

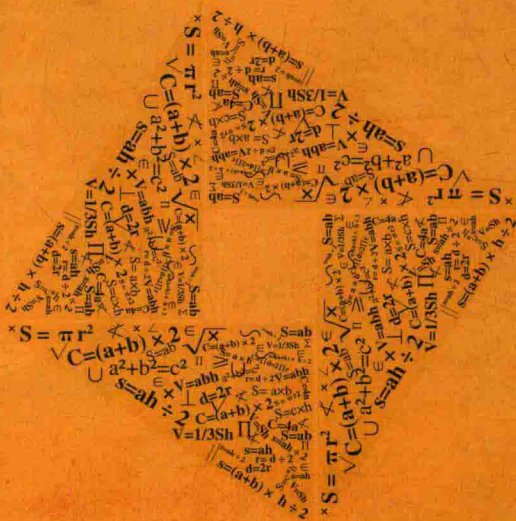
数学史走进小学数学课堂 探索丛书

蔡宏圣 主编

数学史

走进小学数学课堂： 案例与剖析

蔡宏圣 著



教育科学出版社

ESPH Educational Science Publishing House

出版人 李 东
责任编辑 郑 莉
版式设计 宗沅雅轩 孙欢欢
责任校对 张 珍 刘 婧
责任印制 叶小峰

图书在版编目 (CIP) 数据

数学史走进小学数学课堂：案例与剖析 / 蔡宏圣著. —
北京：教育科学出版社，2016. 8

(数学史走进小学数学课堂探索丛书)

ISBN 978-7-5191-0754-3

I. ①数… II. ①蔡… III. ①数学史—教学研究—小学 IV. ①G623.502

中国版本图书馆CIP数据核字 (2016) 第187796号

数学史走进小学数学课堂探索丛书

数学史走进小学数学课堂：案例与剖析

SHUXUESHI ZOUJIN XIAOXUE SHUXUE KETANG: ANLI YU POUXI

出版发行 教育科学出版社

社 址 北京·朝阳区安慧北里安园甲9号

邮 编 100101

传 真 010-64891796

市场部电话 010-64989009

编辑部电话 010-64981357

网 址 <http://www.esph.com.cn>

经 销 各地新华书店

制 作 宗沅雅轩

印 刷 保定市中华美凯印刷有限公司

开 本 169毫米×239毫米 16开

印 张 12.25

字 数 174千

版 次 2016年8月第1版

印 次 2016年8月第1次印刷

定 价 29.80元

如有印装质量问题，请到所购图书销售部门联系调换。

本书系江苏省教育科学“十二五”规划重点资助课题（B-a/2013/02/002）
“数学史视野下的小学数学教学的案例研究”的成果

一项创造性的研究

成尚荣

早就听说蔡宏圣有一个全新的研究方向、重要的研究领域：数学史与小学数学教育研究。因此，我一直在关注。直觉告诉我，这一研究有着重要的、特殊的价值和意义，有新意，有厚度，有分量。研究得好，可以开启小学数学教学改革研究的另一个视角，开辟小学数学教学改革研究的一个新领域。当然，我的直觉还是有一些理性思考支撑的。相信，不少专家和教师也都会有这样的直觉判断。

这几天，我翻阅了他在这一研究领域中案例部分的成果，边看边感动，越看越想往下看。这是一位小学数学特级教师在实践中、研究后写成的书，问题导向、实践导向十分鲜明，很接地气；他所叙写的教学案例，情境化、现场感很强，真实、自然、鲜活。这又是一位研究人员基于实践并超越实践的理性追索；在书斋里，在历史典籍里，在活生生的课堂里，潜心阅读、寻找突破、创新实践、剖析提炼，历史的悠久感、纵深感和理性精神跃然纸上，清晰、深入、浅出。这似乎还是一位数学史的关注者和学习者对历史深情的回望，充满温情和敬意；他从历史出发，观照现在，将现实和数学史相联结，充满深沉的思考；他还在前瞻未来，对小学数学教育充满着美好的想象。这一专著告诉我们，宏圣的研究与实践是成功的，成果丰厚，证实了我的预言：为小学数学教学研究开辟了新领域，寻找到了一个新的突破口和生长点，增加了小学数学教学研究的学术含量。前几年，我给宏圣写过一篇短文——《蔡宏圣的数学理性气质》，其中说他的文字里“透析着一种哲思、深刻”，说他“是一个真正的研究者”。这几年积淀下来，我们又欣喜地发现，宏圣正在进行一个更为重要的转化：从教师到研究者再到学者。在小学教师的群体中，



能有这样转化的人，少之又少。我相信，宏圣的这一转化终会实现，我的又一个预言同样会被证实。

研究之所以说成功，是因为宏圣成功地回答了以下一些问题。这些问题不仅是教师们普遍持有的，也是一些研究者、学者们所想探讨的。也许，数学史与小学数学教育研究有非常重要的意义，正是这些问题的提出与回答，使得这些问题变得敞亮起来、澄明起来。

首先，什么叫“数学史与小学数学教育研究”，这需要定义。宏圣从对“历史”的定义开始。“‘历史’一词的意思，在中国都包含在‘史’字里。‘史，记事者也，从又持中。中，正也’（许慎《说文解字》），即保持中正的态度用右手记事。”这段话从文献中来，恰当地选用、准确地点击了数学史的重要特质，数学史视野下数学教学坚守的是理性的精神和科学的态度。从历史出发，对于数学的概念教育宏圣又说，“定义，并不是最重要的”，“一个定义不等于概念的全部”，尤其是对小学生来说，“不应该抛开概念的意义只教定义，或者围绕着概念的定义组织判断等训练”，“重要的是通过一个个具体的事例和情境，让学生体会和领悟这个概念的多方面意义”，进而“创造学生对概念的理解”。这样的阐释，让我想起马克思的重要观点：“在科学上，一切定义都只有微笑的价值。”宏圣还是相当有见解的，他的研究成果向我们展开了笑脸，在微笑价值的背后有着更深沉的思想追求及对学术价值的崇尚。

其次，小学数学教育为什么要关注、研究数学史。这里涉及何为数学史以及数学史何为的问题。蔡宏圣首先基于数学史家M. 克莱因“历史是教学的指南”的观点提出：“历史呈现了知识的来龙去脉，叙说了人类认识如何步步深入，在抽象的过程中我们就能体会和把握认识提升的关键。”数学史具有回望与前瞻并存的特点，因而推动了数学及其教育的发展。“数学史，研究数学知识的起源、形成和发展，向前能诠释一个知识、一个思想乃至一个数学分支的源，向后能诠释它们的流。”源与流正是在“向前”又“向后”中，在这样的“诠释”过程中，清晰起来，涓涓流动起来。于是，“诠释”也成了数学史在数学教育研究中的基本方法。往深处看，关注、研究数学史，是一种回溯——回到历史，回到原点，回到经典，回到过程，因而回到规律，回到发展方向上来。历史学家阿诺德·汤因比曾提出“元历史学”概念。他认为，

“元历史学关注的是历史的性质和意义以及历史变迁的原因和意义”^①。不难理解，数学史与小学数学教育研究，对于培养教师进而培养学生元认知的学习意识和能力有重要意义，这当属一种深度学习。意义不仅在此，还在于数学史“提供了整个课程的概貌”。因此，数学史与小学数学教育研究具有知识论、教学论、课程论以及哲学、历史学等多方面的意义，印证的正是历史学家琼斯所提出的“历史赋予事件的意义”^②这一重要判断。

再次，小学数学教师为什么要关注、研究并恰当地运用数学史。这是与上一个问题自然、紧密联系在一起的问题，与小学数学教育关系尤为密切。宏圣非常明确，“一个小学数学教师读数学史，不是为了教数学史，而是为了教数学”，是为了更好地教数学。“读史是用史的基础”，而用史主要用于数学教学实践，因为，“一个教师知道了一段数学史实，他设计的教学能有多大的创新性和发展性，取决于他有没有读透进而读活数学史”。从字面上看，一个小学数学教师要读透且读活数学史是相当困难的，不过，宏圣有自己独到的诠释：“为了教学的数学史研读，是立足于现实中的‘人’而去关注历史中的‘人’。”关注人，无论是历史中的人，还是现实中的人，他关注的是数学文化、数学教育文化，因为文化是人化，是人创造了文化，是人创造了数学史，只有关注人，才会有真正的创造。蔡宏圣坚定地认为，数学史研究不是在教学中“历史复原”，而是从中发现人，发现规律。这就是“读透”、“读活”。在这样的过程中，教师的专业就会更为厚重，视野就会更为宏大，思考就会更为深刻。

第四，数学史视野下的小学生是怎么学数学的。不管数学教育怎么改，都是为了儿童，舍去儿童这一主语，数学教学其实已经死去了，反之，坚守儿童这一主语，才会有完整的句子，也才会有独特的句子——独特的理解以及所建构的教学模式或范型。宏圣一直在研究儿童，而且他对儿童研究有他自己的见解：“读懂儿童不是泛化意义上追求对儿童的理解，而应突出地表现为细腻地、科学地对儿童在数学学习中的思维活动做深入了解和分析。”这不仅是一种研究方式，更是一种研究品质。在这样的品质引领下，他运用生物发生学的定律来介绍数学教学中儿童的学习：“一个个体的发育史会重蹈其种

① 汤因比. 汤因比历史哲学 [M]. 刘远航, 编译. 北京: 九州出版社, 2001: 57.

② 琼斯. 英国历史学家 [M]// 汤因比. 汤因比历史哲学. 刘远航, 编译. 北京: 九州出版社, 2001: 61.

族的发展史。这表现在数学学习中，就是学生学习数学的认知过程与数学史的发展过程相似。”接着，他提出了几个“没有变”：“认知面临的冲突没有变”、“认知拓展面临的挑战没有变”、“认知向前推进的逻辑没有变”。这几个“没有变”，其实是发展的逻辑和规律没有变。那么，回到那特定的认知过程中去，自然会遭遇到那些“老”问题，遭遇到前人曾遭遇到的问题。由此，他产生了一个精彩的观点：“历史中数学家曾经那么像儿童”。与数学史相遇不就是与历史中像儿童的数学家相遇吗？儿童与“儿童”相遇，才会有数学学习的真精彩。数学史与小学数学教学研究，其中的学术研究、教学研究固然重要，但这一切都是为了儿童，为了儿童会学数学，为了儿童数学素养得到进一步发展。相信数学史背景与理念下的儿童数学学习，更有历史的纵深感和厚重感，从历史的深处走来，带着“再创造”又走向未来。

数学史与小学数学教育研究还有不少可圈可点的地方。在阅读过程中，总发现不少珍珠在那儿闪光，而这些闪光的珍珠现在已串成了一条珍珠链，形成了闪光的图谱或曰坐标。对这样的成果我们在表示祝贺的同时，也深表钦佩之意。

小学数学教育研究已经有了很多风景，当大家沉醉于已有风景的时候，宏圣在开启一扇新的窗，他研究的这些成果正在教学的田野里绽放异彩。在若干年以后，这些研究成果也许会成为历史的一部分。不知那时的教师们、研究者们对此是怎么研读、怎么评价的。不管将来有什么样的看法，有一个声音一定是非常响亮、强大的，那就是：曾经有一位小学数学特级教师，在数学史的田野里耕耘过，播种过，他给我们留下了十分宝贵的财富。这一新视野的开拓，给小学数学教育研究带来了一个既具有历史意义又具有时代特点的研究课题，而这位特级教师的名字就叫蔡宏圣！

（作者系国家督学，教育部中小学教材审查委员会委员，原江苏省教育科学研究所所长）

序二

是案例，更是一个新的领域

汪晓勤

数学史与数学教育的关系 (HPM)^① 是数学教育中特色鲜明、富有魅力、前景广阔的研究领域，数学史融入数学教学的实践与案例开发则是 HPM 领域的重要方向之一。我国学术界从 21 世纪初开始关注 HPM，迄今已历经十载。十年间，已经产生了相当多的研究文献，但纵观这些文献，关注中学数学教育的居多，涉及小学数学教育的偏少；讨论数学史教育价值的居多，开展数学史融入数学教学实践的偏少；而数学史融入小学数学教学的实践探索更是凤毛麟角。

令人欣喜的是，宏圣老师和他的团队近年来筚路蓝缕，潜心研究，不懈探索，精心实践，在 HPM 领域异军突起，成就斐然，弥补了小学数学教育中 HPM 研究不足的缺憾。呈现在我们面前的《数学史走进小学数学教育：案例与剖析》一书就是他们取得的重要成果之一。

作者针对小学数学中的一些典型知识点，如小数、负数、用字母表示数、圆的面积、方程等，首先进行教育取向的历史研究，从历史中寻找有关概念、公式或思想产生的动因以及发展过程中的认识论障碍，然后结合学生的认知特点，对历史进行重构，形成教学设计，最后付诸实践。从这些 HPM 教学案例中，我们看到了数学史对学生多方面的教育价值。

一是体现知识之谐。古罗马哲学家西塞罗曾经说过：如果我们以自然为

^① 1972 年，在英国召开的第二届国际数学教育大会上，成立了数学史与数学教学关系国际研究小组 (International Study Group on the Relations between History and Pedagogy of Mathematics, 简称 HPM)。1976 年，该研究小组开始隶属于国际数学教育委员会。自此，数学史与数学教育的关系成了数学教育的重要研究领域之一。

向导，那么自然是决不会让我们误入歧途的。我们同样可以说：如果我们以历史为向导，那么历史是决不会让我们误入歧途的。数学史告诉我们，任何数学概念、公式、定理、思想都不是天上掉下来的，都有其自然发生发展的过程。以史为鉴，方能确保课堂上每一种新知识的产生是自然而然、水到渠成的，既符合学生的认知基础，又激发了学生的学习动机。可以说，本书的所有案例都将历史无声地再现于课堂之中，充分体现了宏圣老师的“和谐数学”思想。

二是获取探究之乐。数学史蕴含着丰富多彩的问题、思想及方法，我们可以借鉴数学史为学生提供探究机会，让他们经历知识的发生发展过程，积累数学活动经验，获得成功的体验。圆面积、负数、认识厘米等教学案例都生动地体现了这一价值。

三是展示文化之魅。数学史融入数学教学时，课堂上恢复了人的元素，学生在学习用字母表示数时，认识了丢番图和韦达；在学习圆面积公式时认识了开普勒；在学习小数时，知道了分数的故事，等等。从学生会心的微笑中，我们看到数学文化所营造的不一样的课堂。

四是彰显德育之效。在数学史融入数学教学的过程中，数学家似乎是班级里一名“额外”的学生，而每一位学生在不知不觉中都成了数学家。跨越时空的交流，让学生亲近数学，热爱数学，树立学习的自信心，成为数学学习的主人。

从本书中，我们也看到了数学史对于小学数学教师专业发展的重要价值。这里以教师的专业知识——MKT（完成数学教学工作所需要的数学知识）为例。MKT由一般内容知识、专门内容知识、水平内容知识、内容与学生知识、内容与教学知识、内容与课程知识组成。除了一般内容知识，其他五类知识都与数学史有密切关系。

“专门内容知识”是指教学所特有的数学知识和技能。对于许多“为什么”的回答，需要教师拥有专门化的知识，而数学史就是这样的专门化知识。为什么有了分数还要学小数？小数是很小的数吗？为什么小于直角的角被称为锐角？诸如此类的问题，都属于“历史上的为什么”，非逻辑手段可以解决。“水平内容知识”是指对整个数学课程中数学主题之间联系的了解。以圆面积为例，古希腊数学家阿基米德、德国数学家开普勒都是通过将圆转化为

三角形来获得面积公式的，数学史揭示了圆和三角形之间的联系，因而为教师提供了水平内容知识。“内容与学生知识”是指对学生的了解和对数学的了解相结合的知识。在16世纪法国数学家韦达之前漫长的历史长河中，没有人想到用字母表示任意数，我们完全可以预测，在“用字母表示数”这个主题上，学生一定会有困难；由于将零视为“没有”，欧洲人直到19世纪还不接受负数，我们也有理由相信，学生在课堂上一定会遭遇认知障碍。因此，数学史为教师提供了内容与学生知识。“内容与教学知识”是指对如何教授的了解和对数学的了解相结合的知识，本书中的所有案例都揭示了数学史与这类知识之间的密切关系。“内容与课程知识”是指对课程大纲、课程标准有关要求以及有关教学材料的了解。作为课程资源，数学史是小学数学教师不可或缺的课程知识。

总之，本书既揭示了数学史对小学生多方面的教育价值，也揭示了数学史对于小学教师专业发展的重要意义。我深信，本书的出版必将让更多的小学数学教育工作者关注 HPM，喜爱 HPM，并走进 HPM。我更期待，千千万万的小学数学课堂都能因为 HPM 而洋溢着数学文化的芬芳，千千万万的小学生都能因为 HPM 而更加亲近数学、理解数学、热爱数学。

在本书付梓之际，谨向宏圣和他的团队表示祝贺，略志数语，聊以为序。

（作者系中国科学院科学技术史博士，华东师范大学数学系博士生导师）

赞，小学数学教育改革的新探索

华应龙

蔡宏圣主任多年执着于心的课题，近来完成了其成果新著——《数学史走进小学数学课堂：案例与剖析》，我作为其同道、同行、同乡和多年相交、相识、相知的挚友，感到由衷的高兴。谨以此文权应其邀，忝为一序，并对他的课题研究及其新进展，表示诚挚的祝贺和无上的敬意！

一、丰富切实的专著特色彰显

数学史与小学数学教育的研究课题，是宏圣先生从自身所从事的小学数学学科教育出发而集聚多年心力展开探寻的一项研究事业。本书以“案例与剖析”的体例，从小学数学教学内容的若干典型个案出发，通过课堂教学的真实过程，显示课题研究的思想深度与实践界面。研究中作者着眼于现实中儿童的小学数学认知建构，搜集和运用所研究的数学史资料，抓住数学科学发展的历史事件、历史现象和数学科学发展进程的思维轨迹，潜心寻觅个体儿童数学认知建构规律，聚焦认知障碍，捕获数学信息的核心，明确当下的小学数学课堂教学改进的发力方向。

宏圣的新著能够紧抓小学数学教学内容的序列转折和认知拐点，筛选出关于负数、字母表示数和方程、厘米和平行线、24时记时法、乘法和乘法竖式、小数和圆的面积等十个认识类典型数学新概念教学课题。作者积极拓展、辛勤挖掘，充分感悟数学学科的教法思想。新著尽力挖掘和展示数学科学发展的历史细节，分别从“史海钩沉”、“史料梳理”、“教学探索”和“提示解读”四个篇章，去深入揣摩、积极探索和拓展课题认知。他搜罗、体悟前人的认知困惑、寻找和再造数学定义的约定过程，从而设计有深度、有新意的数学教学，再上升到教学认识的新高度加以思辨、凝炼，随教随思，即悟即



言。比如，认识负数的案例“提示解读”部分中“学习关键概念，本质上就是改造人——重组他的经验世界，拓展他的认知疆域，提升他的数学思维”，说得多么深刻啊！

其间，由史而思，从思而创，由课而论，一语中的，以此显示了该课题研究的务实性、典型性、连贯性和创造性。让兄弟得陇望蜀、寄予奢望的是，从数学课程领域而言，如能在概率与统计和综合与实践方面有所顾及，该书当会愈发完满。

二、多元转换的课题立意视界

新著“案例与剖析”的撰稿，非一日之功、一孔之见。作者长期积累、厚积薄发、多管齐下，不仅仅作为教者，更经历了多重身份与角色的变换。其中至少有五种变换：有作为历史研究者对于数学专业历史的深情回望，有作为心理学研究者对于数学认知思维进程中数学认知矛盾和数学进展原动力的刻意探究，有作为教育工作者对于儿童学情、心理发展的准确把握，有作为教学研究者对于小学数学教学实践尝试的智慧创新，还有作为科学研究者对于数学教育做出课题认知的最新升华。而案例的积累由一而三，直至十，表达了紧扣课题立意的十个不同的研究启示。作者将筛选、观察、分析、实践创新与思辨研究集于一身，一鼓作气、步步紧逼、一气呵成，成就特色鲜明、可读性很强的研究新著！这需要多么巨大的开拓勇气，多么灵活的方法变换，多么执着的意志坚守！

课堂教学面对的是一个鲜活的生命。虽为群体教学，但相对于人类的认识史而言，课堂上学生的思维就是个体思维。我们知道，历史是现实的一面镜子。尽管随着时空的变迁和不绝的流逝，生物种系会有一些变异，但是，从整体来说，种系发展的历史中都会存留、包含若干个体传承发展的信息，而个体发展的历程中也就投射、浓缩和包蕴了种系发展的信息编码。当下的个体是种系历史的投射和浓缩。我们既可以窥一斑而见全豹，也可以从全豹而推知一斑。当然，这不是简单的推理和衍化，而需要特殊的研究努力与独特的技术发现。从人类数学学科历史考察中，可以提供对当下儿童个体数学认知推进的预见性把握，当然也能够从当下儿童个体思维中窥见、回望历史中数学巨子曾为的数学儿童——“历史中数学家曾经那么像儿童”。

由案例的研读，可以获知作者当下的小学数学课堂，个体儿童现实的数

学学习与数学史中人类认知发展不时地实现了对接。这就让儿童的数学思考具备了宏阔的史观底蕴，从而使得小学数学教学更接地气，更具灵性。基于这样的数学课堂教学，也就赋予了本课题研究深度的探索性和新颖的创造性。这是他坚持以史为鉴、古为今用探究方向的结晶。他纵观数学学科不断展拓的历程，从中反观现实的儿童数学学习，让当下儿童的数学课堂整体上再度经历数学科学的历史思维，出现鲜活的过程性细节。比如，在本书“24 时记时法”教学中，不但讲述了古人从上到下以水流多级的“铜壶滴漏”来计时，而且让学生造出黑白两把“时间短尺”；引导理解机械钟表周而复始旋转计时的便捷，进而诱导学生“胡思乱想”设计出 1—24 钟面刻度，再投影出新奇钟表的罕见实物，以此赞赏儿童的创新思考。这就使得如今的数学课堂集中突出数学科学发展的本质，丰富课堂的探究性韵味，展拓数学探究的历史性厚度。

这样的小学数学课堂，一方面引导追根溯源，另一方面提升思维深刻性与细腻度。儿童会为课堂的数学史和包蕴其中的逻辑性所吸引、所陶醉。当今的儿童会真切体验古今中外的数学巨匠如祖冲之、华罗庚、斐波那契、笛卡儿等数学探究的历史情境和冲突性经历，时不时地诱发出思维的新创意，真切感受学习数学的成功、思维的乐趣，体验生命成长的自信。这不失为一种独特而智慧的教学创造！

三、收获丰硕的研究历程启示

宏圣主任研究数学史与小学数学教育，撰写此书，成就了小学数学教学局面的深刻变化，并给教师成长、师资队伍建设以及教师的教科研提供了多方面的启示。

1. 实现了小学数学教学的深层变化

本课题通过开掘数学史资料的科学矿藏，大量搜罗古人是如何认识和形成数学概念的，追溯远古历史的当时遇到过什么矛盾，发生过什么人和事，要去选取、链接移植与儿童的数学认知相类相近的故事性元素，引领现实中儿童的认知建构。这样的研究性数学教学努力的发展意义十足，令小学数学课堂教学焕然一新，形成了鲜明的课题特色：其一，这使得现实的小学数学课堂教学具有了生动的情境性和趣味性；其二，使得当下的数学课堂教学获得了灵感激发的可能性与成长的智慧性；其三，使得儿童从日常的数学课堂

教学中，感受到宏观的发展性和深邃的人文性；其四，这样的数学教学具备了新时代基础教育对数学教学所要求的全面的教育性、促进素质发展的多元性。在这样的数学课堂教育活动中，儿童的主体地位得以确立，师生课堂生命的感受深刻独特而活力四射！

2. 提示了对于教师要求的高标准定位

通过考察该课题、研读本书，我们明显感受到，当今社会经济和科技发展加快，国际竞争日益激烈，人类的认知信息急剧膨胀。在这样的新时代，对于教师的要求也呈现出峭壁式的大幅攀升。教师不应当只是讲究教、关注学，他应当是一个研究者，而有成就的研究者教师还应当是一位多面手。诚如该课题的开掘，她需要数学教学工作者具备较为专业的数学史研究者、儿童心理洞察者、数学认知思维研究者和教育科学研究者的多重角色。研究中需要实现视界的灵活切换、精力的多频道投射。宏圣先生的该课题研究成果，以无可辩驳的事实彰显了新时代有抱负的数学教师，必须成为多元研究者的必要性和跋涉攀登的无限可能性。

由此我们明白，教师教法风格是怎么形成的了。实际上，教师的长期学养、知识储备的不同结构和深入程度，再加上跟进的同道群体的亲近交往、长期感染影响，铸就了其教学特色和风格个性的多样性和璀璨性，并会显露出其教学风格的不同流派！

3. 昭示了教师教科研的成功之道

古人说：“师者，所以传道、受（授）业、解惑也。”人师以育人为己任，以讲授课业为常态。立足教师岗位的课题研究，就当探究育人之道，心系课业讲授之途。宏圣先生研究数学史与小学数学教育，撰写此书，正是立足于讲坛，为了育人。他从儿童学习数学的认知建构的需要出发，以史为鉴，再创原初的认知情境，复归现实的数学课堂加以课业讲授、创新运用、检验反思，从而丰富、展拓、建构自身宏大的课题认知体系。这就显示出其研究特点：一是教师的研究是从实际教学工作需要出发的；二是教师的研究要借助实际教学活动完成课题认知；三是教师研究的成果直接输送到课堂教学实践之中；四是教师的研究中，往往会成功地运用“类”与“个”、“古”与“今”、“彼”与“此”的全息投射迁移。简言之，教师研究是为教而研、在教中研、研归教中、以研促教的。研围生转，研不离教，这应当是我们教师

研究的本色。宏圣不愧是个聪明的育人者，睿智的研究者，博学勤奋的学习者——不，令人敬佩、成果富宏、“圣”名远播的学者！

“海内存知己，天涯若比邻。”我与宏圣是同饮长江水长大的，我们多年一起在南通的教坛共同打拼，一道相互深情顾望，一同接纳南通地域江风海韵的人文熏陶。宏圣跨古今时空，以史为鉴，融古烁今，从南通放眼全省和全国。“南通教育现象”在我们所共同从事的小学数学教育中得到了某些彰显。让我们继续相互携手，多元开掘，协力同心，只顾崎岖，共谋中国小学数学教育研究无限美好的明天！

（作者系北京第二实验小学副校长，全国著名特级教师，首批“首都基础教育名家”）

写在前面

走自己的路，让别人发现这也是条路

2000年8月起，我来到了教研室工作，渐渐地对课堂教学生疏了不少。这之后，有高人点拨我：如果你还想在专业上继续提升的话，必须回到课堂中去。2003年4月，趁着一个大型教研活动的机会，便逼着自己沉下来再去上课。那时候，要执教的课题是“乘法的初步认识”，之前所有的教学几乎都直截了当地告诉学生：像“ $2+2+2+2+2+2+2+2$ ”这样的加法算式还可以写成乘法“ 2×8 ”或“ 8×2 ”。在备课中自己揣着一份顾虑，如果我的教学在概念形成的关键节点处也如此走过场，那听课教师如何评点我教研室副主任的身份?!于是，就琢磨“从加法到乘法，人类的认识是如何提升的”，教学能不能重现这样的历史经典时刻，从而让学生透彻把握一个数学知识的必要性和本质意义。就这样，无意中步入了数学史的领地。

很多时候，第一次做某事可能源自直觉，没有理由。当初次运用数学史获得广泛关注的热闹散去后，我慎重地思考起自己的专业发展该走怎样的路。课堂教学既是一种艺术也是一门科学。鉴于此，大凡对于课堂的追求就有两条路径：一种是认识上墨守成规，在工艺上、细节上求精致；另一种是锐意进取，在思路上求突破，可能工艺上有瑕疵，但会给人以启示。因此，课堂的美可以是外在的精致美，但四平八稳、老气横秋，在老的框架里守旧；也可以是内在的思想美，新意迭出、清新隽永，在新的天地里眺望，但可能细节上有瑕疵。鲁迅说，世界上本没有路，走的人多了，也便成了路。但在老路上走，永远是别人的路。专业成长的捷径应该是走自己的路，让别人发现这也是条路。由此，我选择了有意识地从数学史的角度去思考教学问题的专业成长路径。本书就是这十几年思考和实践的结晶，当然也是江苏省教育科学“十二五”规划重点资助课题“数学史视野下的小学数学教学的案例研究”的成果。