

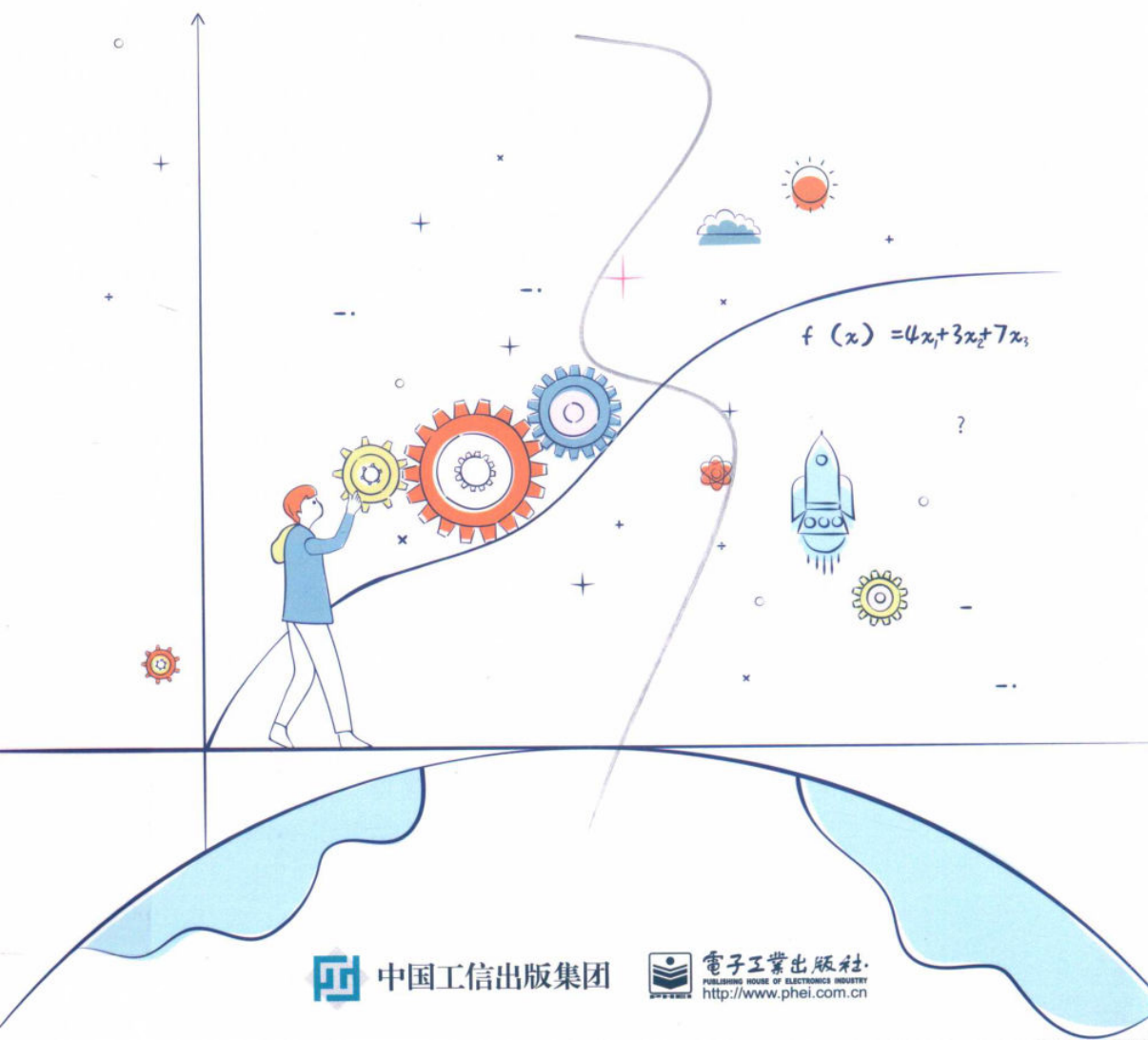
离不开的数学

无数学 不生活

# 数学中的运筹思维

焦宝聪 编著

运筹帷幄中 决胜千里外



中国工信出版集团



电子工业出版社  
PUBLISHING HOUSE OF ELECTRONICS INDUSTRY  
<http://www.phei.com.cn>

离不开的数学

# 数学中的运筹思维

焦宝聪 编著

电子工业出版社

Publishing House of Electronics Industry

北京·BEIJING

未经许可，不得以任何方式复制或抄袭本书之部分或全部内容。  
版权所有，侵权必究。

#### 图书在版编目（CIP）数据

离不开的数学. 数学中的运筹思维 / 焦宝聪编著. —北京：电子工业出版社，2019.6

ISBN 978-7-121-36721-2

I. ①离… II. ①焦… III. ①博弈论—普及读物 IV. ① O1-49 ② O225-49

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2019) 第 106684 号

责任编辑：张贵芹 文字编辑：仝赛赛

印刷：三河市鑫金马印装有限公司

装订：三河市鑫金马印装有限公司

出版发行：电子工业出版社

北京市海淀区万寿路 173 信箱 邮编 100036

开本：720×1000 1/16 印张：7.5 字数：116 千字

版次：2019 年 6 月第 1 版

印次：2019 年 6 月第 1 次印刷

定价：36.80 元

凡所购买电子工业出版社图书有缺损问题，请向购买书店调换。若书店售缺，请与本社发行部联系，联系及邮购电话：(010) 88254888，88258888。

质量投诉请发邮件至 [zltz@phei.com.cn](mailto:zltz@phei.com.cn)，盗版侵权举报请发邮件至 [dbqq@phei.com.cn](mailto:dbqq@phei.com.cn)。

本书咨询联系方式：(010) 88254510，[tongss@phei.com.cn](mailto:tongss@phei.com.cn)。

## 第 1 章

001

### 你了解运筹学吗

003

#### 1.1 什么是运筹学

007

#### 1.2 运筹学的特点

目 录

contents

## 第 2 章

015

### 运筹学的起源

017

#### 2.1 运筹学的军事起源

022

#### 2.2 运筹学的管理起源

025

#### 2.3 运筹学的经济起源

## 第 3 章

### 走进线性规划

- 029
- 031 3.1 什么是线性规划
- 035 3.2 用图解法求解线性规划
- 040 3.3 线性规划的应用
- 048 3.4 线性规划的计算机解法

## 第 4 章

### 动态规划初步

- 055
- 057 4.1 动态规划的求解思想
- 062 4.2 贝尔曼最优化原理

## 第 5 章

### 决策分析概述

- 067
- 069 5.1 决策的重要性
- 074 5.2 如何制定可行性方案

## 第 6 章

### 079 不确定型决策与风险型决策

#### 081 6.1 不确定型决策

#### 087 6.2 风险型决策

## 第 7 章

### 095 试验最优化方法

#### 097 7.1 什么是试验最优化方法

#### 099 7.2 单因素优选的 0.618 法

#### 102 7.3 单因素优选的斐波那契方法

# 第1章

你了解运筹学吗

1

## • 导 言 •

运筹学诞生于第二次世界大战期间，是由于反法西斯战争的需要而发展起来的一门新兴学科。其实，在我们的生活中，运筹学是无处不在的。学习本章内容后，你会对运筹学的应用领域有一定的了解，同时，还会了解到历史上运筹学的一些实际应用案例。是不是迫不及待地想要推开运筹学的大门了呢？让我们一起学习吧！

## 1.1

## 什么是运筹学

虽然你可能没有学过运筹学，但是运筹学中的很多思想与方法，你在以前的学习和阅读中就已经接触到了。不知道你是否看过《孙子兵法》《三十六计》《史记》这三本书（如图 1.1 ~ 1.3 所示），这些古代书籍中就体现着丰富的运筹学思想。例如，《孙子兵法》第一篇《始计篇》中讲的“庙算”，即出兵前在庙堂（朝廷讨论国家大事的地方）上比较敌我双方所具备的各种条件，估算战事胜负的可能性，进而确定战略方针并制订作战计划。

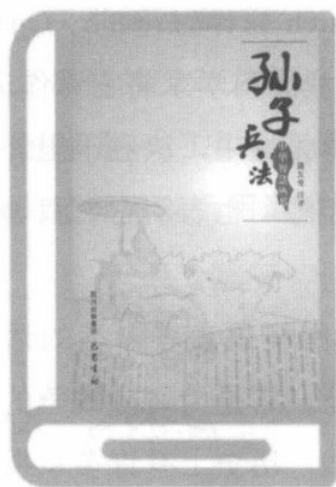


图 1.1 《孙子兵法》

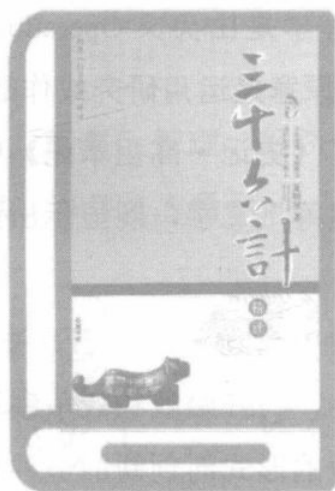


图 1.2 《三十六计》

运筹学诞生于第二次世界大战期间，起源于军事、管理和经济三个领域。在我国战国时期，有一个流传后世的“田忌赛马”的故事。这个故事说明在已有的条件下，经过筹划与安排，选择一个

最好的策略，就可以取得最优的结果，这充分体现了运筹学的内涵。除此之外，《孙子兵法》中的“兵者，诡道也”，《三十六计》中的“围魏救赵”等，都说明运筹学在中国早已生根发芽。



图 1.3 《史记》

运筹学是由英文 Operational Research 翻译过来的。Operational Research 原意是运用研究或作战研究，我国科学家将它译作运筹学，是借用了《史记·高祖本纪》中“运筹帷幄中，决胜千里外”一语中的“运筹”二字，既显示出其军事起源，也表明它在我国已早有萌芽。

另外，起源于我国且历史悠久的围棋是读者熟悉的话题。围棋的诞生，一开始就和战争联系在一起，它是为适应战争的需要、模拟战争的形式而创制的一种智力游戏。历史上有许多军事家爱好围棋，与围棋结下了种种不解之缘，他们经常运用围棋的哲理去研究战争、指挥战争。围棋包含着深厚的运筹学底蕴，其中的“攻与守”“势与地”“进与退”“弃与取”都是决策者进行决策的关键内容。（见图 1.4）。

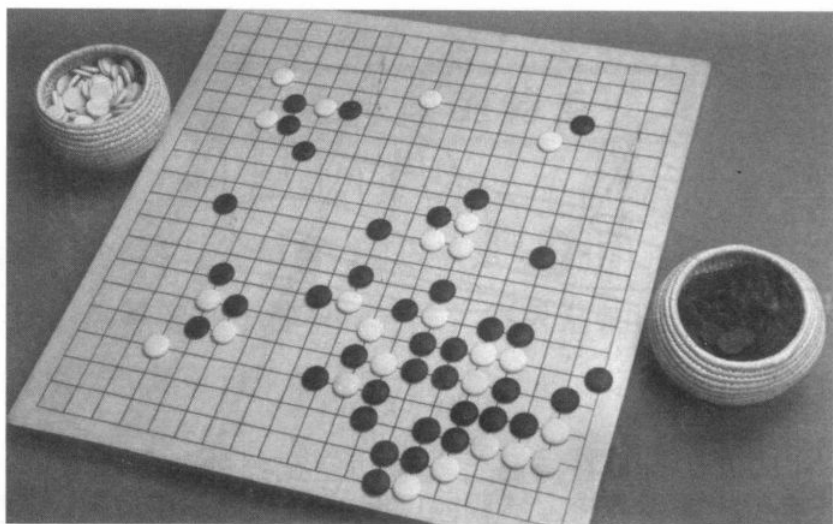


图 1.4 围棋

运筹学是一门为决策与优化提供理论与方法的学科，它的核心思想是：以整体最优为目标，从系统的观点出发，力图以最佳的方式来解决系统各部分之间的利害冲突，对所研究的问题求出最优解，寻求最佳的行动方案。

运筹学是一门应用广泛的学科，军事、管理、经济领域的统筹协调问题都可以运用运筹学来解决，如图 1.5 所示。

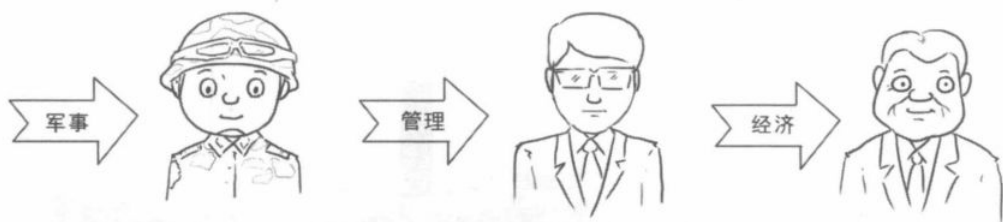


图 1.5 军事、管理、经济领域

在第二次世界大战期间，英美商船经常会遭到德国战机（见图 1.6）的袭击，这就产生了一个问题，是否有必要在商船上安装防空武器（当时的防空武器主要是高射炮、高射机枪）。

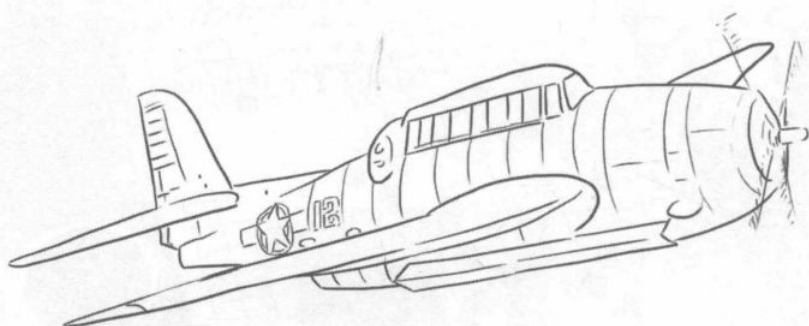


图 1.6 战机

一种意见认为，在商船上安装防空武器的成本比较高，且击落敌机的几率很小，没有必要安装；另一种意见认为，尽管击落敌机的几率很小，却能威慑敌机，使敌机不敢低飞，降低敌机攻击商船的命中率，达到保护商船的目的。

由于安装防空武器的目的是保护商船，减少损失，并不是击落敌机，所以，最终还是选择安装防空武器。第二次世界大战中的武装商船如图 1.7 所示。

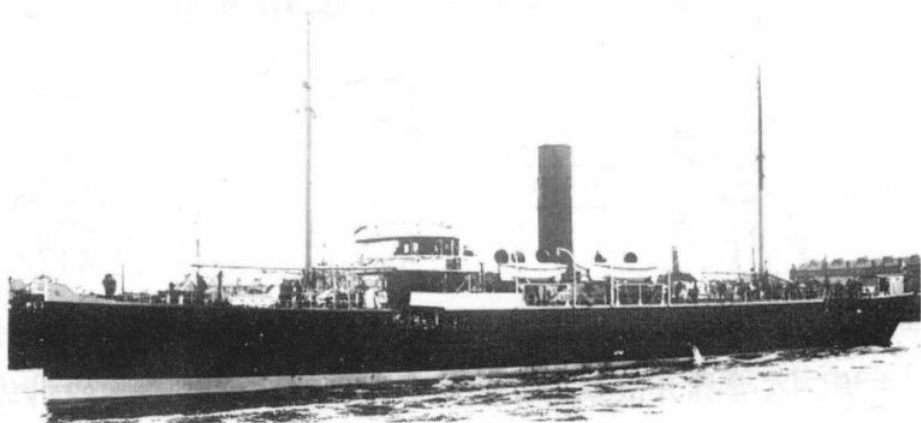


图 1.7 第二次世界大战中的武装商船

## 1.2

## 运筹学的特点

运筹学的特点十分鲜明，可以概括为以下几点。

其一，运筹学是一种科学方法，不只是某种研究方法的分散和偶然应用，而是可用于解决整个一类问题。运筹学已被广泛应用于工商企业、军事部门、民政事业等领域，用于研究组织内的统筹协调问题，其应用不受行业、部门的限制。例如，在制造领域，基于企业现有的各类资源条件，如何合理安排生产计划，才能使得利润最大；在人力资源领域，如何合理安排人力资源，才能确保在完成的同时，使人力资源成本最小。

其二，运筹学强调以量化为基础，建立各种数学模型，为决策者的决策提供定量的依据。具有很强的实践性，最终应能向决策者提供建设性意见，并应收到实效。

其三，运筹学具有多学科融合的特点，如综合运用经济学、心理学、物理学、系统学等一些方法，如图 1.8 所示。

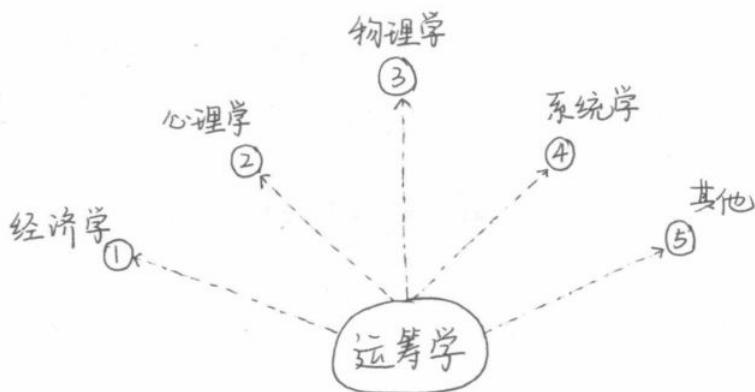


图 1.8 学科交叉

其四，运筹学强调最优决策，它以整体最优为目标，从系统的观点出发，对所研究的问题求出最优解，寻求最佳的行动方案。所以运筹学也是一门优化技术，能提供解决各类问题的优化方案。

运用运筹学来解决实际问题一般有以下几个步骤：

- (1) 确定目标；
- (2) 制定方案；
- (3) 建立模型；
- (4) 确定解法。

首先明确所需完成的任务及想要达到的目标。通常还需考虑，随着时间的推移，目标是否会发生变化；在模型初步建立后，就要考虑解法：是采用模型，还是采用理论演算方法；如果有随机因素，应如何对待；有无现成方法可以利用；问题本身是否有精度要求，等等。虽然运筹学不可能处理所有问题，但在其发展过程中形成了某些抽象模型，并应用于实际问题的解决。例如，后面要介绍的线性规划模型、动态规划模型、决策分析模型等都是运筹学发展过程中形成的抽象模型。随着科学技术和生产的发展，运筹学已渗入到诸如服务、库存、搜索、人口、对抗、控制、时间表、资源分配、厂址定位、能源、设计、生产、可靠性等很多领域，且发挥着越来越重要的作用。

## 阅读材料

### ★ 1. 孙武与《孙子兵法》

孙武，字长卿，后人尊称其为孙武子、孙子，中国历史上著名军事家。约公元前 545 年出生于齐国乐安（今山东省北部），后

来到了吴国，因为献上兵法十三篇，被吴王阖闾重用。吴王拜其为大将，安排其与伍子胥共事，辅佐吴王，助吴王领兵攻破楚国都城郢（今湖北江陵县纪南城）。

孙武在春秋末期（公元前476年前后）所著的《孙子兵法》，是世界上现存最古老的兵书。其中，《始计第一》论述如何在开战前和战争中实行谋划，以及谋划在战争中的重要意义；《作战第二》论述速战速胜的重要性；《谋攻第三》论述如何用计谋征服敌人；《军形第四》论述用兵作战要先为自己创造不被敌人战胜的条件，以等待敌人可以被自己战胜的时机，使自己“立于不败之地”；《兵势第五》论述用兵作战要营造一种足以压倒敌人的迅猛之势，并要善于利用这种迅猛之势；《虚实第六》论述用兵作战须采用“避实而击虚”的方针；《军争第七》论述如何争夺制胜的有利条件，使自己掌握作战主动权；《九变第八》论述将帅指挥作战应灵活机动地处理问题，不要因机械、死板而招致失败，并对将帅提出了要求；《行军第九》论述行军作战中怎样安置军队和判断敌情；《地形第十》论述作战时应怎样利用地形，并着重论述了深入敌国作战的好处；《九地第十一》进一步论述作战时应怎样利用地形及统兵之道；《火攻第十二》论述在战争中使用火攻的办法、条件和原则等；《用间第十三》论述使用间谍侦察敌情在作战中的重要意义，以及间谍的种类和使用间谍的方法。

《孙子兵法》是体现我国古代军事运筹思想最早的典籍，它考察了战争中的各种依存、制约关系，总结了战争的规律，并依此来研究如何筹划兵力以获得全局的胜利。书中语言表述简洁，内容富有哲理，后来，很多将领用兵都受到了该书的影响，《孙子兵法》对中国的文化发展有深远的影响。

## 2. 沈括运粮

古代作战时，讲究“兵马未动，粮草先行”，指的是：兵马还没出动，军用粮草的筹备、运输就要先行一步。

现在，让我们一起来看一下解决古代军事后勤问题的范例——“沈括运粮”。

沈括（1031—1095），北宋时期大科学家、军事家。在率兵抗击西夏侵扰的征途中，曾经从行军中各类人员可以背负粮食的基本数据出发，分析、计算了后勤人员与作战兵士在不同行军天数中的不同比例关系，同时也分析了牲畜运粮与人力运粮之间的利弊。

沈括当时的分析、计算过程的译意如下：凡是行军作战，如何从敌方取得粮食，是最急迫的事情。自己运粮不仅耗费大，而且势必难以远行。曾经作过计算。

假设一个民夫可以背六斗米（斗和升都是古代计量单位，1斗等于十升），士兵自带五天的干粮。

如果一个民夫供应一个士兵，单程只能进军十八天（六斗米，每人每天吃二升米，二人吃十八天）。若要计回程的话，只能进军九天。

如果两个民夫供应一个士兵，单程可进军二十六天（两个民夫背一石二斗米（1石等于10斗），三个人每天要吃六升米。八天以后，遣返一个民夫，给他六天的口粮（因轻装，八天路程六天可以返回）。以后的十八天，剩下二人，每天吃四升米），如果要计回程的话，只能前进十三天的路程（前八天每天吃六升米，后五天及回程每天吃四升米，能够进军十三天）。

如果三个民夫供应一个士兵，单程可进军三十一天（三人背米

一石八斗，前六天半四个人，每天吃八升米，遣返一个民夫，给他四天口粮。中间的七天三个人同吃，每天吃六升米，再遣返一个民夫，给他九天口粮；最后的十八天两个人吃，每天吃四升米）。如果要计回程的话，只可以前进十六天的路程（开始六天半每天吃八升米，中间七天，每天吃六升米，最后两天半以及十六天回程每天吃四升米）。

三个民夫供应一个士兵，已经到极限了。如果要出动十万军队，辎重占去三分之一兵源，能够上阵打仗的士兵不足七万人，这就要用三万民夫运粮，再要扩大规模就很困难了。

每人背六斗米的数量也是根据民夫的总数平均来说的。因为其中的队长不背，伙夫减半，他们所减少的要分摊给众人。更何况还会有患病和死亡的人，他们所背的米又要由众人分担。所以军队中不容许饮食无度，如果有一个人的暴食，两三个人供应他都不够。

如果用牲畜运输，骆驼可以驮三石，马或骡可以驮一石五斗，驴子可以驮一石，如图 1.9 所示。与人工相比，虽然驮的粮食多，花费也少，但如果不能及时放牧或喂食，牲口就会瘦弱而死。一头牲口死了，只能连它驮的粮食也一同丢弃。所以与人工相比，实际上是利害相当的。

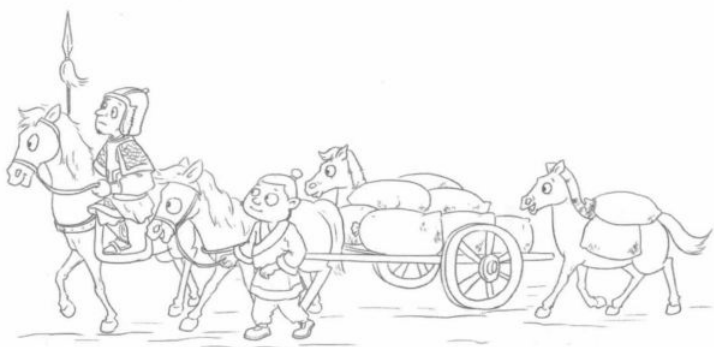


图 1.9 沈括运粮