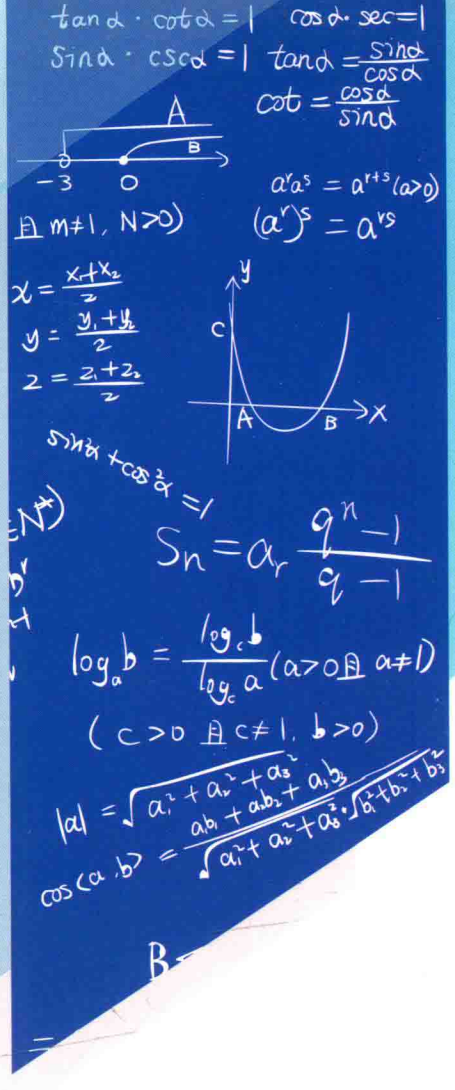

# 高等数学习题集

（第五版）

上海理工大学数学系　编著

上海财经大学出版社

中国科学技术大学
图书馆藏

# 高等数学习题集

## （第五版）

上海理工大学数学系　编著

上海财经大学出版社

**图书在版编目(CIP)数据**

高等数学习题集 / 上海理工大学数学系编著. —5 版.
—上海：上海财经大学出版社，2019.8
ISBN 978-7-5642-3292-4/F·3292

Ⅰ. ①高… Ⅱ. ①上… Ⅲ. ①高等数学—高等学校—
习题集 Ⅳ. ①013-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2019)第 133669 号

□ 责任编辑　袁　敏
□ 封面设计　贺加贝

**高等数学习题集**
(第五版)
上海理工大学数学系　编著

上海财经大学出版社出版发行
(上海市中山北一路 369 号　邮编 200083)
网　　址：http://www.sufep.com
电子邮箱：webmaster@sufep.com
全国新华书店经销
上海景条印刷有限公司印刷装订
2019 年 8 月第 5 版　2019 年 8 月第 1 次印刷

787mm×1092mm　1/16　17 印张　424 千字
印数：59801－63800　定价：42.00 元

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

# 第五版前言

《高等数学习题集》自2000年出版以来，先后经过四次再版。近年来，随着我们在教学过程中的不断摸索，本着因材施教和与时俱进的思想原则，我们再次对该书进行了一定规模的修订与补充。

《高等数学习题集》(第五版)在保持原有特色和风格的基础上，增减和修改了部分习题，加强了相关内容的基本概念、基本理论和基本技能的训练，每个章节在习题的搭配上更注意“坡度”，且题型及内容更趋于合理。

本习题集依旧参照同济大学应用数学系编写的《高等数学》(第七版)内容顺序编排；在能力提高部分，又精选和增加了近年来部分考研题，供学有余力的学生选做；在附录中，仍保留《三角函数基本公式》，供学生学习时查阅。

《高等数学习题集》的修订是在教研室集体讨论的基础上进行的，参加的老师有：

(按姓氏笔画排列)

王新利　叶亚盛　朱祎莉　华志勇　刘　凌　刘国华　刘昌良　刘晓俊　李　英

杨　进　余志先　汪文军　张天四　张　菁　陆志雯　陈爱华　苟列红　范莹蔷

赵佃立　胡恒春　胡建华　秦　梅　贾　高　贾　梅　魏公明

修订工作始终得到学校和学院各级领导的大力支持，我校数学系教师和部分高年级同学在使用后提出了许多宝贵的意见和建议，我们在此表示诚挚的谢意。

我们虽然尽了最大努力，完成本书的最后修订、校对等工作，但因水平有限，书中仍可能存有差错，敬请广大专家、同行和读者提出批评意见或建议。

**《高等数学习题集》编写组**

2019年7月

# 目　录

第五版前言/1

## 第一篇　基础练习题

第一章　函数与极限/3
第二章　导数与微分/19
第三章　微分中值定理与导数的应用/33
第四章　不定积分/49
第五章　定积分/63
第六章　定积分的应用/73
第七章　微分方程/83
第八章　向量代数与空间解析几何/97
第九章　多元函数微分法及其应用/111
第十章　重积分/127
第十一章　曲线积分与曲面积分/141
第十二章　无穷级数/159

## 第二篇　能力提高题

第一章　函数与极限/175
第二章　导数与微分/181
第三章　微分中值定理与导数的应用/185
第四章　不定积分/190

**第五章　定积分**/194

**第六章　定积分的应用**/200

**第七章　微分方程**/204

**第八章　向量代数与空间解析几何**/209

**第九章　多元函数微分法及其应用**/212

**第十章　重积分**/218

**第十一章　曲线积分与曲面积分**/222

**第十二章　无穷级数**/227

**附录 1　三角函数基本公式**/231

**附录 2　习题答案与提示**/233

# 第一篇　基础练习题

# 第一章　函数与极限

## 习题 1—1　映射与函数

1. 填空题：

(1) 函数 $y=\sqrt{2+x}+\dfrac{1}{\ln(1-x)}$ 的定义域为_____.

(2) 函数 $y=\dfrac{2^x}{2^x+1}$ 的反函数为_____；分段函数 $y=\begin{cases}1-2x^2, & x<-1,\\ x^3, & -1\leqslant x\leqslant 2,\\ 12x-16, & x>2\end{cases}$ 的反函数为_____.

(3) 已知函数 $f(x)$，且函数

$$F(x)=\frac{1}{2}[f(x)+f(-x)]$$

$$G(x)=\frac{1}{2}[f(x)-f(-x)]$$

则 $F(x)$，$G(x)$ 中为偶函数的是_____，为奇函数的是_____，且 $f(x)$ 可由 $F(x)$ 和 $G(x)$ 表示为_____.

(4) 函数 $y=\arcsin(x-3)$ 的定义域为_____；

函数 $y=2\tan\dfrac{1}{x-2}$ 的定义域为_____.

(5) 函数 $y=e^{\sin x}$ 是由函数_____和_____复合而成；

函数 $y=\arctan\sqrt{1+x^2}$ 是由函数_____、_____和_____复合而成.

(6) 已知函数 $f(x)=\dfrac{1}{x+1}$，则函数 $f[f(x)]=$_____，其定义域为_____.

(7) 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $[-1,1]$，则函数 $f(3x+2)$ 的定义域为_____；

函数 $f(x^2+1)$ 的定义域为_____；

函数 $f(x-1)+f(2-x)$ 的定义域为_____.

(8) 设 $f(x)=e^{x^2}$，$f[\varphi(x)]=1-x$ 且 $\varphi(x)\geqslant 0$，则 $\varphi(x)=$_____.

2. 证明：两个有界函数之积为有界函数. 问两个有界函数之商是否为有界函数？如果不是，请举反例说明.

3. 已知函数 $y=\ln(1+x)$，求 $\delta$ 的取值范围，使得当 $x \in U(0,\delta)$ 时，对应的函数值 $y \in U(0,\ln 2)$.

4. 下列函数 $f(x)$、$g(x)$ 是否相同？为什么？

(1) $f(x)=\cos x$，$g(x)=\sqrt{1-\sin^2 x}$；

(2) $f(x)=\operatorname{sgn} x$，$g(x)=\dfrac{x}{|x|}$.

5. 设函数 $f(x)=\dfrac{1}{2}(x+|x|)$，

$$g(x)=\begin{cases} e^{-x}, & x<0, \\ e^{x}, & x\geqslant 0, \end{cases}$$ 求 $f[g(x)]$.



此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

6. 设常数 $c \neq 0$ 且对任何 $x \in (-\infty, +\infty)$ 有 $f(x+c) = -f(x)$，证明：$f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上是周期函数.

7. 设函数 $f(x) = \dfrac{x}{\sqrt{1+x^2}}$，试求 $f\{f[f(x)]\}$.

8. 最新个税法规定，个税基本减除标准从原来的 3500 元/月提高至 5000 元/月，设应纳税所得额为 $x$（指全月综合所得金额－起征点 5000－各项社会保险金－各项扣除的余额部分），个税税率表为：

| 应纳税所得额 | 税　率 |
|---|---|
| $0 < x \leqslant 3000$ | 3% |
| $3000 < x \leqslant 12000$ | 10% |
| $12000 < x \leqslant 25000$ | 20% |
| $25000 < x \leqslant 35000$ | 25% |
| $35000 < x \leqslant 55000$ | 30% |
| $55000 < x \leqslant 80000$ | 35% |
| $x > 80000$ | 45% |

试写出应缴个税金额 $T(x)$ 的函数表达式.

## 习题 1—2　数列的极限

1. 观察下列数列的极限，将极限值填在空格内.

(1) $x_n=\dfrac{2}{\sqrt{n}}$，极限为_____；

(2) $x_n=3^{\frac{1}{n}}$，极限为_____；

(3) $a_n=\dfrac{(-1)^n}{2^n}$，极限为_____；

(4) $a_n=(-1)^n\mathrm{e}^{-n}$，极限为_____.

2. 用数列极限的定义证明：

(1) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{3n+1}{2n-1}=\dfrac{3}{2}$；

(2) $\lim\limits_{n\to\infty}(\sqrt{n+1}-\sqrt{n})=0$.

3. 若 $\lim\limits_{n\to\infty}u_n=a$，证明：

$$\lim_{n\to\infty}|u_n|=|a|,$$

并举例说明其逆命题未必成立.

## 习题 1—3　函数的极限

1. 利用函数极限的定义证明：

(1) $\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{x^2-6x+5}{x-5}=4$；

(2) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x-3}{x}=0$；

(3) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^2-1}{x^2+3}=3$；

(4) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\cos x}{\sqrt{x}}=0$.

2. 设 $f(x)=\begin{cases}2x-1, & x>0,\\ 0, & x=0,\\ 1+x^2, & x<0,\end{cases}$

则 $\lim\limits_{x\to 0^+}f(x)=$_____，

$\lim\limits_{x\to 0^-}f(x)=$_____.

3. 已知 $f(x)=\begin{cases}a-x, & 0\leqslant x<1,\\ 2a+x, & 1\leqslant x\leqslant 2,\end{cases}$ 若 $\lim\limits_{x\to 1}f(x)$ 存在，求 $a$ 的值.

## 习题 1—4　无穷小与无穷大

1. 下列极限是否存在？若存在，求出极限值；若不存在，说明是否为无穷大：

(1) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\sin x}{x}$；

(2) $\lim\limits_{x\to 0} x\sin\dfrac{1}{x}$；

(3) $\lim\limits_{x\to\infty}\cos x$；

(4) $\lim\limits_{x\to 0^-} e^{\frac{1}{x}}$；

(5) $\lim\limits_{x\to 0} e^{\frac{1}{x}}$；

(6) $\lim\limits_{x\to 0}\arctan\dfrac{1}{x}$；

(7) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos x}{x}$.

2. 函数 $y=x\cos x$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上是否有界？此函数当 $x\to+\infty$ 时是否为无穷大？为什么？

3. 求下列函数的水平和垂直渐近线，说明理由：

(1) $y=e^x+2$；

(2) $y=\begin{cases}\dfrac{1}{x^2-1}, & x>0,\\ \tan x, & x\leqslant 0.\end{cases}$

4. 根据函数极限或无穷大定义，填写下表：

| | $f(x)\to A$ | $f(x)\to\infty$ | $f(x)\to+\infty$ | $f(x)\to-\infty$ |
|---|---|---|---|---|
| $x\to x_0$ | 任给 $\varepsilon>0$，<br>总存在 $\delta>0$，<br>当 $0<\lvert x-x_0\rvert<\delta$ 时，<br>有 $\lvert f(x)-A\rvert<\varepsilon$. | | | |
| $x\to x_0^+$ | | | | |
| $x\to x_0^-$ | | | | |
| $x\to\infty$ | | | 任给 $M>0$，<br>总存在 $X>0$，<br>当 $\lvert x\rvert>X$ 时，<br>有 $f(x)>M$. | |
| $x\to+\infty$ | | | | |
| $x\to-\infty$ | | | | |

## 习题 1—5　极限运算法则

1. 计算下列极限：

(1) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{3n^3+n+1}{(n+2)^3}$；

(2) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n+3^{n+1}}{2^{n+1}-3^{n+1}}$；

(3) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1+2+\cdots+n}{n^2}$；

(4) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(1-\dfrac{1}{2^2}\right)\left(1-\dfrac{1}{3^2}\right)\cdots\left(1-\dfrac{1}{n^2}\right)$；

(5) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2n-3}{n^2+3}\cdot\sin n!$；

(6) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{x^n-1}{x^n+1}$　$(x>0)$.

2. 计算下列极限：

(1) $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{(x+h)^2-x^2}{h}$；

(2) $\lim\limits_{x\to 1}\left(\dfrac{1}{x-1}-\dfrac{2}{x^2-1}\right)$；

(3) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt[3]{x}-1}{\sqrt{x}-1}$；

(4) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(3x+1)^{10}(2x-5)^{20}}{(6x+1)^{30}}$；

(5) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\arctan x}{x}$；

(6) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{ax^3+5x^2+x}{bx^3+2x^2-1}$.



此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com