

S HUXUE KETANG SHUOSHUXUE JIAOYUSI

数学课堂

“说数学”

△ 教与思



韩云桥 著



华南理工大学出版社
SOUTH CHINA UNIVERSITY OF TECHNOLOGY PRESS

广东省教育科学规划课题“数学课堂开展‘说数学’的实践研究”
[2013YQJK057]研究成果

数学课堂

“说数学”

教与思

韩云桥 著



华南理工大学出版社
SOUTH CHINA UNIVERSITY OF TECHNOLOGY PRESS

·广州·

图书在版编目 (CIP) 数据

数学课堂“说数学”教与思/韩云桥著. —广州: 华南理工大学出版社, 2016. 3
ISBN 978 - 7 - 5623 - 4898 - 6

I. ①数… II. ①韩… III. ①中学数学课 - 课堂教学 - 教学研究 IV. ①G633. 602

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2016) 第 048413 号

数学课堂“说数学”教与思

韩云桥 著

出版人: 卢家明

出版发行: 华南理工大学出版社

(广州五山华南理工大学 17 号楼, 邮编 510640)

http://www.scutpress.com.cn E-mail: scutel3@scut.edu.cn

营销部电话: 020-87113487 87111048 (传真)

策划编辑: 毛润政

责任编辑: 龙 辉

印刷者: 虎彩印艺股份有限公司

开 本: 787mm×960mm 1/16 印张: 14.25 字数: 356 千

版 次: 2016 年 3 月第 1 版 2016 年 3 月第 1 次印刷

定 价: 35.00 元

版权所有 盗版必究 印装差错 负责调换

序



我国基础教育改革已经进行了很多年，从课程标准到教材修订，内容不断推陈出新，这些改革对于提高我国基础教育水平发挥了重要作用。

然而，一个好的教育理念能否得到实施，关键还是看课堂教学。课堂教学中，教师是决定教育质量的根本因素。与大学类似，我国基础教育师资队伍水平参差不齐，同样的教学内容在不同的教师眼里差别甚大，有人看到了本质，有人看到了表象，因此对教材内容的处理也就因人而异了。

韩云桥先生长期从事基础教育研究工作，对数学教育理论颇有心得，透过《数学课堂“说数学”教与思》可见一斑。该书着眼于数学课堂教学，提倡以学生为主体，通过数学的外显化表达方式实现“数学语言”的强化训练，从而达到理解数学概念、原理的目的，也就是书名中所提及的“说数学”。事实上，任何学科都需要一定的表达方式，教师常常需要通过口语表达方式引导学生搞清楚书面语表达方式。数学的语言比较特殊，不仅有文字语言，还有很多符号语言，这就决定了数学不仅内容抽象，其语言也具有抽象的特征。因此，强化对数学语言的理解无疑是重要的。

从字里行间可以看出，《数学课堂“说数学”教与思》一书倾注了韩云桥先生的很多心血，不仅具有一定的理论高度，对于一线教师也颇有启发意义。

希望此书的出版能为改善数学课堂教学带来帮助。

广州大学数学与信息科学学院 曹广福

2015年12月8日

(曹广福简介：广州大学数学与信息科学学院院长、教授、博士后、博士生导师，长期从事基础数学研究工作，国家首届百名教学名师、教育部高等学校数学与统计学教学指导委员会专业课程教学指导委员会委员、教育部“万人计划”国家级教学名师、广州市教育名家工作室主持人。连续主持国家自然科学基金、教育部博士点基金、教育部骨干教师资助计划等多项国家级与省部级科学研究基金项目。主持的“问题驱动的中学数学教学理论与实践”被评为国家级基础教育教学成果二等奖，先后在 *Pacific J. Math.*, *Nagoya Math. J.*, *Tohoku Math. J.*, *J. Math. Anal. Appl.*, 《中国科学》《数学学报》《数学年刊》等国内外有重要影响的杂志上公开发表论文 50 余篇，有 20 多篇论文被 SCI 检索。)

绪论



说数学是在学生数学现实水平之上的对话教学，通过有效对话促进学生对知识的理解与意义建构，它的哲学基础是建立在主体间性的现代哲学，“在主体间性哲学那里，存在被认为是主体间的存在，孤立的个体性主体变为交互主体，主体间性成为主体与主体在交往活动中所表现出来的以‘交互主体’为中心的和谐一致性”，强调的是不同的主体在交往过程中共同构建起来的相互理解与沟通。

一、问题提出

数学课堂教学改革究竟应追求什么？是追风式的一味热衷于外显的“展示”学生活动的度，还是注重有的放矢，牢牢咬定“思维”这个内在核心不放松？这实际上是评判“真课改”还是“伪课改”的一个关键点。当看够了太多貌似热闹而实际上还是换汤不换药的依然固守“知识本位”“教师本位”和“讲台本位”，依然只是将学生塑造成书本知识的简单“搬运工”和“复印机”的炒作出来的所谓“改革典型”之余，我们不禁隐隐感到有些忧心：在这种泡沫式的课堂改革“伪繁荣”的虚幻景象背后，有多少改革是真正指向了促进学生的思维发展，尤其是表达性思维和创造性思维能够获得真实生长这个根本呢？

从现在高中数学课堂教学中师生之间、生生之间掌控话语主导权的现象来看，大多数的高中数学课堂教学模式主要是教师的讲解与师问生答的启发式教学。数学课堂是教师讲概念，学生记概念；教师讲例题，学生模仿学习，乏味的教学方法严重挫伤了学生学习数学的积极性。学生被老师牵着鼻子走，连思维活动都常受到控制，课堂上出现机械、单一的问答，学生始终处于被动地位，缺少了学习的主动意识，缺少了学习的主动性。

“说数学”是使别人信服自己行动的一种能力，它是数学交流的一种重要形式。所谓“说数学”，是指学生用自己的语言来阐述数学概念、定理、公式、法则等，对某个数学问题的条件与结论的具体认识、方法的选择、关键过程的突破和困难的克服，以及数学学习的情感、体验等数学交流活动。

二、“说数学”课堂

“说数学”可以改变教师对课堂话语权的掌控，让不同层次的学生参与“说”数学，参与知识的主动建构过程，加强师生间、生生间的交流，体现了教师为主导、学生为主体的教学理念。这既是对主体地位的肯定，又是促进主体内部语言外化的平台，更是对教学认识方式的补充，从而产生认知共振、思维同步、情感共鸣的积极效果。

课堂“说数学”有三个层次，即说数学概念和数学原理；说数学问题解决；说思

路、说方法、说原因。课堂“说数学”的五种形式，即说问题——从问题的信息中分析隐性因素，从问题的结构中明确问题的基本模式，唤醒或重新建构数学活动经验系统，进而构建自己头脑中的“问题域”；说异见——解释知识和方法应用的意义、对问题环境的理解。说出解题特点或对知识理解的异同，分享成功的经验或难题突破的路径，进而获得思想上的感悟与顿悟；说过程——说出思维的呈现方式，知识的应用、数学方法的选择是如何在自己的头脑里酝酿、组织、转译、表征的，进而了解学生的语言外化能力；说关系——系统化知识和数学理论凝聚着人类认识活动所特有的思维经验，任何有意义的认识都是按照一定的记忆规则加以系统化的。让学生把数学之间的联系、处理问题的程序表达出来，是一种准确掌握知识的认识体验，让这种体验获得相应发展并成为形式化的技巧；说感悟——任何认识活动都会在思想上产生认知共振，在教师的指引下，把成功的收获、不成功的缘由说出来，在交流中加工和修补不够完善的方法与思维。通过经验的积累、分类与组织，对某一确定后的特定情境，获得思想上和行动上的感悟并理解。

在教学活动这种特殊的认识环境中，学生的自主行为不是一开始就有的，它是在教师设计的问题环境中逐步确立和形成的。学生刚接触新的知识和环境，尽管具有一定的认识能力，但他们基本上是不能独立地进行个体认识的，必须要在教师的引导下进行学习，逐渐提高掌握知识和学习方法的能力。在开始学习新知识时，他们具有较大的依赖性，需要教师确切的提示性指导，这个阶段，学生的主体地位处于不确定的状态。随着话语权移交给学生，他们参与认识活动的主动性、思维中的独立性和批判性成分增强，能动性也会不断提高。学生主体的能动性从依赖性向独立性发展，这既是认识发展的一般规律，也是对学生主体地位的确定。

三、课堂“说数学”实践

说数学是在学生数学现实水平之上的对话教学，通过有效对话促进学生理解与意义建构，它的哲学基础是建立在主体间性上的现代哲学。在数学教学认识活动中，用语言描述数学及其关系是一项重要的数学活动，学生在数学学习中，除了要领会一般的自然语言外，还需逐步了解和掌握数学中独有的语言特点，并借助它正确而敏捷地进行思维。数学语言是人类研究数学精思妙想的结晶，数学意义必须利用词语、符号等来传达，如果学生不能弄清，或是不熟悉、不明白语言的规律和约定，那么就无法看懂它们的意义，就会引起理解上的障碍。

目标：“说数学”完善学生经验中的认知结构，让知识、方法、推理形成更好的形象模式，为学生养成良好的数学思维习惯打下坚实的基础。让学生无论是学习新的知识，还是应用所学知识解决数学问题，都能够通过对后继的识别，快速、合理地组织先前积累的数学活动经验进行问题转译。

方法：文献研究——“说数学”与学生经验性思维；“说数学”与语言转译表征；问题驱动的“说数学”。

案例研究——概念课教学案例；原理课教学案例；问题解决课教学案例。

教学理念：学习共同体；感受式体验；生活化情境。

实践效果：教学对话时机的把握与控制；“说数学”对积累数学活动经验的意义；



恰当的问题情境对学习行为的影响。

教学基本原则：适时对话原则；问题激励原则；语言驱动原则；有效提问原则。

教学策略：课堂组织策略包括深度对话、问题教学四步循环、思维过滤与碰撞等策略。教学认知策略包括在学习难点和疑点处设计说数学、在思维障碍和关键处设计说数学、在激发学习兴趣处设计说数学等策略。

教学设计：概念课设计及案例、原理课设计及案例、问题解决课设计及案例。教学设计是对教学活动一种预见性的规划，是真实课堂的经验模拟，对教师的教学经验是一个检验。教案与教学设计是有区别的，教案是教师自己真实上课用的，主要是教学目标、重点与难点的确定，教学过程及作业、课后反思。教学设计除了教师自己预设模拟课堂外，还要给他人分享模拟课堂情境。教案是真实课堂的预设，教学设计是模拟课堂的预设。

四、教与学认识方式

教学的意义就是经验或知识的传授，数学教学就是把人类积累的、基础比较稳定的、对社会发展起推动作用的、对学生成长有意义的、有实际应用价值的数学知识和思维方法有效地传授给学生的活动。

教学认识方式：教学是指教师教、学生学的活动过程。教学认识是指人的个体认识，它不同于人类创造历史的认识。教学活动中的主体是凭自身的认识系统对环境作出积极反应，而不是消极被动地接受客体的信息。如果客体被纳入主体已有的认识结构（或图式），即主体把一切低位概念通过概括纳入高位概念的结构中，使高位结构得到充分发展，这就是所谓的“同化”过程。

学习认识方式：学生的数学学习活动是在一定的教育规则下的一种特殊的学习活动，即是在教师的指导和帮助下，有步骤、有顺序和有组织的认识活动。学生数学认识的条件，一是教师的认识方式对学生认识的影响；二是教学活动方式对学生认识的影响；三是知识的表现方式对学生认识的影响。每个个体的认识，都有直接认识和间接认识两种基本来源。直接认识是个体用已有的经验在自身活动中体悟、感知和概括出来的认识，这种认识恰好是有意义学习所必须具备的内部条件。间接认识是个体用已有的经验在教师组织的活动中来获得别人的经验的认识，这种认识恰好是有意义学习所必须具备的外部条件。由此，推论出学习的认识取决于主体认识的外部活动和内部活动。主体认识的内外活动都包括一个同化过程，在外部活动中，知觉行为是由已有知识经验对新知识进行说明、解释并容纳。在内部活动中，联系动作是由已有知识经验对新知识进行改造、整理并应用。

问题驱动式认识方式：问题驱动式的数学教学就是制造学习情境的对话教学，也即“数学交流”。“数学交流”广义来说就是探索数学问题和应用已掌握的知识解决数学问题的动态过程，从“教与学”来讲，“就是在数学学习和教学中使用数学语言、数学方法进行各类数学活动的动态过程”。问题是任何教学认识活动的手段，教学没有问题或没有形成问题，这样的教学对学生获得新认识产生不了积极意义。问题是直观、具体的，充当学生对抽象知识理解的“试金石”和“敲门砖”。问题驱动有时是通过提出一系列问题来完成教学目标的，即整个教学活动都是通过动作来联结。在目标控制内，活

动中打破按教材顺序逐段讲读的限制，抓住与理解内容密切相关的几个关键问题，引导学生分析和思考，具有一定的跳跃性。同时问题驱动还是一种互动模式，用对问题的认识来理解对内容的认识，需要学生主动配合，因此教师的问题只是一种预设，还需要通过一定的语言提示来营造情境，意味着引起学生的兴趣和求知欲。问题驱动的原则：适时原则、启发原则、循序原则。问题驱动教师教学的行为理念：要鼓励学生质疑；要教给学生提问的方法；要重视教学方法的选用。

五、“说数学”实践思考

语言是思维的外壳，数学学习活动离不开数学语言的应用。在课堂教学中，所谓语言驱动就是教师要借助语言提示来营造环境，引起学生的注意，激励学生的学习意识，加深语言沟通的影响力。因为数学语言是用来储存、传递和加工数学知识的物质载体，它的功能在于表述、记录数学知识，并作为数学知识、思维展示的窗口。教学中要协调好三种语言的关系，即自然语言、符号语言、图形语言的合理转译。强调语言的应用就是让学生学会说话，把数学概念的产生、命题的形成、问题的解决用自己的语言说出来，建构属于自己的、合理的语言系统。只有理解了数学的表征语言和推理语言，才能架起通往数学天地的桥梁。由于数学对象没有任何实物和能量的特征，人们之所以能够触摸到它，是通过语言和符号来间接地认识它的，通过语言来恢复它本来的面貌。

数学学习是模式的学习，数学模式是指形式化的采用数学语言，概括地或近似地表述某种事物系统的特征或数量关系的一种数学结构，由数学模式到学生的自我认识模式是在教师的直接或间接引导下实现的认知转化。而学生通过对各种模式的习得，在记忆中形成自己独特的学习元认知力，元认知的生成与再现为正确地对数学问题进行转化提供了观念和武器，这意味着学生对记忆中的形象思维模式上的匹配或识别。

教学方式分析：教学都应该是有效的，纯粹无效的教学是不存在的，凡称教学都应是有效的，只不过不同教学所产生的效果或效益会有高低不同而已。数学教学活动方式一般来说没有固定的模式，这其中的一个重要原因就是，因为数学教学是教学生获得数学知识、学习方式的一种特殊的认识活动，学生的这种认识是动态的和发展的，而认识过程又是一个能动的反映过程和构建过程。在教学中，存在两种最基本的教学组织形式，即接受式与发现式。有意义的接受式教学方式的心理机制是同化，是通过教师组织有逻辑意义的学习材料，激发学生有意义的学习心向，唤醒他们原有认知结构中的相应知识和认识方式，并主动与新学习内容的同化。发现式教学方式是由教师创设学习的条件，并指导学生自主发现完成。它的心理机制是自主性。是根据教师提供的情境，激发学生自主探究，通过对情境的分析、组织、转换，获得新的发现和认识，并把这些发现和认识自觉纳入原有的认知结构之中。在实际教学中，教学的高效与有效是一个相对概念，“同样的学习结果，学生用时间较少，则学习效率高；同样的学习时间，学习效果好而且多样，则学习效率高”。教师对学生、教学内容和课堂情感进行分析之后，基本上可以把知识的学术形态转化为知识的学习形态，但转化为学习形态知识后，并不等于学生就能够完全理解并掌握，还必须采用有效的教学活动方式。

“说数学”教学设计分析：教学设计是对真实课堂的一种预设，它不同于教案或学案。在教学过程的设计中，教案或学案只是对知识内容进行了布局上的设计，把从教学



内容中提炼的问题当成学生学习的资源，没有对如何教进行情境设计。而教学设计不仅对教学内容进行了合理处理，而且对真实课堂情境也进行了设计，表现为问题的预设和对话的预设，将学习的问题转化为对话的问题。这样所展示的知识就变成了一种学习形态的知识。教学设计的核心是对话设计。教学对话是唤醒学生经验、促进学生有效思考的条件。而思考是一个将外在的、客观知识内化为自己的认识的一个过程。教学设计的意义是问题设计：问题是教学的“心脏”。课堂教学问题的来源有三个途径：第一个途径是从教学内容中提炼问题，这是教师通过读教材、理解教材和根据学生现有掌握水平提出的问题；第二个途径是从学生先前的练习中提炼问题；第三个途径是教学过程中由师生双方发现的新问题。问题设计是对知识的改造过程，无论问题来源于哪一个途径都是一种在知识迁移环境下为学生提供的学习资源。问题设计也是完善学生思维模式的过程，在问题中，可能为学生提供了多种模式的识别。

问题驱动的课堂分析：问题驱动是提供有意义的结构化材料来创设教学情境，这里的结构化材料包含两个方面，一方面是教材上明确规定的或教师根据教学内容加工组装的材料；另一方面是学生记忆中已有的经验材料。“说数学”教学设计的意义在于：其一，体现课堂规范；其二，体现对话与情感；其三，体现反馈与评价。

六、实践反思

（一）关于学习的经验性思维

任何知识都有其赖以产生意义的背景，知识是一种工具，要理解并灵活运用某一知识，就应该知道知识的适用范围，也就是应当理解知识赖以产生意义的背景，这个“背景”就是学生过去所经历过的事实。经验是按照事实原样而感知到的内容，而数学活动经验的构建要依托于先前的知识和活动方式，是先前数学活动经过一级或多级抽象的产物，也就是积累的开展数学活动的一种或几种基本策略、基本模式和基本方法。数学知识掌握是一个积累过程，这个积累反映了数学思维的成果，也反映了数学经验再创性的本质。

（二）关于“四基”教学

数学“双基”指数学学科的基础知识和基本技能，数学教学的基本要义就是围绕创造打好“双基”，让学生在打好“双基”中走向创造。“双基”是仅就知识、通过知识演进形成能力而言的，它忽视了由知识形成的思想方法的意义，更没有考虑到学习是一种活动，是学生改造和创造经验的活动，因此，数学思想方法与生成数学基本活动经验都是数学教学应当关注的目标，即应为“四基”教学。数学教学本质上也是师生共同进行教学活动的教学，所以学生获得相关的活动经验也应作为数学课程的一个重要目标。

（三）关于语言驱动的教学

数学知识和思想的表征、交流、传播甚至构造都离不开数学语言，数学的术语、符号、概念、命题等都是基本的数学语言，因此可以说数学是由数学语言构成的完整的知识体系。数学语言作为一种知识也是数学教学的基本任务，用数学语言描述数学问题及其解是保证数学思想进行无障碍交流的必备条件。

从心理机能看，语言就是内在心灵某种意念的外在化，外在的语言就是内在意念的反射。要表达合理的语言，必须从净化自己的心灵开始，有净化的心灵，就会有净化的

意念，有净化的意念，才能讲出合理的语言，因此语言传达着内在的意念。课堂教学需要通过语言来交流，而常常有不少课堂话语权只有教师拥有，学生语言交流的权利往往被忽视。

(四) 关于问题驱动的教学

在数学教学认识活动中，通过问题的引入让学生用语言描述数学及其关系是一项重要的数学活动。问题驱动的“说数学”就是通过创设问题情境，让学生在舒适、安全的环境下亲自体验各种数学活动，形成正确的自我概念和独立自主的个性，包括由学生之间、师生之间信息的交流、思想的沟通、心灵的“碰撞”与性格的“磨合”所获得的经验的加固与改造。

问题是思维的发条，在问题驱动的“说数学”（外部表述活动）是数学思维活动（内部认识活动）外化的表现形式，通过说数学让学生有意识地参与数学交流，恰当地把内在的思维活动程序整理、加工、组织成外部语言描述，从中获得数学活动经验的感悟，促进知识内化。

(五) 关于学习中的认识

数学学习的唯一正确方法就是实行“再创造”。“说数学”课堂是通过有启发性的对话来引导学生掌握数学知识及其相互关系，为学生提供“再创造”平台。由学生本人把要学的知识用自己的经验去发现或创造出来，教师的任务只是引导和帮助学生进行这种再创造工作，而不是把现成的知识灌输给学生，这是一种最自然、最有效的学习方法。认识的获得需要在和谐的环境下自然地生成，“目的就在于找出学生怎样才能把他要学的知识再创造出来”。

学生学习认识的根本途径是让学生独立思考。独立思考所获得的数学经验体现在学生经历成功和失败的学习过程之中，也体现在教师制造的活动环境之中。经验的增长是吸取与感悟，吸取从教师那里得来的成功经验，感悟从同伴那里得来的失败和成功的经验，从而长知识、长阅历。

(六) 关于数学阅读

数学阅读对学生的自我认识、自我消化和自我积累发挥着重要的作用。阅读不仅仅是生本对话，还包括学生对老师所设计的问题进行思考分析；阅读理解在数学学习中占有核心地位，数学教学要求特别注重理解能力的发展，提供阅读平台和机会，让学生达到或基本达到教学大纲所要求的阅读理解水平；数学阅读也要建立在学生数学活动经验基础之上，没有过去对数学语言的精确理解，也就难以支撑数学阅读。

阅读的优点是可以不受时间、地点和设备的局限，让学生可以在适应的环境中自由进行。但课堂是学习的主阵地，应在课堂上加强阅读的有效性。指导学生数学阅读，应把教师的语言、学生的语言和教材的语言统一到共同的课堂环境中，提高学生对数学解释性语言的理解水平。

韩云桥

2015年12月于广州

目 录



第一章 导言	(1)
第一节 “说数学” 教学的提出	(2)
一、“说数学” 与数学思维	(2)
二、问题驱动下的“说数学”	(4)
第二节 国内外研究现状	(5)
一、国外文献	(5)
二、国内研究	(6)
三、已有研究的不足	(8)
第三节 主要原因分析	(10)
一、从学生学的方面	(10)
二、从教师教的方面	(11)
三、从教学环境方面	(11)
第四节 相关概念诠释	(12)
一、课堂“说数学”	(12)
二、语言驱动	(12)
三、问题驱动	(13)
四、倾听与交流	(13)
第五节 “说数学” 的理论指导	(14)
一、行为主义学习理论	(14)
二、弗赖登塔尔数学教育思想	(14)
三、加涅信息加工学习理论	(15)
四、数学表征	(16)
第二章 “说数学” 教学课堂	(17)
第一节 “说数学” 在教学中的作用	(17)
一、充分暴露学生思维	(18)
二、真实确立学生主体地位	(19)
第二节 “说数学” 与学习认识方式	(20)
一、两种基本认识方式	(20)
二、对话教学认识方式	(22)
第三节 “说数学” 基本内容	(28)
一、认知基础	(28)
二、认知内容	(32)



第三章 课堂“说数学”教学实践	(40)
第一节 教学研究目标	(41)
第二节 教学研究方法	(42)
一、文献研究法	(42)
二、案例研究法	(46)
第三节 教学研究理念	(51)
一、学习共同体	(52)
二、感受式体验	(53)
三、生活化情境	(54)
第四节 教学研究的行动过程	(56)
一、准备阶段	(56)
二、实践阶段	(60)
第五节 实践效果分析	(63)
一、教学对话时机的把握与控制	(64)
二、“说数学”对积累数学活动经验的意义	(65)
三、恰当的问题情境对学习行为的影响	(66)
四、“说数学”能够拉近与学生认知的距离	(67)
第四章 “说数学”课堂教学基本原则	(70)
第一节 适时对话原则	(71)
一、适时对话及其作用	(71)
二、适时对话原则的特点	(73)
第二节 问题激励原则	(74)
一、问题激励及其作用	(74)
二、问题激励原则的特点	(76)
第三节 语言驱动原则	(78)
一、语言驱动及其作用	(78)
二、语言驱动原则的特点	(80)
第四节 有效提问原则	(82)
一、有效提问及其作用	(82)
二、有效提问原则的特点	(84)



第五章 “说数学” 课堂教学策略	(87)
第一节 课堂教学组织策略	(88)
一、深度对话策略	(88)
二、问题教学四步循环策略	(92)
三、思维过滤与碰撞策略	(94)
第二节 课堂教学认知策略	(98)
一、在学习难点和疑点处设计“说数学”	(98)
二、在思维障碍和关键处设计“说数学”	(100)
三、在激发学习兴趣处设计“说数学”	(102)
第六章 “说数学” 课堂教学设计	(106)
第一节 概念课设计	(107)
一、概念课教学过程设计	(107)
二、概念课教学设计案例	(110)
第二节 原理课设计	(115)
一、原理课教学过程设计	(116)
二、原理课教学设计案例	(118)
第三节 问题解决课设计	(122)
一、问题解决课教学过程设计	(122)
二、问题解决课教学设计案例	(125)
第七章 数学课堂教与学认识方式	(132)
第一节 教学认识方式	(132)
一、数学教学认识活动	(133)
二、数学活动中学生的认识对象	(134)
三、数学活动中学生学习的认识形式	(136)
四、数学活动中学生的认识过程	(137)
第二节 学习认识方式	(139)
一、学生数学认识的条件	(139)
二、学生数学认识的方式	(142)
三、提高学生数学认识能力	(143)
第三节 问题驱动式认识方式	(145)
一、问题驱动式教学	(146)



二、问题驱动式教学过程	(146)
三、问题驱动式教学原则	(148)
四、问题驱动式教学中教师行为理念的践行	(149)
第八章 “说数学” 课堂实践思考	(151)
第一节 课堂教学成效分析	(151)
一、教学方式可改变分析	(152)
二、“说数学” 教学设计分析	(156)
三、问题驱动式课堂分析	(159)
第二节 主要成果解析	(163)
一、数学学习的经验性思维	(164)
二、基于语言驱动的“说数学” 课堂	(165)
三、基于行为主义学习理论的数学教学观	(165)
四、基于问题驱动的“说数学” 课堂	(167)
第三节 “说数学” 课堂实践反思	(168)
一、关于“四基” 教学	(168)
二、关于学习中的认识	(170)
三、关于数学阅读	(171)
附录 论文成果精选	(173)
一、论数学学习的经验性思维	(173)
二、基于语言的“说数学” 课堂	(180)
三、数学课堂“说数学” 思考	(185)
四、基于行为主义学习理论的数学教学观	(187)
五、例谈问题驱动的课堂教学设计 ——平面向量坐标运算内容的分析与思考	(190)
六、高中数学“说数学” 设计策略	(194)
七、基于问题驱动的“说数学” 课堂教学	(199)
八、基于质疑教学建构数学经验性思维	(205)
后记	(210)

第一章

导言

数学语言的掌握是影响学生数学表述的原因，“通过对书面考试各个环节的仔细分析，学生在考试中的失败往往不是由于未能掌握相关的算法，而是语言上的困难”，根本原因是数学语言理解、互译和表达能力有限，面对一个数学问题，他们无法从阅读中获取必要的数学信息，不理解问题包含的数学语言，进行语言转译显得无能为力。从信息加工理论看，问题解决的过程是：首先对问题感知获得表象，然后调动原有知识信息将表象按一定的逻辑顺序进行加工，再用书面语言把思维活动过程逻辑地表述出来，即数学问题解决是一个对数学语言阅读理解、转译加工和表述的过程。若存在数学语言的理解和转译障碍，正确地表述也就无法顺利进行。教师方面，驾驭数学语言能力有限，对数学语言理解不深刻；学生方面，学习水平差异、交流能力、惧怕教师心理、惧怕学生嘲笑心理，不能完全理解数学词语、未能掌握数学之间的联系、不能将图表语言转化为文字语言、不能将文字语言转化为符号语言，都是数学语言问题。数学语言障碍直接影响数学表达，学生或者不能表达出来，或者表达有错误，或者表达不全面、不清楚，或者不能用不同的语言表达形式表达同一个数学信息。

（资料来源：刘喆《小学生数学表述状况调查及数学表述教学模式研究》，载《数学教育学报》，2011年第1期，第26-30页中的摘要）

“说数学”是在学生数学现实水平之上的对话教学，通过有效对话促进学生理解与意义建构，它的哲学基础是建立在主体间性上的现代哲学，“在主体间性哲学那里，存在被认为是主体间的存在，孤立的个体性主体变为交互主体，主体间性成为主体与主体在交往活动中所表现出来的以‘交互主体’为中心的和谐一致性”^①，强调的是不同的主体在交往过程中共同构建起来的相互理解与沟通。“说数学”运用于数学课堂教学，就是主导与主体互为条件并相互磨合的一种积极主动的关系，就是构建主体间性的桥梁。两者的作用在教学实施过程中地位是平等的，主导的作用是教学内容的合理选排和施教行为的合理调控，主导行为的得当与否直接影响到课堂质量的高低。主体作用是在有了主导之后才得以发挥，问题在于“什么时候”“以什么方式”和“在多大范围内”主导；主体作用是教学过程中学生的学习行为的反应，学生参与面的大小和参与程度的高低直接影响到学习的质量，主导作用有了主体的积极参与才能够有效地发挥。在教与学的系统中，必须充分发挥教师主导与学生主体的作用，有效地营造教学环境，把教学民主贯穿于教学全过程，使教与学构成良性的、和谐的循环系统。

^① 李森，伍叶琴. 有效对话教学——理论、策略及案例 [M]. 福州：福建教育出版社，2012：2.





第一节 “说数学” 教学的提出

在“说数学”教学认识活动中，用语言描述数学及其关系是一项重要的数学活动，学生在数学学习中，除了要有领会一般的自然语言的能力外，还需逐步了解和掌握数学中独有的语言特点，并借助它正确而敏捷地进行思维。语言是思维的外壳，数学思维的活动作为思维的实现是离不开数学语言的。因为数学语言是用来储存、传递和加工数学知识的物质载体，它总是以表述、记录数学知识的形式出现，作为数学知识展示的窗口。数学语言把数学思维的结果用词、符号及其语句表达出来。没有数学语言，思维也就不存在了。^① 数学语言是人类研究数学精思妙想的结晶，数学意义必须要利用词语、符号等来传达，如果学生不能弄清，或是不熟悉、不明白语言的规律和约定，那么就无法弄清它们的意义，就会引起理解上的障碍。

一、“说数学” 与数学思维

思维离不开语言，思维越复杂，对表达思维的语言要求就越高，对运用语言的能力要求就越强。语言离不开思维，语言所表达的概念和知识是引起思维的条件，语言越丰富，越能引起思维的开展。数学语言是数学思维的工具，掌握数学语言是顺利、有效地进行数学学习活动的重要基础之一。

数学语言包含两个方面，一方面是数学传承语言，即数学判断的陈述性语言和程序性语言或数学的基本规定，如数学定义、基本原理、法则、公式、定理、几何图形、推理等语言系统。教学中应当引导学生分析各种陈述性语言的特点和意义，明确语言的生成环境和应用环境，帮助学生明白数学中的重要结论和基本理论都是来源于具体对象的一般属性，这些一般属性的概括又具有内容的连贯性。应用数学知识解决实际问题必须遵循基本的逻辑规律，准确把握运算推理的思维过程。坚持把数学语言的掌握同数学知识的掌握紧密地结合起来，发展学生的思维能力。

另一方面是数学符号语言。形式化的数学符号语言是数学思维发展的基础，也是数学发展的重要条件，没有适当的完整的数学符号系统就没有现代数学。数学是符号驰骋的天地，每一个符号在特定的环境中都具有其明确的数学含义。数学中的概念、公式、法则、定理，以及数学运算、推理变形、数学问题的解决过程等都渗透着各种意义的符号。抽象符号的广泛使用既增强了数学的简洁美，也提高了数学的抽象性。数学教学活动中，符号与论证是紧密结合的，使用符号可以使论证精确化，使论证逻辑关系明显，使推理严谨，更能充分锻炼学生的逻辑思维能力。推理论证中符号正确而广泛的使用，首先是数学抽象化特征的要求，其次能进一步领会符号的数学意义，为学习新知识提供基础，第三能培养学生科学的思维头脑。符号是论证的手段，只有使用符号的论证，才能掌握符号科学的科学化体系。论证是符号的窗口，符号只有在推理论证时才能显示效果，发挥作用。

在数学学习中，数学语言和数学思维总是联系在一起的。例如，对于动点到一个定

^① 郑年春，史天勤，肖强烈. 数学思维方法 [M]. 大连：大连海运学院出版社，1990：164.



点和一条定直线的距离相等，这个动点的轨迹是一条抛物线。数学思维在处理这个数学事实时，借助于笛卡尔平面，求出它的轨迹方程。设定点为 F ，定直线为 l ，过点 F 作直线 $k \perp l$ 于 E ，取 EF 的中点为坐标原点，以直线 EF 为 x 轴，设动点 P 到直线 l 的距离为 d ，则 $|MF| = d$ ，于是推导出这个动点的轨迹方程。这就凭借数学语言把动点的变化关系表述了出来。可见，解决问题的思维过程是通过数学语言描述出来的。正如物理学家波尔所说：“数学不应该看成是以经验的积累为基础的一种特殊的知识分支，而应该被看成是普通语言的一种精确化，这种精确化给普通语言补充了适当的工具来表示一些关系”^①。在数学思维中，必须使用数学语言，在语言的运用中，必然体现着数学思维。

一定的语言能力是一定的思维能力的标志。这是因为，其一，数学语言是提高数学思维确定性的形式和手段。在自然语言中，多属于陈述语句，有些可能是模糊的或多义的。但数学语言，特别是符号语言都是准确的、明确无误的，所以数学语言的使用就是为了保证数学思维的确定性。其二，数学语言是提高数学思维抽象性的形式和手段。数学语言是对数学具体对象本质的描述，它具有简单性、精确性和确定性。正因如此，它增强了数学思维的抽象性和概括性。其三，数学语言是提高数学思维质量与效果的形式和手段。数学思维是用来解决问题的，当思考问题、阐述观点、解答习题时，就会自觉和不自觉地使用数学语言，力求增强语言描述的科学性、准确性。这种语言和思维的可比较性促进了思维的质量和效果。

数学语言是数学思维的窗口，美国语言学家布龙菲尔德说过“数学不过是语言所能达到的最高境界”^②，反映了思维和语言密不可分。其一，思维是借助于语言来实现的，从思维活动的产生、进行到结果都离不开语言。“语言是思维的直接现实”（马克思恩语）。恩格斯也指出：思维“只有在语言材料的基础上、在语言词和句的基础上，才能产生和存在”^③。其二，思维形式总是和语言形式相对应，语言所表述的对象是思维的结果，没有思维的加工，语言就会苍白无力，更不能形成判断。数学对象没有任何实物和能量的特征，人们之所以能够触摸到它，是通过语言和符号来间接地认识它的，通过语言来恢复它本来的面貌。学习数学要懂得数学语言，特别是数学的符号语言。学习和教学如果忽视了数学语言，这样的学习和教学无异于买椟还珠。如果说数学是一艘知识大船，那么数学语言就是托起大船的水，水积得越深，托起的船就越大。

数学语言作为表达数学对象和进行数学思考的工具，不仅影响着学生对数学概念及其相关性质的掌握，而且对学生数学思维的发展起着重要作用。语言是表达思维的一种操作，正确反映思维的结果，需要精确同步的语言。如果数学语言用得不到位，就会使思维的成果大打折扣。在数学学习中，随着学习的深入，概括性和抽象性的能力要求不断提高，数学语言的应用要求也越来越大，而且越来越复杂。复杂的概念和关系都是在简单概念和关系中发展起来的，这些概念和关系都是用数学语言表述的。如果语言词义不明或混乱，甚至言不达意，就很难理解和掌握数学概念和关系。正如数学家斯托利亚

① 郑年春，史天勤，肖强烈. 数学思维方法 [M]. 大连：大连海运学院出版社，1990：165.

② (美) 布龙菲尔德. 语言论 [M]. 北京：商务印书馆，2008.

③ 张润庠. 数学逻辑学 [M]. 海口：南海出版社，1991：17.