压电陶瓷迟滞非线性建模及其控制

甘金强　张宪民　著

非外借

WUHAN UNIVERSITY PRESS
武汉大学出版社

本课题研究受以下项目资助：
国家自然科学基金项目（51805494、U1501247、U1609206、U1501247、91223201）
中国地质大学（武汉）新青年基金项目（CUGL180819）
广东省精密装备与制造技术重点实验室开放基金项目（PEM201702）

压电陶瓷迟滞非线性建模及其控制

甘金强　张宪民　著

常州大学图书馆
藏书章

WUHAN UNIVERSITY PRESS
武汉大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

压电陶瓷迟滞非线性建模及其控制/甘金强,张宪民著.—武汉:武汉大学出版社,2019.8

ISBN 978-7-307-20986-2

Ⅰ.压… Ⅱ.①甘… ②张… Ⅲ.压电陶瓷—迟滞—补偿—研究 Ⅳ.TM282

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2019)第 132241 号

责任编辑:王 荣 责任校对:汪欣怡 版式设计:马 佳

出版发行:**武汉大学出版社** (430072 武昌 珞珈山)

(电子邮箱:cbs22@whu.edu.cn 网址:www.wdp.com.cn)

印刷:北京虎彩文化传播有限公司

开本:720×1000 1/16 印张:8.25 字数:113 千字 插页:1

版次:2019 年 8 月第 1 版 2019 年 8 月第 1 次印刷

ISBN 978-7-307-20986-2 定价:35.00 元

版权所有,不得翻印;凡购我社的图书,如有质量问题,请与当地图书销售部门联系调换。

前　言

压电材料是一种晶体材料，具有典型的“压电效应”。压电陶瓷驱动器，则是一种利用压电材料的逆压电效应实现电能到机械能的转换的载体，即通过输入电压让压电材料产生变形的智能驱动器。压电陶瓷驱动器具有响应快、分辨率大、体积较小、可靠性高、驱动力大、发热量小、噪声低等优点，是一种理想型的高精度智能驱动器，已经被广泛应用于微机械、微纳观测和操作、振动控制、光导纤维的校准等领域。然而，迟滞非线性，作为压电材料本身固有的属性，严重影响压电陶瓷驱动器的输出精度。因此，研究分析压电陶瓷迟滞非线性及其补偿控制是十分有必要和有价值的。

本书深入研究迟滞建模及其补偿控制方法，首先介绍了压电陶瓷迟滞特性，并将国内外相关研究成果分成迟滞非线性建模和补偿控制两部分进行综述，重新进行分类。重点分析现有模型的优缺点，指出基于差分方程的动态迟滞建模是未来研究热点。此外，根据是否需要迟滞逆模型，将迟滞补偿控制重新分为基于迟滞逆模型的补偿控制和无需迟滞逆模型的补偿控制。针对传统迟滞模型结构复杂，参数众多，难以获取解析逆模型等特点，本书提出了一种新型多项式静态迟滞模型。该模型将迟滞曲线分成低压和高压两端曲线，分别采用二次多项式和线性方程进行描述，并以大量实验证明了该模型的有效性。考虑到经典 Prandtl-Ishlinskii 模型只能描述静态迟滞非线性，不能表征动态非线性，本书提出了一种广义 Prandtl-Ishlinskii 模型，实现对动、静态迟滞非线性的描

述。该模型通过使用二次多项式及初始位移项来描述迟滞非线性静态特性，通过引入输入信号频率参数，描述不同频率下迟滞曲线的动态特性。针对经典 Bouc-Wen 模型不能精确地描述动态迟滞非线性，本书提出了一种增强型 Bouc-Wen 模型。该模型将输入频率引入到模型参数上，从而最终精确地预估动态迟滞非线性。由于增强型 Bouc-Wen 模型存在一定局限性，只能适用于那些固定已知频率激励下迟滞非线性描述，为此本书提出了一种广义 Bouc-Wen 模型，实现对动、静态迟滞非线性的描述。该模型将指数松弛函数引入到模型参数，最后通过实验证明该模型的有效性。本书最后在广义 Prandtl-Ishlinskii 模型的基础上，提出了两种自适应补偿控制策略，最终轨迹跟踪实验证明了该补偿控制的有效性，尤其是基于单逆模型的自适应控制方法。

本书的撰写和出版得益于国家自然科学基金委(资助项目号：51805494、U1501247、U1609206、U1501247、91223201)、广东省精密装备与制造技术重点实验室(PEM201702)、华南理工大学和中国地质大学(武汉)(CUGL180819)的支持，对此表示非常感谢！

在迟滞非线性建模与补偿控制的研究领域里，已经有大量高质量的研究论文，在本书每一章的末尾都列出其中的一部分，读者可以从这些参考文献中获益。在此，我们也非常感谢这些文献的作者！

此外，还要感谢中国地质大学(武汉)机械与电子信息学院以及梅震、许浩、赵腾、昌诗宇、张俊仓五位同学对本书撰写提供的帮助。

由于编者水平有限，书中不妥之处在所难免，恳请广大读者批评指正。

甘金强　张宪民

2019 年 5 月 16 日

目　录

第 1 章　压电陶瓷迟滞特性及研究现状 …… 1

1.1　压电陶瓷特性 …… 1

1.2　研究现状 …… 3

1.2.1　迟滞非线性建模 …… 3

1.2.2　迟滞补偿控制 …… 15

1.3　本章小结 …… 20

本章参考文献 …… 20

第 2 章　多项式模型 …… 32

2.1　新型多项式迟滞模型 …… 33

2.1.1　上升曲线 …… 33

2.1.2　下降曲线 …… 36

2.2　模型验证 …… 38

2.2.1　实验系统 …… 38

2.2.2　多项式迟滞模型参数辨识 …… 41

2.2.3　模型验证 …… 42

2.3　本章小结 …… 45

本章参考文献 …… 45

第 3 章　广义 Prandtl-Ishlinskii 模型 …… 48

3.1　经典 Prandtl-Ishlinskii 模型 …… 49

3.1.1 Prandtl-Ishlinskii 模型 …… 49
3.1.2 模型参数辨识方法 …… 50
3.2 实验系统 …… 53
3.3 改进型 Prandtl-Ishlinskii 模型的静态迟滞建模 …… 53
3.3.1 改进型 Prandtl-Ishlinskii 静态模型 …… 53
3.3.2 静态模型参数辨识 …… 54
3.3.3 静态模型实验验证 …… 57
3.4 改进型 Prandtl-Ishlinskii 模型的动态迟滞建模 …… 61
3.4.1 改进型 Prandtl-Ishlinskii 动态模型 …… 61
3.4.2 动态模型参数辨识 …… 64
3.4.3 动态模型实验验证 …… 66
3.5 广义迟滞模型 …… 70
3.6 本章小结 …… 71
本章参考文献 …… 71

第 4 章 增强型 Bouc-Wen 模型 …… 73
4.1 经典 Bouc-Wen 模型 …… 74
4.2 模型辨识 …… 75
4.3 增强型 Bouc-Wen 模型 …… 77
4.4 模型验证 …… 80
4.4.1 实验平台 …… 80
4.4.2 实验结果与讨论 …… 81
4.5 本章小结 …… 88
本章参考文献 …… 89

第 5 章 广义 Bouc-Wen 模型 …… 92
5.1 经典 Bouc-Wen 模型 …… 92
5.2 广义 Bouc-Wen 模型 …… 93

5.2.1　模型构造 …… 93
5.2.2　模型辨识 …… 94
5.3　模型验证 …… 96
5.3.1　实验平台 …… 96
5.3.2　实验结果 …… 96
5.3.3　讨论 …… 101
5.4　本章小结 …… 101
本章参考文献 …… 102

第6章　基于Prandtl-Ishlinskii模型的自适应控制 …… 105
6.1　改进型Prandtl-Ishlinskii模型 …… 106
6.1.1　直接逆模型建模法 …… 106
6.1.2　逆模型参数辨识方法 …… 108
6.2　迟滞补偿控制器设计 …… 108
6.2.1　自适应LMS算法 …… 109
6.2.2　基于单逆模型的自适应控制 …… 111
6.2.3　基于双逆模型的自适应控制 …… 112
6.2.4　前馈控制 …… 113
6.2.5　PID控制 …… 114
6.3　实验验证 …… 115
6.3.1　实验平台 …… 115
6.3.2　实验结果与讨论 …… 115
6.4　本章小结 …… 122
本章参考文献 …… 123

第 1 章　压电陶瓷迟滞特性及研究现状

1.1　压电陶瓷特性

压电材料是一种晶体材料，具有典型的“压电效应”，即在沿一定方向上受到外力的作用而变形时，在两端面间出现电压。“压电效应”最早是在 1880 年皮埃尔·居里和雅克·居里研究电气石时发现的，随后他们通过实验还发现了“逆压电效应”，即对压电材料施加电压，会产生相应的机械变形。压电陶瓷驱动器，则是一种利用压电材料的逆压电效应实现电能到机械能的转换的载体，即通过输入电压让压电材料产生变形的智能驱动器。由于其具有响应快、分辨率大、体积较小、可靠性高、驱动力大、发热量小、噪声低等优点，压电陶瓷驱动器已经被广泛应用于微机械[1,2]、微纳观测和操作[3,4]、振动控制[5,6]、光导纤维的校准[7,8]等领域。常见的压电陶瓷驱动器包括叠堆式、管状式和梁式 3 种类型，其中叠堆式驱动器是通过压电陶瓷片叠加而形成的，其行程最大，应用前景也更为广阔。

此外，压电陶瓷驱动器还具有迟滞、蠕变、温度、负载等特性，然而这些因素会严重影响压电陶瓷驱动器的定位精度，其中迟滞效应影响最大[9,10]。压电陶瓷迟滞特性是一种复杂的非线性特征，具体表现为在电压上升时压电陶瓷输入-输出曲线和电压下降时输入-输出曲线并不是重合的[11-13]。影响迟滞输出的因素不仅有当前压电陶瓷输入电压，还

有之前的输入电压。给定压电陶瓷驱动器一个三角波形的输入激励信号，通过实验可以得到一个输入-输出曲线，如图 1-1 所示。从图中可以发现，相同输入电压往往会有不同的输出位移值，这种特性称为压电材料的多值映射性。

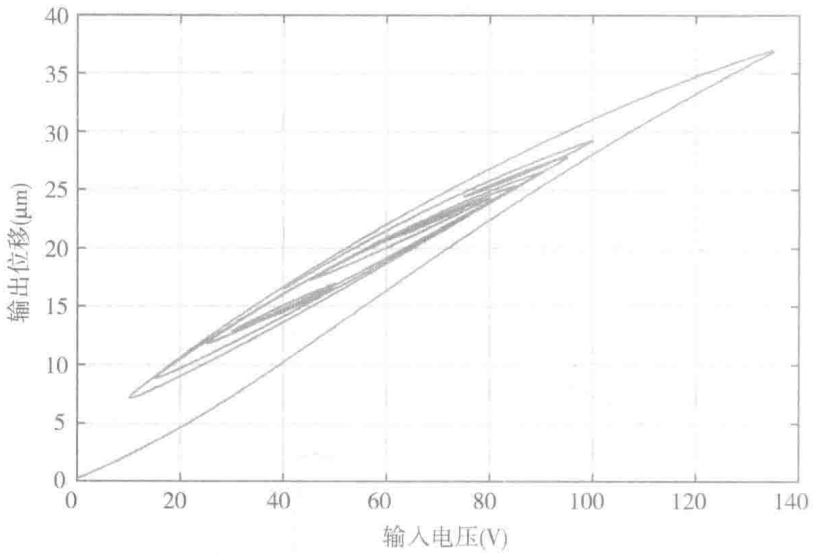


图 1-1　压电陶瓷静态迟滞非线性

随着研究深入，压电陶瓷迟滞特性不仅与输入电压相关，还与输入信号频率密切相关。给定压电陶瓷驱动器多组不同频率的正弦激励信号，通过实验可以得到多组输入-输出曲线，如图 1-2 所示。从图中，可以发现，当输入信号频率逐渐增大，对应的迟滞环宽度增大，且上升曲线和下降曲线之间偏差也增大，这种特性称为迟滞动态特性。为更科学地研究压电陶瓷迟滞特性，根据是否考虑输入速率(或频率)对迟滞的影响，将迟滞特性分为迟滞静态特性和迟滞动态特性两种。迟滞静态特性，一般特指在低频激励信号下，压电陶瓷输入-输出之间的非线性关系；而动态特性，侧重研究高频激励下，压电陶瓷输入速率(或者频率)与输出之间的非线性关系。

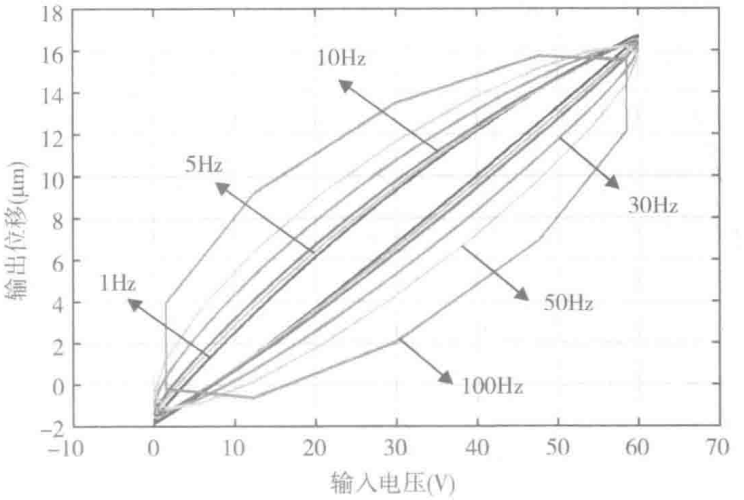


图 1-2 迟滞动态特性

迟滞特性是压电材料的一种固有属性，具有复杂的非线性特征，严重影响压电陶瓷的输出位移。如何建立精确的数学模型，准确地描述输入-输出关系，是本研究急需解决的关键问题。此外，在精确的迟滞模型基础上，如何设计迟滞补偿控制方法，尽量消除这种迟滞非线性对驱动精度的影响，是本研究另一个需要解决的关键问题。

1.2 研究现状

目前，对压电陶瓷迟滞非线性建模与补偿控制的研究已经取得了丰富的成果，下面将分别从迟滞非线性建模与补偿控制两方面进行介绍。

1.2.1 迟滞非线性建模

在最近几十年的发展中，研究者已经提出了大量的迟滞模型。Hassani 等[14]将迟滞模型分为算子模型(operator-based model)和差分模型(difference model)，分别采用算子和差分方程来描述迟滞特性。但该分类方法存在一定的局限性，多项式迟滞模型和椭圆迟滞模型并不属于

这两类。Gu G Y 等[15]将迟滞模型分为唯物模型(physics-based model)和唯象模型(phenomenological model)。以上研究成果都给迟滞模型的发展提供了良好的理论基础。伴随着压电陶瓷驱动器广泛的应用，输入速率(或频率)愈来愈高，相应的动态迟滞非线性愈来愈显著。传统的静态迟滞模型已经不能满足应用与研究的要求，动态迟滞非线性建模逐渐成为未来研究的重点与热点。为更加突出研究的重点与热点，本研究将迟滞模型分为静态迟滞模型与动态迟滞模型，如图 1-3 所示。接下来，将对这两大类迟滞模型的国内外研究现状分别进行总结。

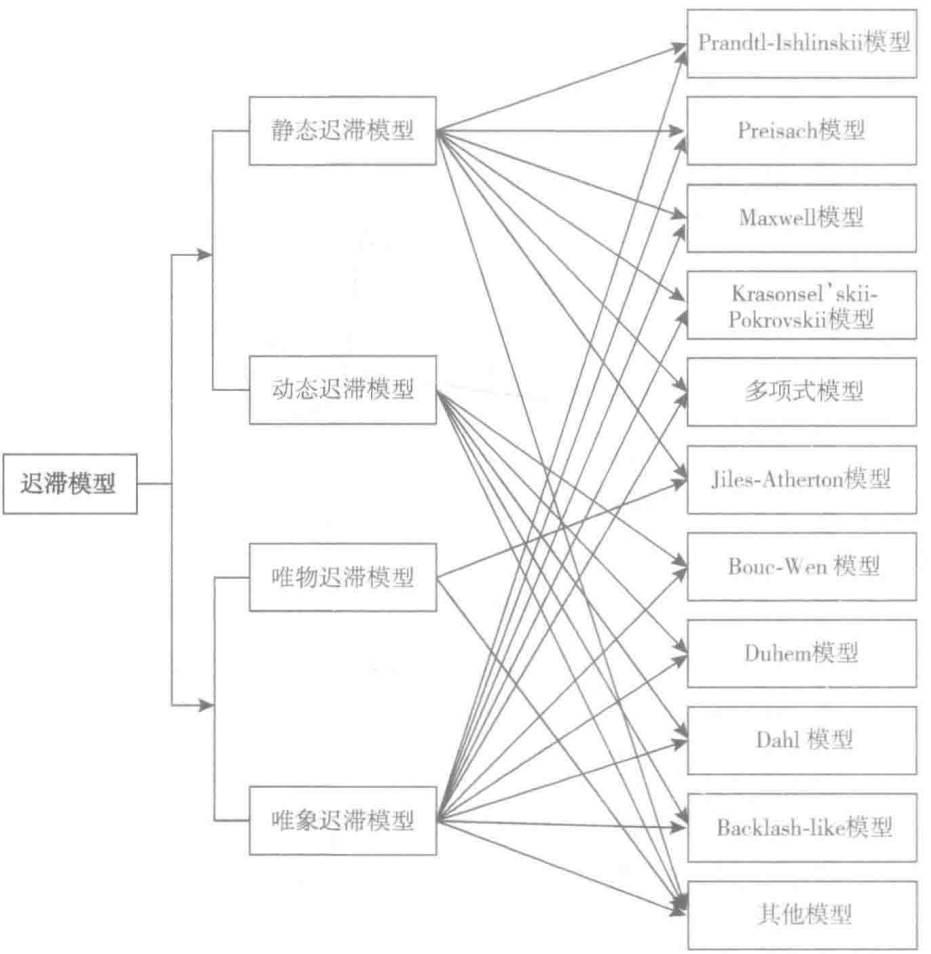


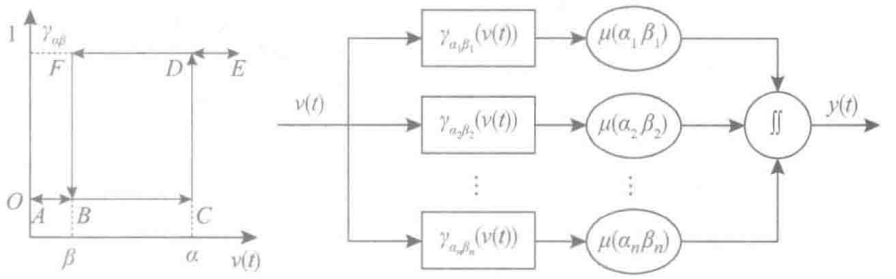
图 1-3　迟滞模型分类

1. 静态迟滞建模

静态迟滞模型，常指在低频(几赫兹)情况下，描述压电陶瓷输入电压与输出位移关系的数学模型，并未考虑输入速率(或频率)的影响。当前经典的静态迟滞模型主要包括 Preisach 模型、Prandtl-Ishlinskii 模型、Maxwell 模型和 Krasonsel'skii-Pokrovskii 模型。

1) Preisach 模型

Preisach 模型最初是德国科学家 F Preisach 于 1935 年提出的，用来研究铁磁的迟滞现象[16]，经过后来的发展与改进，已成为一种经典的迟滞模型。该模型利用非线性 Relay 算子(图 1-4)加权叠加来描述压电陶瓷输入-输出关系，其中 $v(t)$ 和 γ 分别是算子的输入与输出。根据输入信号 $v(t)$ 的变化，输出信号 γ 为 0 或者 1，α 和 β 分别表示 Relay 算子的上下切换阈值，并且满足于 $\alpha \geqslant \beta$。算子输出 γ 具体表达式如下：



(a) Relay算子(Relay operator)　　(b) 框图(Block diagram)

图 1-4　Preisach 模型[15]

$$\gamma[v(t)] = \begin{cases} 0, & v(t) < \beta \\ 1, & v(t) > \alpha \\ \varepsilon, & \beta < v(t) < \alpha \end{cases} \tag{1-1}$$

式中，$\varepsilon \in \{0, 1\}$，当输入电压 $v(t)$ 逐渐增大时，算子输出将沿着轨迹 *ABCDE* 变化；当输入电压逐渐下降时，算子输出将沿着轨迹 *EDFBA*

变化。基于非线性 Relay 算子的加权叠加，传统 Preisach 模型可以表达如下：

$$y(t)=\iint_{\alpha\geqslant\beta}\mu(\alpha,\ \beta)\gamma[v(t)]\mathrm{d}\alpha\mathrm{d}\beta \tag{1-2}$$

式中，$y(t)$ 表示输出位移；$\mu(\alpha,\ \beta)$ 是权重函数。

为提高模型精度，I D Mayergoyz 和 G Friedman[17] 将积分引入到 Preisach 模型上，提出了一种广义非线性 Preisach 模型。北京理工大学李黎等[18] 则把 Preisach 模型和均值模型进行加权叠加，提出一种混合 Preisach 模型，实验结果证明了该模型的有效性。此外，还尝试优化 Preisach 模型，构造了一种广义的非线性 Preisach 模型[19]。纪华伟[20] 则尝试使用最小二乘法向量机回归算法(LS-SVMR)求解 Preisach 函数，提出了 LS-SVMR 与 Preisach 的混合模型。除此之外，Zhao X L[21]，陈远晟[22] 等对 Preisach 模型也做了深入研究。

2) Prandtl-Ishlinskii 模型

Prandtl-Ishlinskii 模型(可简称 P-I 模型)源于 Preisach 模型，也是采用算子加权叠加来描述迟滞非线性特性，但采用 Relay 算子。此外，Preisach 模型采用了双重积分，而 Prandtl-Ishlinskii 模型采用了一重积分。Prandtl-Ishlinskii 模型采用的是线性启动算子(Linear-Play operator)和线性停止算子(Linear-Stop operator)，Play 和 Stop 算子都是只有一个连续的阈值变量；而 Preisach 模型采用的是双阈值变量的 Relay 算子。图 1-5(a)和(b)分别给出 Play 和 Stop 算子的示意图。假设 $C_{\mathrm{m}}[0,\ t_E]$ 表示在定义域 $[0,\ t_E]$ 分段连续函数的集合，当 $v(t)\in[0,\ t_E]$ 时，Play 算子的输出为：

$$P_r[v](t)=f_r(v(t),\ P_r[v](t_i))\quad t_i<t\leqslant t_{i+1},\ 0\leqslant i\leqslant N-1 \tag{1-3}$$

其中，

$$f(v,\ w)=\max(v-r,\ \min(v+r,\ w)) \tag{1-4}$$

$$P_r[v](0)=f_r(v(0),\ 0) \tag{1-5}$$

式中，r 是阈值；$0 = t_0 < t_1 < \cdots < t_N = t_E$ 将区间$[0, t_E]$按时间间隔划分，目的是使输入信号 $v(t)$ 在子区间$[t_i, t_{i+1}]$是单调连续的。据图分析，可以发现 Play 算子输入-输出关系曲线是一个中心对称的平行四边形，实际形状大小与阈值 r 密切相关。

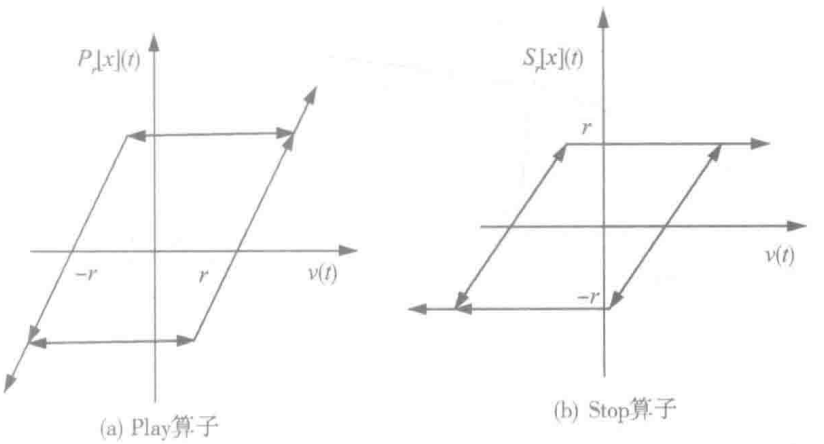
当 $v(t) \in [0, t_E]$ 时，线性的 Stop 算子输出为：

$$S_r[v](t) = e_r(v(t) - v(t_i) + S_r[v](t_i)) \tag{1-6}$$

其中，

$$e_r(v) = \min(r, \max(v - r, v)) \tag{1-7}$$

$$S_r[v](0) = e(v(0)) \tag{1-8}$$



(a) Play算子　　(b) Stop算子

图 1-5　Prandtl-Ishlinskii 模型算子

综合分析图 1-5(a)和(b)，不难发现 Stop 算子和 Play 算子输入-输出关系曲线十分相似，都是一个中心对称的平行四边形。这主要是因为这两个算子存在以下的关系：

$$S_r[v](t) + P_r[v](t) = v(t) \tag{1-9}$$

经典 Prandtl-Ishlinskii 模型常采用 Play 算子来描述压电陶瓷迟滞非线性特性，该模型数学表达式如下：

$$y(t) = qv(t) + \int_0^R p(r) P_r[v](t)\,\mathrm{d}r \tag{1-10}$$

式中，$y(t)$ 是压电陶瓷输出；q 是模型参数；$p(r)$ 是 Prandtl-Ishlinskii 模型的密度函数，并且满足 $p(r) \geqslant 0$，$\int_0^R rP_r \mathrm{d}r < \infty$。

考虑到当迟滞曲线的斜率为负数时，很难获取 Prandtl-Ishlinskii 逆模型，U-Xuan Tan 等[23]引入变换函数，从而求解逆模型。由于 Prandtl-Ishlinskii 模型描述的迟滞曲线是对称的，而实际压电陶瓷迟滞曲线具有非对称性，Jiang Hao 等[24]采用了 right-side Play 和 left-side Play 算子，提出了一种新型迟滞模型。Al Janaideh 等[25]引入一种广义 Play 算子，提出一种改进型 Prandtl-Ishlinskii 模型。上海交通大学谷国迎[26,27]则在经典 Prandtl-Ishlinskii 模型基础上通过引入三次函数，来表征迟滞曲线非对称特性。南京航空航天大学陈远晟等[22]则优化 Play 算子，提出改进型 Prandtl-Ishlinskii 模型，模型精度提高了。除此之外，Scipione Bobbio 等[28]，Chen Xinkai 等[29]，Shen Jingchung 等[30]也做了 Prandtl-Ishlinskii 模型相关研究与应用。

3) Maxwell 模型

早期广义 Maxwell 模型是为了研究弹簧系统中力与位移的迟滞关系，后来应用范围扩大了，也应用于研究分析压电陶瓷迟滞非线性特性。Maxwell 模型可以看成由多个弹性单元叠加组成的，其中每个弹性单元都是由一个无质量的滑块和无质量的线性弹簧组成，如图 1-6 所示，具体表达式如下：

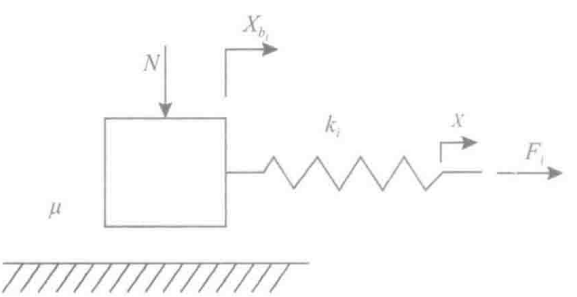


图 1-6　弹性单元

$$F_i = \begin{cases} k_i(x - x_{bi}), & |k(x - x_{bi})| < f_i \\ f_i \mathrm{sgn}(\dot{x}), & x_{bi} = x - \dfrac{f_i}{k_i}\mathrm{sgn}(\dot{x}) \end{cases} \tag{1-11}$$

式中，x 是输入位移；F 是输出力；k 是弹簧刚度；f_i，k_i 代表每组弹性单元参数；滑块的脱离摩擦力为 $f=\mu N$；μ 是摩擦系数；x_{bi} 是第 i 个单元滑块初始位置。单个弹性单元无法准确地描述迟滞非线性特性，为更准确地描述这种迟滞非线性特性，往往需要将大量的弹性单元并联一起，如图 1-7 所示。此时 Maxwell 模型的数学表达式如下：

$$F = \sum_{i=1}^{n} F_i \tag{1-12}$$

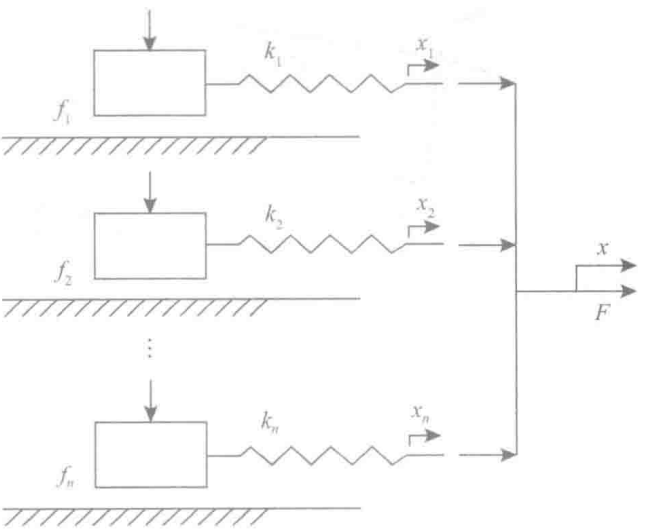


图 1-7 Maxwell 模型

在广义 Maxwell 模型的基础上，只需要将输入位移与输出力对应转换成输入电压与输出位移，就可以建立压电陶瓷迟滞模型。分析上述 Maxwell 模型的数学表达式，不难发现该模型并未考虑输入信号频率对压电陶瓷输出影响，因此该模型属于一种静态迟滞模型。Maxwell 模型可以分为滑动模型和电阻电容模型这两类。Jürgen Maas 等[31] 和 Soon-