的质量约为$\frac{1}{10^{24}}$克。因为：

$$10^{24}=(10^3)^8\approx(2^{10})^8=2^{80}$$

所以，只要对裁80次就够了，并不是一般人所以为的要裁几百万次。

同样，我们把刚才有关草履虫和太阳的问题反过来问：假如太阳会分裂成两个，接着每一半又分裂成两个，一直持续下去。并假设每次都是平分，且总体积不变。那么，太阳要分裂多少次才能变得和草履虫一样大？显然，从前面的计算中我们已经得到了答案——130。也许，你还在为这么少的次数而惊讶。不过，接下来的这个案例会让你更加吃惊。

由化学反应定律可知，化学反应的速度和温度密切相关。任何温度下都在发生化学反应，只是每当温度降低10℃时，化学反应的速度会降低到原来的一半。也就是说，木柴和煤不只在高温下燃烧，它们在低温下也是可以燃烧的，只不过燃烧的速度非常缓慢而已。假设在600℃的温度下，燃烧1克木柴需要1秒钟，那么当温度降到20℃时，燃烧1克木柴需要多长时间？

由题意可知，温度总共下降了580℃，也就是以每次10℃的速度下降了58次，因此反应速度下降为原来的$\frac{1}{2^{58}}$，燃烧时间延长为原来的2^{58}倍，所以燃烧1克木柴需要2^{58}秒。那么，这段时间到底有多长呢？我们可以大致计算一下：

$$2^{58}=2^{60-2}=2^{60}\div 2^2=\frac{2^{60}}{4}=\frac{(2^{10})^6}{4}\approx\frac{10^{18}}{4}\text{（秒）}$$

因为一年约有3×10^7秒，所以：

$$\frac{10^{18}}{4}\div(3\times 10^7)=\frac{10^{11}}{12}\approx 10^{10}\text{（年）}$$

也就是说，温度在20℃时，燃烧1克木柴需要10^{10}年，即一百亿年！反过来说，每年燃烧的木柴重量为一百亿分之一克。反应速度这么慢，我们当然感觉不到了。

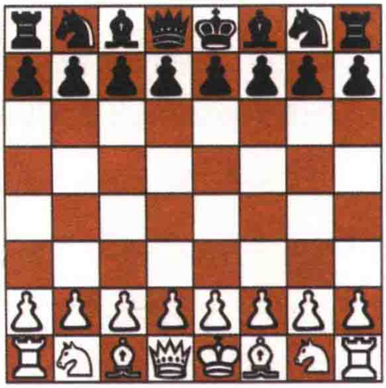
好奇千千问？

问。为什么代数被称为“有七种运算的算术”？

答。 因为在代数中，除了最基本的加减乘除四种运算外，还有乘方和它的两种逆运算——开方和对数。例如乘方 $a^b=c$，开方是求乘方的底数 a，对数是求乘方的指数 b。

［俄国］雅科夫·伊西达洛维奇·别莱利曼

填不满的棋盘



国际象棋是世界上最古老的游戏之一，它已经存在了很多个世纪，有各种各样关于它的传说流传下来，这不足为奇。不过，这些传说的真实性都因为年代久远而无从考证。我下面要讲的就是一个关于国际象棋的传说。

要听懂这个传说，并不需要熟谙国际象棋的玩法，只要知道它是在被划分成64格的棋盘上进行的就够了。

国际象棋是印度人发明的。印度国王舍拉姆熟悉了国际象棋的玩法之后，便对其中蕴含的机智奇巧和棋局的多样性赞叹不已。当国王得知发明国际象棋的人是自己的臣民时，急忙下令召他进宫，想亲自奖赏他。

于是，那个名叫谢塔的发明家便出现在了国王的宝座前。他是一个衣着朴素的学者，靠教授学生来维持生计。

“谢塔，”国王说，“你发明的这个游戏如此出色，我应当给你奖赏。”

聪明的学者向国王深深鞠了一躬。

国王继续说：“我有足够的财富，可以满足你任何愿望，不管有多大胆。只要你说出想要的奖赏，你就能得到它。”

谢塔沉默不言。

“别害怕，谢塔。”国王鼓励道，“大胆说出你的愿望吧。只要能实现，我在所不惜。”

“您太仁慈了，陛下。”谢塔恭敬地说，“希望您能给我一点时间，让我好好想想该如何回答。等我明天考虑成熟之后，再告诉您我的请求吧。”

第二天，谢塔再次出现在国王的宝座前。他提出了一个无比简单的要求，这让国王很是惊讶。

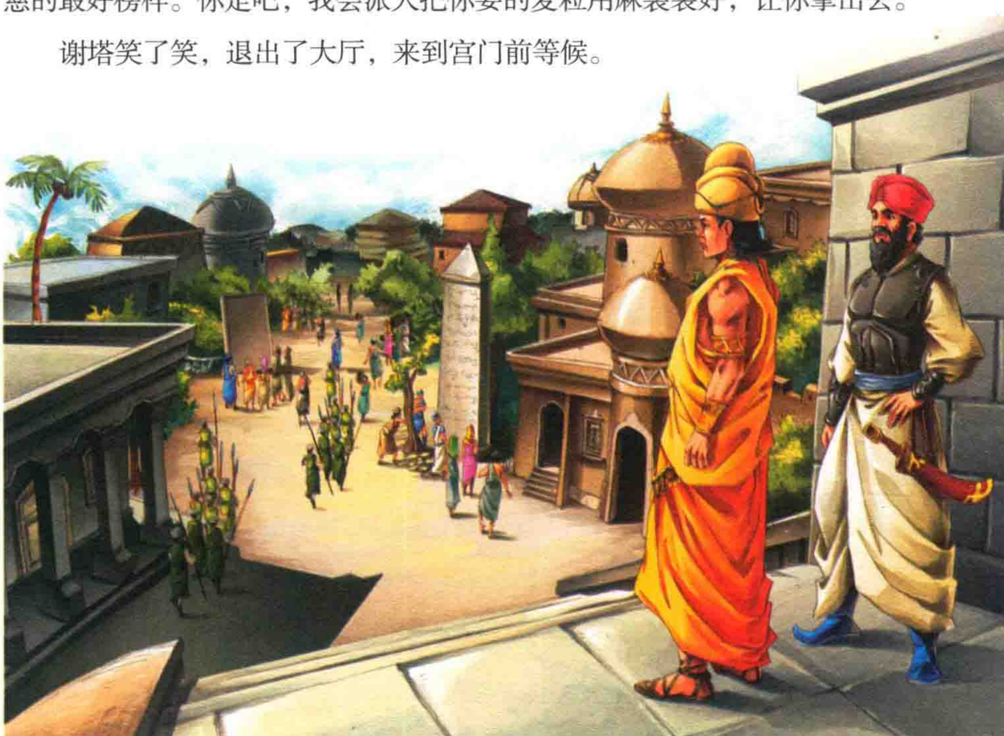
“陛下，”谢塔说，“请您下令，在象棋棋盘的第一个方格内为我放入1颗小麦粒。”

“就是普通的小麦粒吗？”国王疑惑地说。

“是的，陛下。然后，在第二个方格内放入两颗小麦粒，第三个方格内放入4颗小麦粒，第四个方格内放8颗，第五个放16颗，第六个放32颗……”

“够了，”国王生气地打断了谢塔的话，“我会给棋盘的64个方格内都放入小麦粒，而且根据你的要求，每个方格内的小麦粒数量是前一个方格内小麦粒数量的两倍。但是，我要告诉你，你的要求根本配不上我的慷慨。你要的奖励如此微不足道，这是对我的仁慈的蔑视！事实上，作为一名教师，你原本可以成为感念国王仁慈的最好榜样。你走吧，我会派人把你要的麦粒用麻袋装好，让你拿出去。”

谢塔笑了笑，退出了大厅，来到宫门前等候。



那天，吃午饭的时候，国王又想起那个发明国际象棋的人，便派人去问，看看那个鲁莽的谢塔是不是已经拿走了那点可怜的赏赐。

“陛下，”派去的人回来报告说，“您的命令还在执行中，宫里的数学家们还在计算应该付给谢塔的小麦粒的数量。”

国王不由得皱起了眉头，他很不习惯自己下达的命令这么长时间也没完成。

晚上临睡前，国王再次派人去询问，谢塔有没有得到足够的麦粒，离开王宫。

侍从回答说：“陛下，您的数学家们还在不知疲倦地工作着，希望能在明天天亮以前算出结果。”

“为什么这点小事办得如此拖泥带水？”国王生气地大声吼道，“在我明天醒来之前，必须把最后一颗麦粒发给谢塔。我不想再说第二遍。”

第二天一早，就有人向国王禀报，宫里的数学家代表有重要情况要汇报。国王下令让他进来。

“先说说吩咐你的差事，”国王说，“我想知道，谢塔要的那点微不足道的奖赏是否已经全部发给他了。”

“陛下，我这么早来见您正是为了这件事。”年老的数学家回答说，“我们仔细算出了谢塔要求的麦粒的数量，这个数字简直大得惊人……”

“不管数字有多大，我们的粮仓也不会被拿空。既然我已经答应他了，就应该如实兑现。”国王傲慢地说。

“陛下，您没有能力满足谢塔的要求。即使把您所有粮仓里的小麦都加起来，也远远不够。不仅全国没那么多小麦，就算在全世界范围内也找不到足够的小麦。如果您坚持要兑现承诺他的奖励，那么就请您把整个地球变成耕地，把海里的水抽干，让覆盖在北方荒原上的冰雪都融化，再把所有空地种上小麦，并将土地上所有收获的小麦都给谢塔，这样也许能兑现对他的奖励。”

听了这位数学家的话，国王感到无比惊讶，他沉思了一会说：“这个数字究竟是多少？”

“$18\times10^{18}+446\times10^{15}+744\times10^{12}+73\times10^{9}+709\times10^{6}+551\times10^{3}+615$。啊！尊贵的陛下！”

这就是那个传说。这件事是否真的发生过，无人知晓。不过，传说中的奖赏计

算出来的话就是这个结果，你可以耐心地去验证。

根据题意可知，我们要求出数列1，2，4，8，…的和，最后一项第64个方格的小麦粒数是2^{63}。不难发现，这个数列有以下特征：

1=1

2=1+1

4=（1+2）+1

8=（1+2+4）+1

16=（1+2+4+8）+1

32=（1+2+4+8+16）+1

…

由上可知，这个数列的每一项都是前面所有项的和再加1。所以，要求该数列所有项的和，只需用最后一项加上它与1的差就可以了。如下：

$$1+2+4+8+\cdots+2^{63}=2^{63}+(2^{63}-1)=2\times2^{63}-1=2^{64}-1\approx1.8\times10^{19}$$

如果你无法想象出这个数字有多巨大，那么你可以估算一下，多大的粮仓才能放下这些麦粒。我们知道，每立方米小麦中约有1500万个麦粒，那么国王奖赏的小麦大约占据1.2×10^{12}立方米的体积。假设粮仓高4米，宽10米，那么它的长度应该为3×10^{10}米，这比地球到月球的距离还要长很多倍。

显然，印度国王没办法拿出这样的奖赏。不过，要是他有足够的数学禀赋，他也可以很轻松地从这个困境中解脱出来——他只需下令，让谢塔自己把应得的麦粒一颗一颗地数出来就可以了。

假设谢塔以每秒1粒的速度一刻不停地数麦粒，那么第一个昼夜他能数出86400颗麦粒。要数出100万颗麦粒，他至少需要夜以继日、不间断地工作10昼夜。1立方米的小麦他要数上将近半年的时间，即使他一刻不停地数10年，也才数了3×10^{8}颗麦粒。所以，就算谢塔整个后半生都用来数麦粒，他也只能数出他的全部奖赏中微不足道的一部分。

［俄国］雅科夫·伊西达洛维奇·别莱利曼

城市流言

流言在城市里的传播速度简直快得惊人！有时候目击者只有几个人，但事情发生还不到2个小时，消息就已传遍全城，几乎所有人都听说了。这种超乎寻常的传播速度实在是不可思议。

其实，我们只需通过一些简单计算就能发现，这其中并没有什么神奇的地方：事件的真相只是源于数字的特性，流言本身并没有什么神秘之处。

下面我们就举例说明，看看事情究竟是怎么发生的：

早上8点，一座有5万人口的小城市里来了一位首都市民，他带来一个最新的、令每个人都很感兴趣的消息。这个人在他落脚的地方把消息告诉了3个当地人。假设他用了一刻钟的时间。

所以，早上8点15分的时候，这座小城里一共有4个人知道这个消息：1个首都市民和3个当地人。

得知这一消息后，3个当地人又各自告诉了另外3个人，这也需要一刻钟的时间。所以，消息传到小城之后过了半小时，已经有4+（3×3）=13个人知道了。

接下来，刚刚得到消息的9个人又在接下来的一刻钟内各自与另外3个人分享了消息。所以，在早上9点差一刻的时候，知道这个消息的人数有：

13+（3×9）=40（人）