正切换系统的有限时间控制

刘磊坡　曹向阳　著

国防工业出版社
National Defense Industry Press

正切换系统的有限时间控制

刘磊坡　曹向阳　著

国防工业出版社

·北京·

内 容 简 介

本书是作者在多年研究的基础上，深入浅出地阐述了正切换系统有限时间控制的最新成果。针对正切换系统、正切换脉冲系统和分数阶正切换系统等，以有限时间控制为主要控制手段，采用多余正 Lyapunov 函数、平均驻留时间、模型依赖平均驻留时间和线性规划等方法，探讨了有限时间稳定性、保成本有限时间稳定性、输入-输出有限时间稳定性及相应的控制器设计问题。

本书可作为控制理论与控制工程专业硕士研究生、博士研究生教材，也可作为从事自动控制相关科技和工程人员的参考书。

图书在版编目（CIP）数据

正切换系统的有限时间控制/刘磊坡，曹向阳著. —北京：国防工业出版社，2018.12

ISBN 978-7-118-11802-5

Ⅰ. ①正… Ⅱ. ①刘… ②曹… Ⅲ. ①开关控制-有限时间稳定性-研究 Ⅳ. ①TP271

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2018）第 279158 号

※

国防工业出版社出版发行

（北京市海淀区紫竹院南路 23 号 邮政编码 100048）

北京虎彩文化传播有限公司印刷

新华书店经售

*

开本 880×1230 1/32 **印张** $4^5/_8$ **字数** 182 千字

2019 年 2 月第 1 版第 1 次印刷 **印数** 1—500 册 **定价** 79.00 元

（本书如有印装错误，我社负责调换）

国防书店：（010）88540777 发行邮购：（010）88540776

发行传真：（010）88540755 发行业务：（010）88540717

前　言

在社会系统和工程系统中，混杂动态系统得到了广泛应用，作为混杂动态系统中一类常见的分支就是切换系统，它由控制系统和子系统之间进行切换的切换信号构成。目前，切换系统理论已经得到了长足的发展，其在实际工程中发挥了巨大的应用价值，例如，人口普查、网络控制系统等。另外，在现实生活中，有很多系统的状态都是非负的，如生物种群、热力学温度等，当这些量作为切换系统的状态时，称这样的系统为正切换系统。

正切换系统是当前国内外研究的热点。目前的研究结果大都集中在正切换线性系统的稳定性分析和控制器设计上，研究成果大部分涉及的是渐近稳定性，其刻画的是一个系统的稳态性能，但无法反映系统的暂态性能。而在实际系统中，如果暂态性能很差，即使系统是渐近稳定的，也无法应用。因此，研究正切换系统在有限时间间隔内的动力学行为，即有限时间控制问题，显得尤为重要。目前，对于正切换系统的有限时间控制问题还没有系统、深入地研究。

本书是作者在总结和吸收现有相关研究成果的基础上，以不确定正切换系统模型为研究对象，在借鉴和发掘正切换系统和有限时间控制传统研究思路和方法的基础上，系统、完整地探索正切换系统的有限时间稳定与控制问题。针对正切换无时滞系统、正切换多时滞系统、正切换脉冲系统、分数阶正切换系统等，采用多余正 Lyapunov 函数、平均驻留时间、模型依赖平均驻留时间和线性规划等方法，研究其有限时间稳定性、保成本有限时间稳定性、输入–输出有限时间稳定性及相应的控制器设计问题。本书得到了国家自然科学基金项目（编号：U1404610）和河南省高校青年骨干教师培养计划（编号：2016GGJS-056）的资助，是作者近年来从事正切换系统及有限时间控制相关研究的最新成果。研究生曹向阳负责了本书的仿真部分。本书可对从事相关理论研究的人员提供一定的理论与应用参考。

由于作者水平有限，对于本书中存在的不妥之处，希望广大读者不吝指正。

刘磊坡

2018 年 9 月

目　录

第 1 章　绪论 ····· 1

1.1　研究背景与意义 ····· 1
1.2　正切换系统国内外研究现状 ····· 4
1.3　本书主要研究内容与安排 ····· 6

第 2 章　正切换时滞系统的保成本有限时间控制 ····· 9

2.1　基于 ADT 的时变时滞正切换系统的保成本有限时间控制 ····· 10
2.1.1　保成本有限时间稳定性分析 ····· 12
2.1.2　状态反馈 ····· 16
2.1.3　数值仿真 ····· 17
2.2　基于 MDADT 的时变时滞正切换系统的保成本有限时间控制 ····· 19
2.2.1　保成本有限时间稳定性分析 ····· 20
2.2.2　输出反馈 ····· 25
2.2.3　状态反馈 ····· 27
2.2.4　数值仿真 ····· 28
2.3　具有 D 摄动的非线性正切换系统的保成本有限时间控制 ····· 32
2.3.1　保成本有限时间有界分析 ····· 34
2.3.2　保成本有限时间控制器设计 ····· 39
2.3.3　数值仿真 ····· 41
2.4　本章小结 ····· 46

第 3 章　离散正脉冲切换系统的保成本有限时间控制 ····· 47

3.1　保成本有限时间有界分析 ····· 48

3.2 保成本有限时间控制器设计……52
3.3 数值仿真……54
3.4 本章小结……56
第 4 章 不确定的分数阶正脉冲切换系统的有限时间控制……57
4.1 保成本有限时间稳定性分析……60
4.2 状态反馈……65
4.3 数值仿真……68
4.4 本章小结……71
第 5 章 分数阶正切换系统的保成本有限时间控制……72
5.1 分数阶正切换系统的保成本有限时间控制……72
5.1.1 保成本有限时间稳定性分析……73
5.1.2 状态反馈……80
5.1.3 输出反馈……81
5.1.4 数值仿真……82
5.2 具有 D 摄动的非线性分数阶正切换系统的保成本有限时间控制……86
5.2.1 保成本有限时间稳定性分析……87
5.2.2 输出反馈……95
5.2.3 数值仿真……97
5.3 本章小结……99
第 6 章 正切换多时滞系统的输入–输出有限时间控制……100
6.1 非线性系统的输入–输出有限时间控制……100
6.1.1 干扰观测器设计……102
6.1.2 输入–输出有限时间稳定性分析与控制器设计……103
6.1.3 数值仿真……106
6.2 正切换多时滞系统输入–输出有限时间控制……110
6.2.1 输入–输出有限时间稳定性分析……113
6.2.2 状态反馈……116
6.2.3 数值仿真……118

6.3 不确定多时滞正脉冲切换系统输入–输出有限时间控制……120
6.3.1 输入–输出有限时间稳定性分析……124
6.3.2 状态反馈……129
6.3.3 数值仿真……131
6.4 本章小结……137
第 7 章 总结与展望……139
参考文献……141

第1章 绪 论

1.1 研究背景与意义

现实世界中，许多实际系统的状态变量取值都是非负的，例如物理学中的绝对温度、物质密度、生物学中的虫口数量、通信系统等[1]，这样的系统称为正系统。正系统的研究始于 1984 年，Hayakawa 等[2]研究了生物学中非负分格系统的结构能控性问题，这是一类特殊的正系统。随着对正系统研究的不断深入，正切换系统越来越多地受到人们的关注。它由有限个正子系统和一个切换规则构成，具有较强的实际背景。如图 1-1 所示，简单的网络通信系统和数据包通过通信网络从控制中心传输到通信终端，这将在忙时和闲时模型间按一定规则进行切换。由于数据包不能为负，因此这是一个典型的正切换系统[3]。此外在空中交通系统（飞机的编队飞行）、医疗系统（HIV 治疗）等领域中也具有广阔的应用前景[4,5]。

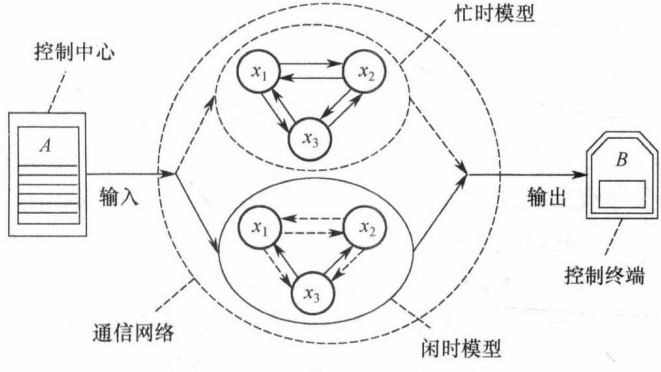


图 1-1 网络通信系统

近几十年来，关于正切换系统的研究结果不断出现，特别是针对系

统的稳定性问题。Mason 等在文献[6]中推测，通过分析得到系统参数的凸矩阵集合为 Hurwitz 稳定的，构建了余正 Lyapunov 函数，得到了正切换系统的渐进稳定性判据。进一步地，Gurvits 等[7]在一些特殊的切换系统中验证了文献[6]的结论。在任意切换信号下，文献[8-10]得到了连续线性正切换系统与离散正切换系统存在公共余正 Lypunov 函数，可使得系统渐进稳定。但这些结果是基于任意切换信号下的。然而，很多切换系统在任给的切换规则下并不能够确保系统的稳定性，但可以在一定的受控切换规则下保证系统的稳定性[11-13]。众所周知，基于平均驻留时间方法的切换信号是分析切换系统控制与综合常用且有效的方法，即在有限的时间间隔内，系统的切换次数是有限的，相邻两次切换的平均时间间隔不小于一个常数。因此，通过平均驻留时间方法来研究正切换系统的稳定性具有理论和实用的双重价值。Zhao 等[14]结合平均驻留时间方法与多余正 Lyapunov 函数方法，研究了正切换系统的渐渐稳定性。相比较于平均驻留时间方法，模型依赖平均驻留时间方法更加契合切换系统的本质，它使得每个子系统拥有自己的平均驻留时间，降低了所得结果的保守性。Zhang 等[15]利用模型依赖平均驻留时间方法讨论了正切换系统的稳定和镇定问题。

另外，在许多实际控制系统中，不确定性和时滞现象总是广泛存在，它们对系统的影响不容忽视。造成时滞产生的原因有很多，比如：测量系统变量的过程需要一定时间、信号的传输过程也需要一定时间、缓慢的化学反应过程等都会使系统产生时滞。需要指出的是，许多实际系统往往具有多个不同的时滞，比如多变量控制系统、生产制造系统、复杂网络及多个体系统、大规模电力系统等[16-19]。在对一些系统的建模和分析中，有时会因时滞对系统的影响不大而将时滞忽略。但是，小时滞有时会对系统产生非常大的影响。很多情况下，时滞将会使系统的性能变坏，甚至会导致系统的不稳定性。因此，在研究正切换系统的分析与综合时，系统的时滞以及不确定性不能被忽略。

20 世纪晚期，分数阶系统在材料学、生物学、控制等许多领域显示了巨大的应用前景[20-23]。在控制科学方面，在设计实际的控制系统时，对于一些复杂的实际系统，用分数阶微积分方程建模要比整数阶模型更简洁，且能够更准确地描述实际系统的动态响应，并在此基础上进行系统的动态和稳态性能分析。因此，分数阶系统作为更加一般化的系统模

型，其在控制领域中大放异彩。目前，已经有学者尝试对分数阶正切换系统进行研究，得到了一些关于系统稳定性分析以及控制综合的结果。但是对分数阶正切换系统的研究并没有完善的理论体系，原因在于分数阶微积分算子的特殊性，现有关于具有整数阶导数的正切换系统的研究理论在分数阶正切换系统已经不能应用，这使得对分数阶正切换系统的稳定性研究变得更加复杂。同时，对于实际系统中不可避免出现的非线性现象，现有结果对其讨论也很少见。分数阶正切换系统应用背景的广阔与其理论体系的匮缺所形成的矛盾，使得对于分数阶正切换系统的研究工作意义重大。

系统的稳定性是系统可以运行以及其在生产中能够应用的前提。人们通常基于渐近稳定性理论来设计控制方法。在绝大多数的控制设计方法得到的研究结果中，闭环系统最快的收敛速度为指数形式，这些控制分析和综合的方法都属于无穷时间稳定性和控制问题，是指系统状态在无穷远的时间处到达平衡点。渐近稳定在一定程度上能满足实际工程的需求，其刻画的是一个系统的稳态性能，但无法反映系统的暂态性能。而在实际系统中，人们更加关注有限时间内系统的动态变化。这就意味着，研究系统的有限时间控制问题更具有实际意义。

20 世纪 90 年代以来，随着有限时间齐次理论和有限时间 Lyapunov 稳定性理论的提出和完善，有限时间控制问题已经引起很多学者的关注。有限时间控制方法的最大优点是其收敛速度快，另外，当系统具有外部干扰以及不确定性影响时，若系统是有限时间收敛的，那么其具有更强的鲁棒性能。P. Doroto 等[24]首次在线性确定系统中定义了有限时间稳定性，指闭环系统状态在一个特定时间内不超过指定的界。也就是说，一旦一个时间区间固定了，则区间内的状态在反馈作用下不超过指定的界。它不注重系统的渐近特点，而是强调系统的暂态响应。目前，关于有限时间稳定，已经出现大量的研究结果[25-32]。对于正切换系统，其有限时间控制问题得到了广泛关注，一些有意义的结果被陆续报道，但是对于系统多时滞以及不确定性带来的影响，很少有文献涉及，而且现有结果大多是基于连续正切换系统进行分析的，对于离散正切换系统，现有报道也并不多见。最近，Zhang 等[33]将有限时间稳定的概念引入分数阶正切换系统，得到了分数阶正切换系统有限时间稳定的充分条件。然而，从现有文献来看，关于分数阶正切换系统有限时间控制问题的报道很少。

其原因在于：分数阶系统的控制理论研究目前还在发展阶段。另外，由于分数阶微积分算子的特殊性，当考虑分数阶切换系统有限控制、观测器设计等问题时，传统的整数阶正切换系统的分析方法和工具无法直接应用到分数阶正切换系统中，或直接应用会使问题复杂化。如何利用 Lyapunov 稳定性理论解决分数阶正切换系统有限时间稳定问题也是我们研究的主要内容之一。同时，整数阶系统与分数阶系统有限时间稳定性理论的现有成果，为我们提供了坚实的理论基础，本书拟将二者有机结合，以新的研究策略来研究正切换系统和分数阶正切换系统有限时间控制问题。

本书将分别针对时滞正切换系统以及不确定分数阶正切换系统，利用多余正 Lyapunov 函数、模型依赖平均驻留时间等方法，对系统的有限时间稳定性，保成本有限时间控制，以及输入-输出有限时间控制等问题进行研究。

1.2 正切换系统国内外研究现状

对于正切换系统，一些重要的结论相继出现。2004 年，Mason 等[34]给出了基于共同二次 Lyapunov 函数法的正切换线性系统稳定性判据的一些初步结果。2007 年，Gurvits 等[35]研究了正切换线性系统的稳定性，并指出：一个正切换线性系统的稳定性通常并不等价于它的系统矩阵凸包的 Hurwitz 稳定性。Mason 等[36]考虑了正切换线性系统的共同线性 copositive Lyapunov 函数的存在问题，并给出了低维系统该函数存在的充分必要条件。2010 年，Fornasini 等[37]将文献[35,36]的结论做了进一步推广，得到了更泛化的结论。2012 年，Blanchini 等[38]研究了基于切换律的正切换系统指数镇定性设计，指出指数镇定保证了一个凹的、正齐次 Copositive Lyapunov 函数的存在，但并不一定光滑，并推广到时滞情形。对于离散情形，2009 年，Mason 等[39]研究了离散正切换线性系统的 D 稳定性。2010 年，Bokharaie 等[40]研究了离散正切换非线性系统的 D 稳定性，并给出了稳定性判定准则。2012 年，Fornasini 等[41]研究了离散正切换线性系统的稳定性和基于切换律的镇定性设计，并提出如果找到一

个共同线性 Copositive Lyapunov 函数，则一个共同二次正定函数也能被发现。这些结论的提出引发了控制领域学者对正切换系统研究的热潮，一些基于任意时间切换和驻留时间切换的正切换系统的理论成果相继出现[42-45]，但是，这些结果主要集中在正切换系统的稳定性分析上，很少考虑正切换系统的控制器设计。因此，Benzaouia 等[46]研究了离散正切换线性系统的输出反馈控制问题，基于线性矩阵不等式方法，给出了控制器存在的充分必要条件。

在国内，2009 年，刘兴文针对离散正切换线性系统首次提出切换线性 Copositive Lyapunov 函数概念，并借助该概念建立了对应的稳定性准则，从而大大降低了系统稳定性分析的保守性[47]。2010 年，薛小平等[48]采用偏序半群和李代数分析了离散正切换线性系统的渐近稳定性。2012 年，赵旭东等[49]采用多线性 Copositive Lyapunov 函数和平均驻留时间切换方法分析了正切换线性系统的稳定性。通雁辉、张立宪等[50]研究了正切换线性系统具有 D 稳定性约束的加权 H_∞ 控制问题。2013 年，张俊锋等[51]采用模型依赖平均驻留时间方法分别设计了正切换线性系统的状态反馈和输出反馈控制器。在连续正切换系统及离散正切换系统的稳定性和镇定性等方面做出的贡献还有一些，如文献[52-61]。

随着正切换系统研究的深入，一些涉及时滞的结果已经出现。例如，2011 年，刘兴文等[62]研究了正切换无界多时滞系统的稳定性。2013 年，赵旭东等[63]采用平均驻留时间方法研究了具有常时滞正切换系统的稳定性。Xiang 等[64]研究了具有时变时滞正切换线性系统的鲁棒故障检测问题。对于系统状态不可测情形，Xiang 等[65]采用平均驻留时间方法研究了具有时变时滞正切换系统的正观测器设计。2014 年，Liu 等[66]研究了正切换变时滞系统具有 L_1 性能的输出跟踪控制器设计。

近两年来，一些关于分数阶正切换系统的研究结果陆续出现，Babiarz 等[67]给出了分数阶正切换系统可控性的条件。Zhao 等[68]利用 Copositive Lyapunov 函数和平均驻留时间切换方法研究了分数阶正切换系统的状态依赖切换控制。

从上面的描述不难发现，正切换系统和分数阶正切换系统的理论结果并不丰富。结论基本都集中在系统的稳定性分析和控制器设计上，对于工程实际中常出现的不确定以及多时滞影响的研究尚不多见，并且对

于更加复杂的离散正切换系统，对其研究成果也是寥寥可数。目前的研究方法主要是 Copositive Lyapunov 函数法和二次 Lyapunov 函数法，其中 Copositive Lyapunov 函数法是当前被用来解决正切换系统问题非常有效的方法之一，原因在于它充分运用了正切换系统状态为非负这一特点。

最近，正切换系统的有限时间控制问题也引起了一些学者的重视。Chen 等[69]首次给出了正切换线性系统的有限时间稳定结果，采用 Copositive Lyapunov 函数方法，给出了正切换线性系统有限时间稳定的充分条件，但没有涉及时滞和控制器设计。2013 年，Xiang 等[70]研究了具有时变时滞正切换线性系统的有限时间 L_1 控制问题，定义了正切换系统的有限时间有界稳定和具有 L_1 性能的有限时间有界稳定，并给出了有限时间 L_1 控制器存在的充分条件，但是考虑的是单时滞。Huang 等[71]研究了离散脉冲切换系统的输入–输出有限时间稳定性，Zhang 等[72]研究了离散正切换系统的鲁棒有限时间稳定及镇定问题，Liu 等[73]研究了时滞离散正脉冲切换系统的有限时间综合问题。对于正切换系统、正切换时滞系统，关于其输入–输出有限时间稳定性的研究结果还很少见。对于分数阶正切换系统，2016 年，Zhang 等[33]利用线性余正 Lyapunov 函数和平均驻留时间方法，研究了分数阶正切换系统的有限时间稳定和有限时间镇定问题。定义了分数阶正切换系统的有限时间稳定，给出了有限时间控制器存在的充分条件。但是，并未考虑不确定性、脉冲等对系统的影响。

正切换系统作为控制学界研究热点之一，其有限控制相关结论并不丰富，由于许多实际系统往往具有多个时滞，对更接近工程实际背景的不确定正切换多时滞系统、离散正切换系统、分数阶正切换系统的有限时间稳定性分析和有限时间控制器设计等仍有许多深层次的问题有待解决。

1.3 本书主要研究内容与安排

本书针对正切换系统的有限时间控制问题进行研究，内容包括：时滞正切换连续系统的保成本有限时间控制；离散正脉冲切换系统的保成本有限时间控制；不确定分数阶正脉冲系统的有限时间控制；分数阶系

统的保成本有限时间控制；多时滞正切换系统的输入–输出有限时间控制。本书章节安排如下。

第 1 章是绪论，阐述了正切换系统的研究背景与研究意义，正切换系统国内外的研究现状以及主要的研究方法，并对书中常用的符号和定义做出说明，最后对本书的主要研究内容进行了概述。

第 2 章针对具有时变时滞的正切换系统，首先提出正切换系统的成本函数的概念，进而根据有限时间稳定定义，给出系统的保成本有限时间稳定性的定义。结合多余正 Lyapunov-Krasovskii 泛函方法，分别利用平均驻留时间方法和模型依赖平均驻留时间方法，得到了系统时滞相关的保成本有限时间稳定条件。然后分别设计了基于状态反馈和静态输出反馈的保成本有限时间控制器，使得闭环系统有限时间有界且具有最小性能指标上界。最后针对具有 D 摄动的非线性正切换系统，设计一个输出反馈控制器，得到了使得相应的闭环系统是保成本有限时间有界的充分条件。

第 3 章主要研究离散正脉冲切换系统的保成本有限时间控制问题。首先，保成本有限时间有界的定义被引入到离散正脉冲切换系统，通过使用多余正 Lyapunov-Krasovskii 函数和平均驻留时间方法，设计一个状态反馈控制器并且得到了使得相应的闭环系统是保成本有限时间有界的充分条件。

第 4 章针对不确定的分数阶正脉冲切换系统的有限时间控制问题进行了研究。首先，给出了不确定分数阶正脉冲切换系统保持正性的数学证明；然后，针对系统分别具有区间不确定性和多胞体不确定性时，对其保成本有限时间稳定性进行了分析；最后，利用模型依赖平均驻留时间方法，设计了一个基于状态反馈的有限时间控制器，得到了脉冲影响下不确定闭环系统的有限时间有限时间稳定条件。

第 5 章对分数阶正切换系统的保成本有限时间控制问题进行谈论。首先，将保成本控制的方法拓展至分数阶正切换系统，给出了分数阶正切换系统的成本函数的定义，进而给出了系统保成本有限时间稳定的定义。然后，分别基于状态反馈和静态输出反馈设计了两个有限时间控制器，得到了闭环系统的保成本有限时间稳定条件。以此为基础，讨论了具有 D 摄动的非线性分数阶正切换系统的保成本有限时间稳定问题。

第 6 章研究了正切换系统的输入–输出有限时间控制问题。首先，

对基于干扰观测器的一类非线性系统的输入–输出有限时间控制问题进行研究。然后，将输入–输出有限时间稳定性的定义推广至具有时变时滞和分布时滞的正切换系统。结合多时滞之间的交互信息，构建 Lyapunov 函数，结合模型依赖平均驻留时间方法，得到了系统的输入–输出有限时间稳定条件。设计了状态反馈控制器，确保相应闭环系统是输入–输出有限时间稳定的。进一步，研究了具有区间不确定性的多时滞正脉冲切换系统的输入–输出有限时间控制问题，最后给出了例子验证定理的有效性。

第 7 章对本书的工作内容进行了概括总结，并对未来正切换系统的研究发展进行了展望。

第 2 章　正切换时滞系统的保成本有限时间控制

目前，正切换系统的研究逐渐成为热点。现有文献关于正切换系统的大部分研究是系统的渐近稳定性。而在工业系统中，往往要求系统性能在有限时间内达到某种水平，那么就需要在系统中设计有限时间控制器。并且，系统中的时滞也是不可避免的，这使得系统的稳定性分析以及控制器设计等问题变得更为复杂，同时它们也往往导致系统出现的不稳定和性能变差等现象。因此对于正切换时滞系统有限时间控制的研究就显得非常重要。

另外，在实际系统中，控制系统不仅需要保持鲁棒性，而且还需要具备一定的性能标准，保成本控制作为一类重要的控制方法被研究者广泛关注。它是指构建一个控制器，使得相应闭环系统的成本值不超过一个确定的数，而成本函数常指的是对于非正系统所定义的二次型成本函数。对于正切换时滞系统，很少有文章涉及其保成本控制问题。由于正切换系统的特性，其成本函数的定义必须充分考虑系统状态为正的特殊性。

此外，由于系统常常出现硬件安装误差、模型构建的误差等，这种导致系统不稳定的因素称为 D 摄动。因此，对于正切换系统来说，在分析和执行保成本有限时间控制器计划中，D 摄动的影响也必须考虑进去。

基于以上讨论，本章分为 3 部分：首先，针对正切换时滞系统，基于平均驻留时间（ADT）方法，探究系统的有限时间稳定性，进而在系统存在外界干扰时，研究系统的有限时间有界问题，在此基础上设计保成本有限时间控制器，研究其保成本有限时间控制问题；其次，通过构建多 Lyapunov 泛函和使用模型依赖平均驻留时间（MDADT）方法，得到了系统切换信号，并且设计出有限时间保成本控制器，使得闭环系统状态在有限时间内稳定且得到了系统的成本上界；最后，综合考虑系统的非线性和 D 摄动影响，研究了系统的保成本有限时间控制问题。

2.1 基于 ADT 的时变时滞正切换系统的保成本有限时间控制

本节研究具有时变时滞的正切换系统的保成本有限时间控制问题。考虑以下时变时滞正切换系统：

$$\begin{cases}\dot{x}(t)=A_{\sigma(t)}x(t)+A_{d\sigma(t)}x(t-d(t))+G_{\sigma(t)}u(t)+B_{\sigma(t)}w(t)\\ x(\theta)=\varphi(\theta),\quad \theta\in[-\tau,0]\\ y(t)=C_{\sigma(t)}x(t)\end{cases}\tag{2.1}$$

式中：$x(t)\in\mathbf{R}^n$，$u(t)\in\mathbf{R}^m$ 和 $y(t)\in\mathbf{R}^z$ 分别代表系统状态，控制输入和控制输出；$w(t)\in\mathbf{R}^l$ 是系统扰动输入，满足

$$\int_0^{T_f}\|w(t)\|\mathrm{d}t<d,\ \exists d>0\tag{2.2}$$

$\sigma(t):[0,\infty)\to\underline{S}=\{1,2,\cdots,S\}$ 代表切换信号，其中 S 代表子系统的数量；$\forall p\in\underline{S}$，$\boldsymbol{A}_p$，$\boldsymbol{A}_{dp}$，$\boldsymbol{B}_p$，$\boldsymbol{C}_p$ 和 $\boldsymbol{G}_p$ 分别为具有合适维数的常数矩阵，p 代表第 p 个子系统，t_q 是第 q 个切换时刻；$\varphi(\theta)$ 为定义在区间 $\theta\in[-\tau,0]$ 上的初始条件，$\tau>0$。$d(t)$ 为时变时滞，满足 $0\leqslant d(t)\leqslant\tau$，$\dot{d}(t)\leqslant h<1$，其中 τ 和 h 是已知为正的常数。

关于如下正切换系统，为了更深入的研究，将给出一些定义和引理。

$$\begin{cases}\dot{x}(t)=A_{\sigma(t)}x(t)+A_{d\sigma(t)}x(t-d(t))+B_{\sigma(t)}w(t)\\ x(\theta)=\varphi(\theta),\quad \theta\in[-\tau,0]\\ y(t)=C_{\sigma(t)}x(t)\end{cases}\tag{2.3}$$

定义 2.1[63] 对于任意的初始条件 $\varphi(\theta)\succeq 0$（$\theta\in[-\tau,0]$）扰动输入 $w(t)\succeq 0$ 以及任意的切换信号 $\sigma(t)$，如果对任意的 $t\succeq 0$，系统轨迹满足 $x(t)\succeq 0$，那么相应的系统称为一个正系统。

定义 2.2[63] 如果矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的所有非对角线元素是非负的，那么矩阵 A 称作为 Metzler 矩阵。

引理 2.1[15] 对于矩阵 $\boldsymbol{A}$，当且仅当存在一个正常数 η，满足 $\boldsymbol{A}+\eta I_n\succeq 0$，那么矩阵 $\boldsymbol{A}$ 是一个 Metzler 矩阵。