

南 ◇ 海 ◇ 区 ◇ 教 ◇ 育 ◇ 综 ◇ 合 ◇ 改 ◇ 革 ◇ 丛 ◇ 书

XUEKE
JIAOXUE
ZHINAN
GAOZHONG SHUXUE

学科教学指南

高中数学

佛山市南海区教育发展研究中心 编



广东高等教育出版社
Guangdong Higher Education Press

南 ◇ 海 ◇ 区 ◇ 教 ◇ 育 ◇ 综 ◇ 合 ◇ 改 ◇ 革 ◇ 丛 ◇ 书

XUEKE
JIAOXUE
ZHINAN
GAOZHONG SHUXUE

学科教学指南

高中数学

佛山市南海区教育发展研究中心 编

主 编：郑喜中



广东高等教育出版社
Guangdong Higher Education Press

广州

图书在版编目 (CIP) 数据

学科教学指南. 高中数学/佛山市南海区教育发展研究中心编. —广州: 广东高等教育出版社, 2017. 1

ISBN 978 - 7 - 5361 - 5713 - 2

I. ①学… II. ①佛… III. ①中学数学课 - 教学研究 - 高中 IV. ①G633

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2016) 第 218157 号

出版发行	广东高等教育出版社 地址: 广州市天河区林和西横路 邮编: 510500 营销电话: (020) 87553335 http://www.gdgjs.com.cn
印 刷	佛山市迎高彩印有限公司
开 本	787 毫米×1092 毫米 1/16
印 张	11.75
字 数	271 千
版 次	2017 年 1 月第 1 版
印 次	2017 年 1 月第 1 次印刷
定 价	30.00 元

让更多的孩子享有更好的教育

——《南海区教育综合改革丛书》总序

南海是一片改革的热土，经济如此，教育亦如此。

当前，南海区的总体工作思路是“全面转型、提升品质，建设富民强区幸福南海”。我们坚持以产、城、人融合促转型升级，提升区域综合竞争力。我们大力推进人民满意的政府建设，核心在于人，在于惠民生、暖民心的举措让人民满意，释放改革的红利让幸福变得可触可感。幸福建设的基础在于满足人民群众的多元化需求，而人对自身发展的需求无疑居于核心位置。为此，我们将人才作为五大品质之首，确立了“人才立区”战略，通过创新教育体制机制，努力推动人的全面发展，大力夯实幸福南海基础。

南海区委、区政府坚持解放思想、实事求是、开拓创新、奋发进取，以“敢为人先的有为精神”发展教育事业。南海教育一直是广东省教育改革的排头兵，作为首个“广东省教育综合改革示范区”创建试点单位，同时承担着国家教育体制改革试点项目“推进基础教育高水平均衡发展”任务，三年多以来，始终坚持“为学生的终身幸福奠基”的核心理念，以体制机制创新破解发展难题，促进基础教育从区域均衡、城乡均衡走向校际均衡、群际均衡，形成了多样化、个性化、特色化、智能化、国际化的教育发展新格局，提升了教育现代化水平和社会满意度。

从教育综合改革带来的教育观念更新发展来看，南海区树立了追求“校际均衡、群际均衡”的发展观，始终坚持“统筹兼顾、整体发展”的实践观以及全面形成“创更多路径、造更多优才”的人才观。南海区2009年已成为广东省首批推进教育现代化先进区，在达到区域均衡和城乡均衡的基础上，致力于推进校际均衡与群际均衡，实现基础教育内涵发展的高水平均衡。南海区以体制机制创新为突破口、以师资均衡和管理均衡为主要途径，以“规范、开放、多样、共生”的教育生态发展环境为支撑，构建多样化、个性化、特色化、智能化、国际化的教育发展新格局。“没有最好的学校，只有最适合的学校”，南海区不遗余力建设多样化、特色化学校，建立多元化的地方课程和校本课程体系，为学生提供可选择、适合的教育和个性化发展的平台，深入落实“为学生的终身幸福奠基”的核心理念。观念的更新发展极大地促进了教育面貌的改观，深刻影响到了未来教育的走向。

从教育综合改革实践来看，南海区出台的十大行动计划，展现出全面立体推进教学改革的绚丽画卷。南海区努力进行的六大机制创新，在政府高效协调的投入机制、多元开放的办学机制、多元立体的人才培养机制、教师队伍的活化机制、科学长效的教育评价机制和高水平均衡发展机制等多方面进行了有效的探索，实现了新的突破。南海区教育综合改革的推进策略清晰，两线并行协调推进。一是自上而下，优化导向；二是自下而上，夯实基础。以多样化、特色化发展普通高中为导向，引领初中、小学、幼儿园树立关注学生个性化、可持续发展的教育理念，深化初中和小学的内涵发展；以发展公益性、普惠性的学前教育为起点，构建基础教育一体化管理机制，促进小学、初中、高中有效衔接，构建充满活力的教育生态。

从教育综合改革的实际效益来看,南海区的各类教育协调发展,保持着持续高位运行的态势。南海区完善了全纳教育体系,提高了教育公平度;推进学前教育三年行动计划,提升了公益性和普惠性。南海区强化区域一体化的义务教育均衡发展机制,建立校际间互助合作、共同发展的教育教学均衡发展机制,义务教育高位优质均衡发展,全区学校校容校貌焕然一新,教育资源和育人环境进一步优化。大胆进行体制机制改革,疏通高中和中职发展瓶颈,破解高中发展难题,形成“多样化、可选择、质量优”的特色高中发展格局。深化职业教育的内涵发展,启动公办中职学校“122工程”,全面争创“国重”“省重”,逐渐构建了“四轮驱动”“五行相生”的现代职教体系,形成了“七星拱业、联动发展”的职教新格局,南海区还以教育信息化、国际化为双引擎,大力提升区域教育现代化水平。教育信息化水平全国领先,大力推进广东省首批“以教育信息化促进教育均衡发展实验区”建设,打造基于云计算的智能教育服务体系,建设南海教育朝阳视频网,在全国率先形成中小学的智能课堂(电子书包)应用研究链。大力推进全国首个区域教育国际化实验区建设,完整构建了从幼儿园到大学的教育国际化链条,提升了人才培养的国际竞争力。

有为教育,敢为人先!我们欣喜地看到,近年来南海区不断推出教育改革创新举措,通过财政资金竞争分配,促进学校特色发展和职业教育专业升级,在广东省首推“绿色评价”制度推进评价机制改革,首推“普职融通”搭建人才成长立交桥,招生制度改革、名师工程内涵发展、教科研制度创新、人才培养模式创新……每一次都引发了社会各界的强烈关注,教育综合改革的内涵不断丰富,为学子的终身幸福奠定了坚实的基础,区域教育生态始终充满了活力!南海区教育综合改革的经验做法也受到了国家到地方的各级教育行政部门的高度肯定,《人民日报》、新华社、《中国教育报》、《人民教育》杂志等权威媒体也高度关注,改革经验通过多个层面被宣传推广。

中国共产党第十八次全国代表大会和十八届三中全会胜利召开,明确提出要深化教育领域综合改革,改革内容涉及人才培养、教育公平、招生考试、评价机制、教育督导等方面。结合到南海区的实际,就是要更加努力践行“为学生的终身幸福奠基”的核心教育理念,深化教育改革,进一步整合资源,优化结构,促进教育规模、质量、水平和效益协调发展,全面提升区域教育品质,形成更加“全面、均衡、优质、开放”的教育高位发展新格局,努力为人民群众提供更为多样、更加公平、更高质量的教育。

《南海区教育综合改革丛书》的编辑出版,既有理论的梳理也有实践的指导,为南海区教育综合改革的不断创新探索提供了有力的理论支撑,也为广大教师的教育教学实践和南海学子的幸福成长提供了许多有益的指导参考。

我们相信,改革焕发活力。新一轮改革,必将促进南海区经济社会再上新台阶,南海区教育也必将创造新的辉煌!

吴赐成

2016年1月30日

目 录

第一部分 如何做教学设计	(1)
第一章 函数	(3)
第1课 集合间的基本关系	(3)
第2课 集合的基本运算	(4)
第3课 函数的概念	(7)
第4课 函数的单调性	(10)
第5课 函数的最大(小)值	(12)
第6课 函数的奇偶性	(14)
第7课 指数函数	(16)
第8课 对数函数	(19)
第9课 变化率与导数	(22)
第10课 高考函数试题研究	(25)
第二章 三角函数	(30)
第1课 任意角的三角函数	(30)
第2课 正弦函数、余弦函数的图象	(32)
第3课 正弦函数、余弦函数的性质	(34)
第4课 正切函数的性质与图象	(36)
第5课 函数 $y = A\sin(\omega x + \varphi)$ 的图象	(38)
第6课 两角差的余弦公式	(42)
第7课 正弦函数、余弦函数的性质(周期性)	(44)
第8课 高考三角函数试题研究	(48)
第三章 数列	(51)
第1课 等差数列	(51)
第2课 等差数列的前 n 项和公式	(53)
第3课 等比数列	(54)
第4课 等比数列的前 n 项和公式	(56)
第5课 数学归纳法	(58)
第6课 高考数列试题研究	(60)

第四章 立体几何	(64)
第1课 空间几何体的三视图	(64)
第2课 平面	(66)
第3课 空间中直线与直线的位置关系	(68)
第4课 空间中直线与平面的关系	(70)
第5课 平面与平面之间的位置关系	(73)
第6课 平面与平面、直线与平面平行的性质	(75)
第7课 直线与平面平行的判定	(77)
第8课 平面与平面平行的判定	(78)
第9课 直线与平面垂直的判定	(80)
第10课 平面与平面垂直的判定	(81)
第11课 直线与平面垂直的性质	(83)
第12课 平面与平面垂直的性质	(84)
第13课 高考立体几何试题研究	(85)
第五章 解析几何	(91)
第1课 直线的点斜式方程	(91)
第2课 圆的方程	(92)
第3课 直线和圆的位置关系	(93)
第4课 圆和圆的位置关系	(95)
第5课 椭圆及其标准方程	(97)
第6课 椭圆的简单几何性质	(100)
第7课 双曲线及其标准方程	(102)
第8课 双曲线的简单的几何性质	(104)
第9课 抛物线及其标准方程	(106)
第10课 抛物线的简单几何性质	(108)
第11课 高考解析几何试题研究	(110)
第六章 概率与统计	(114)
第1课 用样本的频率分布估计总体分布	(114)
第2课 用样本的数字特征估计总体的数字特征	(116)
第3课 古典概型	(118)
第4课 几何概型	(119)
第5课 高考概率与统计试题研究	(121)
第二部分 如何做研究	(126)
第七章 课程研究	(127)
第1课 关于初高中数学衔接的研究	(127)
第2课 以“函数与方程”为内容的五种版本教材编写的比较研究	(132)

第八章 数学教学方法的研究	(138)
第1课 说题的方法	(138)
第2课 高中学生学习立体几何障碍的研究	(149)
第九章 评价的研究	(152)
第1课 大规模考试命题的方法	(152)
第2课 数学教师的课堂教学评价的方法	(166)
附录 “高中学生数学能力培养方法” 课题结题报告	(172)

对高中数学教师的指导可从提高教师的授课能力、评课能力、命题能力、研究能力等方面入手,帮助教师全面地提升能力。要提高授课的能力,教师需要关注并做好教学设计,会说课,从说题中学会全面分析每一问题,为教会学生打下基础。从观课、评课中使教师知道什么是好课,好课有什么特征,如何在观课的过程中学习其他教师比较好的经验和做法,从而也可以提升自身的教学实践能力。在研究命题中提升教师评价学生的能力,做到科学合理地对学生的能力进行测评,从而为改进教师的教和学生的学提供依据。在研究能力方面,提升教师解决自身在教学实践中遇到的问题,从而不断地提高教学水平。下面从如何做教学设计和如何做研究两部分进行说明。

第一部分 如何做教学设计

上好课是教师的主要任务,那么如何上好课呢?首先应该给“好课”做出界定,“好课”的特征是:

- (1) 教学效果良好,使学生学会知识与技能,达到目标设定的要求;
- (2) 目标设定准确,能对知识目标和能力目标进行设定;
- (3) 教学方法合理,符合学生的实际,能根据学生的实际学情和课标要求开展教学;
- (4) 教学内容的设计有利于学生掌握知识间的联系,促进学生的学习迁移;
- (5) 教师有教学智慧,在课堂中有应变能力;
- (6) 教师的教学艺术性强,课堂生动有趣。

影响数学教师上课效果的因素是什么?首先是备课的效果。数学教师备课要充分,科学地解读教材,在科学解读教材的基础上做好教学设计,对教材进行二次开发,使学生容易学会。其次是教学智慧。数学教师要提高教学智慧、提高课堂中的应变能力就要经常研究数学问题,研究其解决方法,从中选出适合学生的方法,这样就可以提升自己的应变能力。最后是调动学生的积极性。鼓励学生参与教学活动,数学教师要思考所教的内容中什么知识点是学生能做的,什么内容在教师的启发下是可以做的,什么知识点是学生不会做的,只能由教师直接传授给他们。这就是学情分析,教师能准确地分析学情,可以让学生做的尽可能让学生做,不能包办代替,这样就可以提高学生的学习能力。

因此在做教学设计时就要思考教学方法的问题。对于教学方法一般有讲授法、讲练法、练习法、讨论法、自学阅读法。在课堂教学中有时一节课是用一种方法,有时是多种方法的综合,主要是根据学生的实际水平,学生是教学的出发点,也是教学的归宿,根据学生的水平来确定教学方法。有时对学生的水平了解不清楚,可先提出问题或练习,让学生表现出其水平。如果整节课都是使用讲授法,这说明教师在教学中预设学生什么都不懂,但这显然不可能。

在本书中选取教材部分章节做局部的设计,主要是研究教学目标、教学方法、学情分析和教学内容的安排。在做教学设计时,第一要注意目标的设定,特别是能力目标,它不是显性的,需要经过思考推敲研究。第二要分析学情,分析知识和方法,哪些是学生学过的,哪些是学生没有学过的,对于学过的知识和方法,学生掌握的情况如何。第三要研究教学内容的安排,如何安排才使学生易学会、易迁移。要明确每一课的研究对象是什么,研究方法又

是什么,如何教研究方法,教学过程的设计要研究学习内容与以前的学习是否有联系,它的学习类型是上位学习、下位学习还是并列结合学习等.其中下位学习是指当学生原有的观念在概括和抽象的水平上高于新学习的观念时,新学习的观念归属于旧知识而得到理解,新旧知识所构成的从属关系就是下位学习.例如作为原有概念的“函数”,那么新概念“指数函数”“对数函数”“三角函数”的学习就是下位学习.下位学习分为派生类属学习和相关类属学习.派生类属学习是新的学习材料作为原先获得的命题的特例.相关类属学习是当新的学习材料类属于具有较高概括性的观念中,原有的观念得到扩展、精确化、限制或修饰,新材料获得意义.

上位学习是在学生掌握一个比认知结构中原有概念的概括和包容程度更高的概念或命题时产生的.学生在学习了函数的概念之后学习映射的概念,那么映射的概念的学习就是上位学习.

并列结合学习是指如果学习者认知结构中既无上位的也无下位的适当观念可以用来同化新命题,但他的认知结构中有某些观念可以用来理解和扮演新命题,这样的学习称为并列结合学习.

下面以各章节内容做出局部的设计.

第一章 函数

函数是中学数学的重要内容,涉及的方法多,概念抽象.在教学中将抽象概念具体化、直观化,通过借助函数图象,使学生更直观、更具体地理解函数问题.在本章中尽可能让学生主动地画函数图象,画函数图象的方法在初中已经学习过,具体的操作可让学生做,教师要让学生有足够的时间画图,学生要能画各种函数图象,包括一些含参数的图象,从图象中获取有用的数学信息,这也为学生形成数形结合的思想打下基础,形成数形结合的良好习惯,而不是直接进入题海进行训练.

在概念的获得过程中,多举例子,让学生发现概念的共同属性,从而理解概念,也使学生能运用概念解决问题.

第1课 集合间的基本关系

一、教学目标

知识目标:能写出集合 A 是集合 B 的子集的概念,能写出给定集合的所有子集,能使用韦恩(Venn)图表达集合间的关系.

能力目标:能概括出集合 A 是集合 B 的子集的概念,培养学生的概括抽象能力.

二、学情分析

学生已掌握了元素与集合的关系,可利用这一知识研究一个集合中的元素与另一个集合关系,从而得出两个集合的关系.

三、教学方法

讲练法.

四、教学过程

研究对象 两个集合间的关系

给出5组集合,研究各组集合之间的关系的共同点和不同点,从而观察两个集合的关系.

- (1) $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{1, 2, 3, 4\}$;
- (2) $A = \{2, 4, 6, 8\}$, $B = \{2, 4, 6, 8\}$;
- (3) $A = \{0, 1, 2, 3\}$, $B = \{-1, 1, 2, 4\}$;
- (4) $A = \{1, 3, 5\}$, $B = \{x \in \mathbf{Z} \mid x = 2k + 1, k \in \mathbf{Z}\}$;
- (5) $A = \{x \mid x < 1\}$, $B = \{x \mid x \leq 1\}$.

研究方法 转化

将集合 A 与集合 B 的关系转化成集合 A 中的任何元素与集合 B 的关系. 由于元素与集合的关系是已学内容, 这样就可以让学生自己动手做, 不用教师讲, 充分发挥学生的学习主动性, 同时也让学生感受知识之间的关联关系.

这一课学习集合 A 与集合 B 的关系的概念, 属于概念课, 概念课的主要特征就是教学生形成概念, 其中要培养的能力就是抽象概括能力, 从大量的例子中概括抽象出事物的本质特征.

教师在课堂的作用是提供练习, 指导学生提炼规律, 写出概念.

(1)(2)(4)(5) 有共同点是集合 A 中的任意一个元素都是集合 B 中的元素. 像这样, 集合 A 中的任意一个元素都是集合 B 中的元素, 我们称集合 A 是集合 B 的子集.

记作: $A \subseteq B$. 用韦恩图表示 $A \subseteq B$, 如图 1-1 所示.

再观察 (1)(2)(4)(5) 的不同点: (2) 与 (1)(4)(5) 不同, (1)(4)(5) 的集合 B 中至少有一个元素不属于集合 A , 此时集合 A 是集合 B 的真子集.

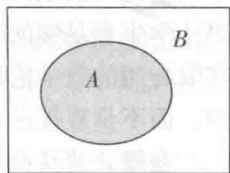


图 1-1

思考: (1) 集合 A 是集合 B 的子集与真子集有什么区别?

(2) $A = B$ 是 $A \subseteq B$ 且 $B \subseteq A$, 其中的“且”字表示什么意思?

注意: 空集是任何集合的子集是规定的, 在教学中注意数学有的概念是规定的.

习题

1. 研究两集合的关系:

(1) 写出集合 A 与集合 B 的关系;

(2) 对于集合 A, B, C , 如果有 $A \subseteq B, B \subseteq C$, 那么求集合 A 与集合 C 的关系.

2. 写出集合 $\{a, b\}$ 的所有子集, 并指出哪些是它的真子集.

3. 判断下列两个集合的关系: $A = \{x \mid x = 3k, k \in \mathbf{N}\}, B = \{x \mid x = 6z, z \in \mathbf{N}\}$.

小结

对于判断两个或多个集合的关系, 如果遇到无限集, 首先将集合用列举法表示, 然后观察规律, 再找出集合间的关系.

第 2 课 集合的基本运算

一、教学目标

知识目标: ①学生能表述两个集合的并集与交集的含义, 说出在给定集合中一个子集的补集的含义; ②会求两个简单集合的并集与交集, 会求给定子集的补集; ③能使用韦恩图表示集合的运算.

能力目标: 使学生能概括抽象出两个集合的并集、交集和补集的含义, 培养学生的抽象概括能力.

二、学情分析

两个集合的运算的定义对学生来说是全新的内容, 但学生在初中学习了解方程组和不等

式组，这是求解集的公共部分，学习两个集合的交集与解方程组和不等式组的关系是上位学习的关系，通过学习解方程组和不等式组概括出交集的定义。学习两个集合的并集与学习两个集合的交集是下位学习关系，是下位学习的相关类属学习。

三、教学方法

讲练法。

四、教学过程

研究对象1 两个集合的交集的含义

研究方法1 观察、抽象概括出本质特征。转化成研究集合中的元素与元素的关系

学生观察下列各个集合，并说出集合 C 与集合 A, B 之间的关系。

$$(1) A = \{2, 4, 6, 8, 10\}, B = \{3, 5, 8, 12\}, C = \{8\}.$$

(2) $A = \{x | x \text{ 是新华中学 2014 年 9 月在校的女同学}\}$, $B = \{x | x \text{ 是新华中学 2014 年 9 月在校的高一级同学}\}$, $C = \{x | x \text{ 是新华中学 2014 年 9 月在校的高一级女同学}\}$.

$$(3) A = \{x | x < 1\}, B = \{x | x < 2\}, C = \{x | x < 1, x < 2\}.$$

(4) $A = \{(x, y) | x + y = 1\}$, $B = \{(x, y) | x - y = -3\}$, $C = \{(x, y) | x + y = 1, x - y = -3\}$.

经过学生的练习，有以下结论：

$C = \{x | A \text{ 的元素与 } B \text{ 的元素的公共部分的元素}\}$ 或 $C = \{x | A \text{ 的元素交 } B \text{ 的元素}\}$.

$$(5) A = \{x | x - 1 \neq 0\}, B = \{x | x - 2 \neq 0\}, C = \{x | (x - 1)(x - 2) \neq 0\}.$$

因为 $A = \{x | x - 1 \neq 0\} = \{x | x \neq 1\}$, $B = \{x | x - 2 \neq 0\} = \{x | x \neq 2\}$ 又由 $(x - 1)(x - 2) \neq 0$ 解得 $x \neq 1$ 且 $x \neq 2$, 即 $C = \{x | (x - 1)(x - 2) \neq 0\} = \{x | x \neq 1 \text{ 且 } x \neq 2\}$, 所以 $C = \{x | x \in A \text{ 且 } x \in B\}$.

归纳总结

由属于集合 A 且属于集合 B 的所有元素组成的集合，称为集合 A 与 B 的交集。

记作： $A \cap B = \{x | x \in A \text{ 且 } x \in B\}$ 。用韦恩图表示，如图 1-2 所示。

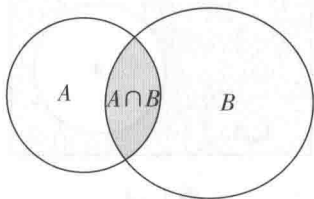


图 1-2

研究对象2 两个集合的并集的含义

研究方法2 观察、抽象概括出并集的本质特征

学生观察下列各个集合，并说出集合 C 与集合 A, B 之间的关系。

$$(1) A = \{1, 3, 5\}, B = \{2, 4, 6\}, C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}.$$

$$(2) A = \{x | x \text{ 是有理数}\}, B = \{x | x \text{ 是无理数}\}, C = \{x | x \text{ 是实数}\}.$$

经过学生的练习,有以下结论: $C = \{x|A \text{ 的元素, } B \text{ 的元素}\}$ 或 $C = \{x|A \text{ 的元素并 } B \text{ 的元素}\}$.

(3) $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{2, 3, 5, 6\}$, $C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

(4) 方程 $x-1=0$ 的解集 A , 方程 $x-2=0$ 的解集 B , 方程 $(x-1)(x-2)=0$ 的解集 C .

由 $(x-1)(x-2)=0$, 解得 $x=1$ 或 $x=2$, 所以 $C = \{x|x \in A \text{ 或 } x \in B\}$.

(5) 方程 $(x-1)(x-3)=0$ 的解集 A , 方程 $(x-2)(x-3)=0$ 的解集 B , 方程 $(x-1)(x-2)(x-3)^2=0$ 的解集 C .

可解得 $A = \{1, 3\}$, $B = \{2, 3\}$, $C = \{1, 2, 3\} = \{x|x \in A \text{ 或 } x \in B\}$.

归纳总结

由属于集合 A 或属于集合 B 的所有元素组成的集合称为集合 A 与 B 的并集.

记作 $A \cup B = \{x|x \in A \text{ 或 } x \in B\}$.

用韦恩图表示如图 1-3 所示.

注意:“或”与“且”是元素与集合的关系,“并”与“交”是集合与集合的关系.

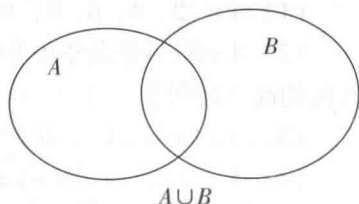


图 1-3

研究对象3 补集的定义

研究方法3 练习法

习题

1. 已知集合 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, $A = \{1, 2, 6\}$, 其中 $B = \{x|x \in U \text{ 且 } x \notin A\}$, 求 B .

2. 设 $U = \mathbf{R}$, $A = \{x|1 < x < 2\}$, 其中 $B = \{x|x \in U \text{ 且 } x \notin A\}$, 求 B .

归纳总结

如果 $B = \{x|x \in U \text{ 且 } x \notin A\}$, 那么我们称 B 是集合 A 相对于全集 U 的补集.

记作: $C_U A$. 用韦恩图表示如图 1-4 所示.

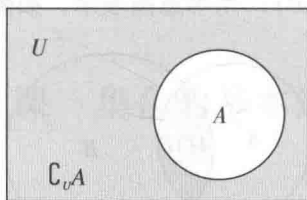


图 1-4

小结

在学习中让学生能说出概念间的区别,会记忆集合符合,会用韦恩图表示集合.

高考试题

1. 若集合 $A = \{0, 1, 2, 3\}$, $B = \{1, 2, 4\}$, 则集合 $A \cup B = (\quad)$.

- A. $\{0, 1, 2, 3, 4\}$ B. $\{1, 2, 3, 4\}$ C. $\{1, 2\}$ D. $\{0\}$

2. 设集合 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $M = \{1, 3, 5\}$, 则 $U \cup M =$ ().
 A. $\{2, 4, 6\}$ B. $\{1, 3, 5\}$ C. $\{1, 2, 4\}$ D. U
3. 已知集合 $M = \{2, 3, 4\}$, $N = \{0, 2, 3, 5\}$, 则 $M \cap N =$ ().
 A. $\{0, 2\}$ B. $\{2, 3\}$ C. $\{3, 4\}$ D. $\{3, 5\}$
4. 若集合 $A = \{x | -2 < x < 1\}$, $B = \{x | 0 < x < 2\}$ 则集合 $A \cap B =$ ().
 A. $\{x | -1 < x < 1\}$ B. $\{x | -2 < x < 1\}$
 C. $\{x | -2 < x < 2\}$ D. $\{x | 0 < x < 1\}$
5. 设集合 $S = \{x | x^2 + 2x = 0, x \in \mathbf{R}\}$, $T = \{x | x^2 - 2x = 0, x \in \mathbf{R}\}$, 则 $S \cap T =$ ().
 A. $\{0\}$ B. $\{0, 2\}$ C. $\{-2, 0\}$ D. $\{-2, 0, 2\}$
6. 设集合 $M = \{x | x^2 + 2x = 0, x \in \mathbf{R}\}$, $N = \{x | x^2 - 2x = 0, x \in \mathbf{R}\}$, 则 $M \cup N =$ ().
 A. $\{0\}$ B. $\{0, 2\}$ C. $\{-2, 0\}$ D. $\{-2, 0, 2\}$
7. 已知集合 $A = \{(x, y) | x, y \text{ 为实数, 且 } x^2 + y^2 = 1\}$, $B = \{(x, y) | x, y \text{ 为实数, 且 } x + y = 1\}$, 则 $A \cap B$ 的元素个数为 ().
 A. 4 B. 3 C. 2 D. 1

第3课 函数的概念

一、教学目标

知识目标: 使学生能说出构成函数的要素, 并会求一些简单函数的定义域和值域.

能力目标: 培养学生的概括抽象能力, 使学生能用对应说表述函数概念.

二、学情分析

函数概念在初中已经学过. 通过列举一些例子, 让学生判断是否是函数, 会引起认知冲突. 由于学生从对应的角度认识函数的学习比初中从变量的角度看函数的学习更加概括和抽象, 新的学习是旧的学习的上位学习. 同时还引进新的概念“定义域”和“值域”, 对学生提出了更高的学习要求.

三、教学方法

讲授法.

四、教学过程

(一) 复习

初中所学的函数的概念. 举出例子 $y = 3$, 让学生用初中的函数概念判断其是否是函数. 初中还学习了函数的表示形式: 解析式、图象、列表.

(二) 讲授新知

为了扩展对函数的研究, 数学历史上运用对应的观点对函数进行定义. 下面用集合与对应的语言来概括抽象出函数的概念.

研究对象 用集合与对应的语言来表示函数

研究方法 通过丰富实例，概括抽象出函数的概念的共同特征

表 1-1

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	1	2	3	4	5	6	7

例 1 判断表 1-1 是否表示一个函数.

从初中的函数概念中可知表 1-1 表示一个函数.

我们从另一角度看： x 的取值构成一个集合 $A = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$ ， y 的取值构成一个集合 $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 对应关系为 $y = x + 4$.

问题：从集合 A 中的任意一个元素，通过对应关系 $y = x + 4$ ，集合 B 中有多少个元素与之对应？

变式训练：判断表 1-2 是否是函数？对应关系是什么？

表 1-2

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	9	4	1	0	1	4	9

从初中函数的概念看，表 1-2 表示一个函数.

从对应的角度看： x 的取值构成一个集合 $A = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$ ， y 的取值构成一个集合 $B = \{0, 1, 4, 9\}$ 对应关系为 $y = x^2$. 从集合 A 中的任意一个元素，通过对应关系 $y = x^2$ ，集合 B 中有唯一的一个元素与之对应.

例 2 从图 1-5 的反比例函数的图象中，能否找到一个从集合 A 到集合 B 的对应？

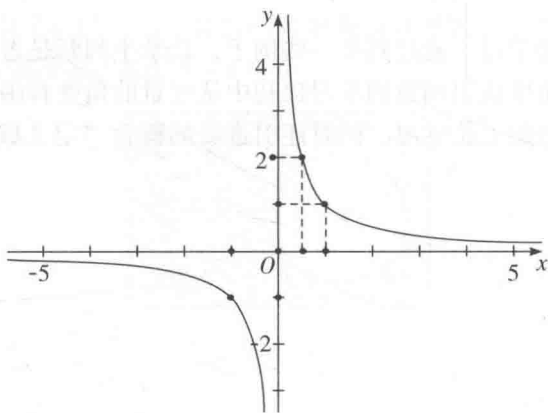


图 1-5

设 x 的取值构成一个集合 A ，从图 1-5 中可以看出： $A = \{x | x \in \mathbf{R}, x \neq 0\}$ ； y 的取值构成一个集合 B ，从图 1-5 中可以看出： $B = \{y | y \in \mathbf{R}, y \neq 0\}$. 对应关系为 $y = \frac{1}{x}$. 从集合 A 中的任意一个元素，通过对应关系 $\frac{1}{x}$ ，集合 B 中有唯一一个元素与之对应.

例3 在圆的面积解析式 $S = \pi r^2$ ($r > 0$) 中, 若半径 r 的取值范围构成一个集合 A , 圆的面积 S 的取值构成一个集合 B . 从集合 A 中的任意一个元素, 通过对应关系 $S = \pi r^2$ ($r > 0$), 集合 B 中有多少个元素与之对应?

变式训练: 在函数 $y = (x+1)^2$ 中, 若 x 的取值范围构成一个集合 A , y 的取值构成一个集合 B , 则集合 A 和集合 B 分别是什么? 从集合 A 中的任意一个元素, 通过对应关系 $y = (x+1)^2$, 集合 B 中有多少个元素与之对应?

归纳总结

设 A, B 是非空的数集, 如果按照某种确定的对应关系 f , 使对于集合 A 中的任意一个数 x , 在集合 B 中都要有唯一确定的数 $f(x)$ 和它对应, 那么就称 $f: A \rightarrow B$ 为从集合 A 到集合 B 的一个函数. 记作: $y = f(x)$, $x \in A$. x 的取值范围 A 叫作函数的定义域, 函数值的集合 $\{f(x) | x \in A\}$ 叫作函数的值域.

在概念的教学时要注意举反例, 如从对应的角度看, 知道 $y=3$ 是函数, 但 $x=3$ 就不是函数.

思考:

- (1) 现在学习的函数概念与初中时学习的函数概念有什么不同?
- (2) 为什么要学习函数的概念? 其作用在哪里?
- (3) 函数的定义域有何作用?

习题

1. (复旦大学自主招生试题) 某校有一个班级, 设变量 x 是该班同学的姓名, 变量 y 是该班同学的学号, 变量 z 是该班同学的身高, 变量 w 是该班同学某一门课程的考试成绩, 则下列选项中正确的是 ().

- A. y 是 x 的函数 B. z 是 y 的函数 C. w 是 z 的函数 D. w 是 x 的函数

2. 下列函数中哪个函数与 $y=x$ 相等?

- (1) $y = (\sqrt{x})^2$; (2) $y = \sqrt[3]{x^3}$; (3) $y = (\sqrt{x^2})$; (4) $y = \frac{x^2}{x}$.

3. 求下列函数的定义域和值域.

(1) $f(x) = |x|$;

(2) $f(x) = \begin{cases} x+1, & x > 0 \\ x^2, & x \leq -1. \end{cases}$

小结

(1) 注意符号化地学习函数, 深刻理解函数的符号, 认识 $f(x) = x$ 和 $g(s) = s$ 的意义是相同的. 弄清 $f(f(x))$ 和 $[f(x)]^2$ 的意义.

(2) 了解构成函数的要素可通过判断两个函数是否相同来实现, 具体可在函数图象上进行比较, 或利用函数的概念进行判断. 判断两个函数相等的依据是定义域与对应法则都相同.

(3) 其作用是作为判断一个对应关系是否为函数, 或者判断两个函数是否相同? 知道如何求函数的定义域.