



注电考试·轻松备考



2019 注册电气工程师 执业资格考试 **公共基础** 高频考点解析

马鸿雁 刘 燕 主编

供配电 发输变电专业

汇集 2009~2018 年真题

分析历年考点分布情况

精炼知识点与答题技巧

9 年打造注电考试品牌



中国电力出版社
CHINA ELECTRIC POWER PRESS



2019 注册电气工程师 执业资格考试 **公共基础** 高频考点解析

供配电 发输变电专业

马鸿雁 刘 燕 主编



中国电力出版社
CHINA ELECTRIC POWER PRESS

内 容 提 要

本书根据全国勘察设计注册工程师管理委员会颁布的注册电气工程师执业资格公共基础考试大纲编写,内容涵盖了注册电气工程师(供配电、发输变电专业)执业资格考试要求的数学、物理学、普通化学、理论力学、材料力学、流体力学、电气与信息、法律法规和工程经济共9部分。本书将上述内容分为9章,针对注册电气工程师(供配电、发输变电专业)执业资格考试基础考试的应试人员,通过解析2009~2018年的真题(2015年除外),凝炼出考试中出现的高频考点。使得应试人员在复习准备中做到有的放矢,把有限的精力放到容易拿分的考点上,提高应试能力和通过率。

本书适用于电气工程、自动化等相关专业准备参加注册电气工程师(供配电、发输变电专业)执业资格考试基础考试的工程技术人员。

图书在版编目(CIP)数据

2019注册电气工程师执业资格考试公共基础高频考点解析. 供配电 发输变电专业 / 马鸿雁, 刘燕主编. —北京: 中国电力出版社, 2019.5

ISBN 978-7-5198-3053-3

I. ①2… II. ①马… ②刘… III. ①电气工程-资格考试-自学参考资料 IV. ①TM

中国版本图书馆CIP数据核字(2019)第066641号

出版发行: 中国电力出版社

地 址: 北京市东城区北京站西街19号(邮政编码100005)

网 址: <http://www.cepp.sgcc.com.cn>

责任编辑: 未翠霞(联系电话: 010-63412611)

责任校对: 黄蓓 郝军燕 李楠

装帧设计: 王英磊

责任印制: 杨晓东

印 刷: 三河市航远印刷有限公司

版 次: 2019年5月第一版

印 次: 2019年5月北京第一次印刷

开 本: 787毫米×1092毫米 16开本

印 张: 34.5

字 数: 803千字

定 价: 118.00元

版权专有 侵权必究

本书如有印装质量问题, 我社营销中心负责退换

前 言

随着我国勘察设计注册工程师制度启动，2005年起，实施勘察设计注册电气工程师执业资格考试。近年来，参加注册电气工程师执业资格考试的人员越来越多，对于准备参加考试的从业人员，一本实用、够用的参考书变得相当关键。本书按照全国勘察设计注册工程师电气专业管理委员会颁布的公共基础考试大纲进行编写。本书内容紧扣2009年考试大纲要求，针对2009~2018年的真题进行解析（2015年未考试），凝炼出高频考点，使得应试人员在复习准备时做到有的放矢，提高应试能力和通过率。

本书包含了注册电气工程师执业资格专业基础考试大纲（供配电、发输变电专业）要求的数学、物理学、普通化学、理论力学、材料力学、流体力学、电气与信息、法律法规和工程经济共9部分内容。具体来说，本书针对考试大纲要求的9部分进行撰写，分为9章。每章给出历年的考题数量统计、高频考点、考试知识点提示和真题解析，以期实用和够用。各章编写人员分工如下：第1章、第7章由马鸿雁编写；第2章由魏京花编写；第3章由岳冠华编写；第4章、第5章由刘燕编写；第6章由王文海编写；第8章由张亚峰编写；第9章由章美芬编写。

受编者学识所限，加之时间仓促，不足和错误之处恳请广大读者批评指正，有关本书的任何疑问、意见及建议，欢迎联系QQ号2805229902进行讨论。要获得更多考试资讯可扫描封底二维码。

编 者

目 录

前言

第1章 数学	1
1.1 空间解析几何	2
1.1.1 知识点提示	2
1.1.2 高频考点与历年真题解析	5
1.2 微分学	9
1.2.1 知识点提示	9
1.2.2 高频考点与历年真题解析	17
1.3 积分学	31
1.3.1 知识点提示	31
1.3.2 高频考点与历年真题解析	39
1.4 无穷级数	50
1.4.1 知识点提示	50
1.4.2 高频考点与历年真题解析	53
1.5 常微分方程	58
1.5.1 知识点提示	58
1.5.2 高频考点与历年真题解析	61
1.6 线性代数	65
1.6.1 知识点提示	65
1.6.2 高频考点与历年真题解析	76
1.7 概率与数理统计	85
1.7.1 知识点提示	85
1.7.2 高频考点与历年真题解析	103
第2章 物理学	112
2.1 热学	113
2.1.1 知识点提示	113
2.1.2 高频考点与历年真题解析	121
2.2 波动学	128
2.2.1 知识点提示	128
2.2.2 高频考点与历年真题解析	132
2.3 光学	137
2.3.1 知识点提示	137
2.3.2 高频考点与历年真题解析	143

第3章 普通化学	151
3.1 物质的结构和物质状态	152
3.1.1 知识点提示	152
3.1.2 高频考点与历年真题解析	156
3.2 溶液	159
3.2.1 知识点提示	159
3.2.2 高频考点与历年真题解析	163
3.3 化学反应速率与化学平衡	165
3.3.1 知识点提示	165
3.3.2 高频考点与历年真题解析	168
3.4 氧化还原与电化学	172
3.4.1 知识点提示	172
3.4.2 高频考点与历年真题解析	174
3.5 有机化学	177
3.5.1 知识点提示	177
3.5.2 高频考点与历年真题解析	185
第4章 理论力学	192
4.1 静力学	192
4.1.1 知识点提示	192
4.1.2 高频考点与历年真题解析	199
4.2 运动学	210
4.2.1 知识点提示	210
4.2.2 高频考点与历年真题解析	213
4.3 动力学	218
4.3.1 知识点提示	218
4.3.2 高频考点与历年真题解析	227
第5章 材料力学	238
5.1 材料在拉伸和压缩时的力学性能	239
5.1.1 知识点提示	239
5.1.2 高频考点与历年真题解析	240
5.2 拉伸和压缩	240
5.2.1 知识点提示	240
5.2.2 高频考点与历年真题解析	243
5.3 剪切和挤压	246
5.3.1 知识点提示	246
5.3.2 高频考点与历年真题解析	247
5.4 扭转	250
5.4.1 知识点提示	250
5.4.2 高频考点与历年真题解析	251

5.5	截面图形几何性质	254
5.5.1	知识点提示	254
5.5.2	高频考点与历年真题解析	255
5.6	弯曲	257
5.6.1	知识点提示	257
5.6.2	高频考点与历年真题解析	261
5.7	应力状态	267
5.7.1	知识点提示	267
5.7.2	高频考点与历年真题解析	271
5.8	组合变形	274
5.8.1	知识点提示	274
5.8.2	高频考点与历年真题解析	275
5.9	压杆稳定	280
5.9.1	知识点提示	280
5.9.2	高频考点与历年真题解析	282
第6章	流体力学	285
6.1	流体的主要物性与流体静力学	286
6.1.1	知识点提示	286
6.1.2	高频考点与历年真题解析	290
6.2	流体动力学基础	293
6.2.1	知识点提示	293
6.2.2	高频考点与历年真题解析	296
6.3	流动阻力和能量损失	298
6.3.1	知识点提示	298
6.3.2	高频考点与历年真题解析	302
6.4	孔口管嘴管道流动	305
6.4.1	知识点提示	305
6.4.2	高频考点与历年真题解析	307
6.5	明渠恒定流	311
6.5.1	知识点提示	311
6.5.2	高频考点与历年真题解析	313
6.6	渗流、井和集水廊道	315
6.6.1	知识点提示	315
6.6.2	高频考点与历年真题解析	318
6.7	相似原理和量纲分析	320
6.7.1	知识点提示	320
6.7.2	高频考点与历年真题解析	322
第7章	电气与信息	324
7.1	电磁学概念	325

7.1.1	知识点提示	325
7.1.2	高频考点与历年真题解析	329
7.2	电路知识	331
7.2.1	知识点提示	331
7.2.2	高频考点与历年真题解析	337
7.3	电动机与变压器	350
7.3.1	知识点提示	350
7.3.2	高频考点与历年真题解析	356
7.4	信号与信息	360
7.4.1	知识点提示	360
7.4.2	高频考点与历年真题解析	366
7.5	模拟电子技术	374
7.5.1	知识点提示	374
7.5.2	高频考点与历年真题解析	378
7.6	数字电子技术	386
7.6.1	知识点提示	386
7.6.2	高频考点与历年真题解析	389
7.7	计算机系统	399
7.7.1	知识点提示	399
7.7.2	高频考点与历年真题解析	405
7.8	信息表示	410
7.8.1	知识点提示	410
7.8.2	高频考点与历年真题解析	414
7.9	常用操作系统	417
7.9.1	知识点提示	417
7.9.2	高频考点与历年真题解析	421
7.10	计算机网络	424
7.10.1	知识点提示	424
7.10.2	高频考点与历年真题解析	435
第8章	法律法规	440
8.1	建筑法	441
8.1.1	知识点提示	441
8.1.2	高频考点与历年真题解析	443
8.2	安全生产法	445
8.2.1	知识点提示	445
8.2.2	高频考点与历年真题解析	447
8.3	招标投标法	448
8.3.1	知识点提示	448
8.3.2	高频考点与历年真题解析	452

8.4	合同法	453
8.4.1	知识点提示	453
8.4.2	高频考点与历年真题解析	458
8.5	行政许可法	460
8.5.1	知识点提示	460
8.5.2	高频考点与历年真题解析	463
8.6	节约能源法	464
8.6.1	知识点提示	464
8.6.2	高频考点与历年真题解析	466
8.7	环境保护法	467
8.7.1	知识点提示	467
8.7.2	高频考点与历年真题解析	469
8.8	建设工程勘察设计管理条例	470
8.8.1	知识点提示	470
8.8.2	高频考点与历年真题解析	472
8.9	建设工程质量管理条例	473
8.9.1	知识点提示	473
8.9.2	高频考点与历年真题解析	476
8.10	建设工程安全生产管理条例	477
8.10.1	知识点提示	477
8.10.2	高频考点与历年真题解析	480
8.11	其他相关法律法规	481
8.11.1	知识点提示	481
8.11.2	高频考点与历年真题解析	482
第9章	工程经济	483
9.1	资金的时间价值	484
9.1.1	知识点提示	484
9.1.2	高频考点与历年真题解析	486
9.2	财务效益与费用估算	488
9.2.1	知识点提示	488
9.2.2	高频考点与历年真题解析	490
9.3	资金来源与融资方案	492
9.3.1	知识点提示	492
9.3.2	高频考点与历年真题解析	493
9.4	财务分析	495
9.4.1	知识点提示	495
9.4.2	高频考点与历年真题解析	499
9.5	经济费用效益分析	503
9.5.1	知识点提示	503

9.5.2 高频考点与历年真题解析	505
9.6 不确定性分析	507
9.6.1 知识点提示	507
9.6.2 高频考点与历年真题解析	509
9.7 方案经济比选	511
9.7.1 知识点提示	511
9.7.2 高频考点与历年真题解析	513
9.8 改扩建项目经济评价特点	515
9.8.1 知识点提示	515
9.8.2 高频考点与历年真题解析	516
9.9 价值工程	516
9.9.1 知识点提示	516
9.9.2 高频考点与历年真题解析	518
模拟题	523
模拟题答案	539
参考文献	540

第 1 章 数 学

考试大纲

1.1 空间解析几何

向量的线性运算；向量的数量积、向量积及混合积；两向量垂直、平行的条件；直线方程；平面方程；平面与平面、直线与直线、平面与直线之间的位置关系；点到平面、直线的距离；球面、母线平行于坐标轴的柱面、旋转轴为坐标轴的旋转曲面的方程；常用的二次曲面方程；空间曲线在坐标面上的投影曲线方程。

1.2 微分学

函数的有界性、单调性、周期性和奇偶性；数列极限与函数极限的定义及其性质；无穷小和无穷大的概念及其关系；无穷小的性质及无穷小的比较极限的四则运算；函数连续的概念；函数间断点及其类型；导数与微分的概念；导数的几何意义和物理意义；平面曲线的切线和法线；导数和微分的四则运算；高阶导数；微分中值定理；洛必达法则；函数的切线及法平面和法平面及切法线；函数单调性的判别；函数的极值；函数曲线的凹凸性、拐点；偏导数与全微分的概念；二阶偏导数；多元函数的极值和条件极值；多元函数的最大、最小值及其简单应用。

1.3 积分学

原函数与不定积分的概念；不定积分的基本性质；基本积分公式；定积分的基本概念和性质（包括定积分中值定理）；积分上限的函数及其导数；牛顿—莱布尼兹公式；不定积分和定积分的换元积分法与分部积分法；有理函数、三角函数的有理式和简单无理函数的积分；广义积分；二重积分与三重积分的概念、性质、计算和应用；两类曲线积分的概念、性质和计算；求平面图形的面积、平面曲线的弧长和旋转体的体积。

1.4 无穷级数

数项级数的敛散性概念；收敛级数的和；级数的基本性质与级数收敛的必要条件；几何级数与 p 级数及其收敛性；正项级数敛散性的判别法；任意项级数的绝对收敛与条件收敛；幂级数及其收敛半径、收敛区间和收敛域；幂级数的和函数；函数的泰勒级数展开；函数的傅里叶系数与傅里叶级数。

1.5 常微分方程

常微分方程的基本概念；变量可分离的微分方程；齐次微分方程；一阶线性微分方程；全微分方程；可降阶的高阶微分方程；线性微分方程解的性质及解的结构定理；二阶常系数齐次线性微分方程。

1.6 线性代数

行列式的性质及计算；行列式按行展开定理的应用；矩阵的运算；逆矩阵的概念、性质及求法；矩阵的初等变换和初等矩阵；矩阵的秩；等价矩阵的概念和性质；向量的线性表示；向量组的线性相关和线性无关；线性方程组有解的判定；线性方程组求解；矩阵的

特征值和特征向量的概念与性质；相似矩阵的概念和性质；矩阵的相似对角化；二次型及其矩阵表示；合同矩阵的概念和性质；二次型的秩；惯性定理；二次型及其矩阵的正定性。

1.7 概率与数理统计

随机事件与样本空间；事件的关系与运算；概率的基本性质；古典型概率；条件概率；概率的基本公式；事件的独立性；独立重复试验；随机变量；随机变量的分布函数；离散型随机变量的概率分布；连续型随机变量的概率密度；常见随机变量的分布；随机变量的数学期望、方差、标准差及其性质；随机变量函数的数学期望；矩、协方差、相关系数及其性质；总体；个体；简单随机样本；统计量；样本均值；样本方差和样本矩； x 分布； t 分布； F 分布；点估计的概念；估计量与估计值；矩估计法；最大似然估计法；估计量的评选标准；区间估计的概念；单个正态总体的均值和方差的区间估计；两个正态总体的均值差和方差比的区间估计；显著性检验；单个正态总体的均值和方差的假设检验。

历年考题数量统计

	2009年	2010年	2011年	2012年	2013年	2014年	2016年	2017年	2018年
空间解析几何	2	2	2	3	2	2	2	2	2
微分学	5	3	5	6	7	7	5	7	7
积分学	5	5	5	5	5	5	4	5	5
无穷级数	2	2	2	2	2	2	2	2	2
常微分方程	2	2	2	3	2	2	3	2	2
线性代数	4	4	4	4	3	3	3	3	3
概率与数理统计	4	4	4	3	3	3	3	3	3

1.1 空间解析几何

1.1.1 知识点提示

1. 向量的线性运算

(1) 空间直角坐标系。空间两点 $M_1(x_1, y_1, z_1)$ 与 $M_2(x_2, y_2, z_2)$ 之间的距离为

$$\overline{M_1M_2} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

(2) 向量。既有大小又有方向的量称为向量。常用有向线段表示向量，其长度为向量的大小称为向量的模，其方向为向量的方向。用 \boldsymbol{a} 表示。

模为 1 的向量称为单位向量。模为 0 的向量称为零向量，记作 $\mathbf{0}$ ，零向量的方向不定。和向量 \boldsymbol{a} 大小相同方向相反的向量称为向量 \boldsymbol{a} 的负向量，记作 $-\boldsymbol{a}$ 。

设 $\boldsymbol{a} = (a_1, a_2, a_3)$, $\boldsymbol{b} = (b_1, b_2, b_3)$ 是两个向量，掌握以下基本概念：

1) 模： $|\boldsymbol{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}$

2) 方向余弦： $\cos \alpha = \frac{a_1}{|\boldsymbol{a}|}$, $\cos \beta = \frac{a_2}{|\boldsymbol{a}|}$, $\cos \gamma = \frac{a_3}{|\boldsymbol{a}|}$ 且 $\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1$

3) 向量的加减法: $\mathbf{a} \pm \mathbf{b} = (a_1 \pm b_1, a_2 \pm b_2, a_3 \pm b_3)$

4) 数乘向量: $\lambda \mathbf{a} = (\lambda a_1, \lambda a_2, \lambda a_3)$, 其中 λ 为数量, $\lambda \mathbf{a}$ 为与 \mathbf{a} 平行的向量。

5) 数量积: $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = |\mathbf{a}| |\mathbf{b}| \cos(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3$, 两个向量的数量积是一个数。

6) 向量积: $\mathbf{a} \times \mathbf{b} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix} = (a_2 b_3 - a_3 b_2, a_3 b_1 - a_1 b_3, a_1 b_2 - a_2 b_1)$, 两个向量的向量

积是一个向量。

$|\mathbf{a} \times \mathbf{b}| = |\mathbf{a}| |\mathbf{b}| \sin(\mathbf{a}, \mathbf{b}); (\mathbf{a} \times \mathbf{b}) \perp \mathbf{a}$ 和 $\mathbf{b}; \mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{a} \times \mathbf{b}$ 成右手定则。

7) 两个向量平行或垂直的充分必要条件

$$\mathbf{a} \perp \mathbf{b} \Leftrightarrow \mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = 0$$

$$\mathbf{a} // \mathbf{b} \Leftrightarrow \mathbf{a} = k\mathbf{b} \quad \text{或} \quad \mathbf{a} // \mathbf{b} \Leftrightarrow \mathbf{a} \times \mathbf{b} = \mathbf{0}$$

(3) 向量的坐标表达式。将向量的始点移到空间直角坐标系的原点 O 。设向量的终点为 $M(x, y, z)$, 且 Ox 轴、 Oy 轴、 Oz 轴正方向上的单位向量依次为 $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$, 则 $\overrightarrow{OM} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$, 或记为 $\mathbf{OM} = (x, y, z)$ 。称上述两种表达式为向量 \mathbf{OM} 的坐标表达式。

2. 平面

(1) 平面的方程。

1) 点法式方程: 垂直于平面的非零向量 $\mathbf{n} = (A, B, C)$ 为平面的法向量。过点 (x_0, y_0, z_0) 以 \mathbf{n} 为法方向的平面方程为: $A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$ 。

2) 一般式方程: $Ax + By + Cz + D = 0$, 法方向: $\mathbf{n} = (A, B, C)$ 。

3) 截距式方程: $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$, 其中 a, b, c 分别为平面的 x 截距, y 截距, z 截距。

(2) 特殊的平面方程。

$Ax + By + Cz = 0$ 表示过原点的平面方程。

$Ax + By + D = 0$ 表示平行于 Oz 轴的平面方程。

$Ax + B = 0$ 表示过 Oz 轴的平面方程。

$Cz + D = 0$ 表示平行于坐标平面 Oxy 的平面方程。其余可以此类推。

(3) 两平面的关系。

平面 $\Pi_1: A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0$, 法方向 (法向量) $\mathbf{n}_1 = (A_1, B_1, C_1)$

平面 $\Pi_2: A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0$, 法方向 (法向量) $\mathbf{n}_2 = (A_2, B_2, C_2)$

1) 相互垂直的充要条件: $\Pi_1 \perp \Pi_2 \Leftrightarrow \mathbf{n}_1 \perp \mathbf{n}_2$, 即 $A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2 = 0$

2) 相互平行的充要条件: $\Pi_1 // \Pi_2 \Leftrightarrow \mathbf{n}_1 // \mathbf{n}_2$, 即 $\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2}$

3) 重合的充要条件: Π_1 与 Π_2 重合 $\Leftrightarrow \frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2} = \frac{D_1}{D_2}$

系数不满足以上条件时, 两平面斜交。

4) 平面 Π_1 和 Π_2 的夹角 θ 满足: $\cos \theta = \frac{|\mathbf{n}_1 \cdot \mathbf{n}_2|}{|\mathbf{n}_1| |\mathbf{n}_2|} = \frac{|A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2|}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2 + C_1^2} \sqrt{A_2^2 + B_2^2 + C_2^2}}$

(4) 点 (x_1, y_1, z_1) 到平面 $Ax + By + Cz + D = 0$ 的距离: $d = \frac{|Ax_1 + By_1 + Cz_1 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$

3. 直线

(1) 直线的方程。如果非零向量 $l = (a, b, c)$ 平行于一已知直线, 则称 l 为直线的方向向量。

1) 直线的标准式(点向式或对称式)方程。

过点 (x_0, y_0, z_0) 以 l 为方向向量的直线方程是: $\frac{x - x_0}{a} = \frac{y - y_0}{b} = \frac{z - z_0}{c}$

2) 参数式方程: 由标准方程化为参数方程得 $\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases}$

3) 一般式方程。两平面的交线为一直线, 即直线的一般方程为

$$\begin{cases} A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0 \\ A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0 \end{cases}$$

方向向量 $l = n_1 \times n_2$, 其中 $n_1 = (A_1, B_1, C_1)$, $n_2 = (A_2, B_2, C_2)$ 。

4) 两点式方程。过点 $M_1(x_1, y_1, z_1)$ 与 $M_2(x_2, y_2, z_2)$ 的直线方程为

$$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{z - z_1}{z_2 - z_1}$$

(2) 直线与直线的关系。

直线 l_1 : 方向向量 $l_1 = (a_1, b_1, c_1)$; 直线 l_2 : 方向向量, $l_2 = (a_2, b_2, c_2)$ 。

1) 相互平行的充要条件: $l_1 // l_2 \Leftrightarrow l_1 // l_2$, 即 $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$

2) 相互垂直的充要条件: $l_1 \perp l_2 \Leftrightarrow l_1 \perp l_2$, 即 $a_1a_2 + b_1b_2 + c_1c_2 = 0$
系数不满足以上条件时, 两直线斜交。

3) 两直线的夹角 θ 满足: $\cos \theta = \frac{|a_1a_2 + b_1b_2 + c_1c_2|}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2 + c_1^2} \times \sqrt{a_2^2 + b_2^2 + c_2^2}}$

(3) 直线与平面的位置关系。

直线 l_1 : 方向向量 $l_1 = (a_1, b_1, c_1)$; 平面 $\Pi_1: A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0$, 法方向量: $n_1 = (A_1, B_1, C_1)$ 。

1) 直线与平面的夹角 θ 满足: $\sin \theta = \frac{|A_1a_1 + B_1b_1 + C_1c_1|}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2 + c_1^2} \times \sqrt{A_1^2 + B_1^2 + C_1^2}}$

2) 直线与平面平行的充要条件: $l_1 // \Pi_1 \Leftrightarrow l_1 \perp n_1$, 即 $a_1A_1 + b_1B_1 + c_1C_1 = 0$

3) 直线与平面垂直的充要条件: $l_1 \perp \Pi_1 \Leftrightarrow l_1 // n_1$, 即 $\frac{a_1}{A_1} = \frac{b_1}{B_1} = \frac{c_1}{C_1}$

系数不满足以上条件时, 直线与平面斜交。

4. 二次曲面

(1) 定义: 如果曲面上的点的坐标用 x, y, z 表示, 常用 $F(x, y, z) = 0$ 表示一张曲面的方程。如果 $F(x, y, z) = 0$ 为二次方程, 则它所表示的曲面为二次曲面。

(2) 特殊的二次曲面方程。

球面方程: $(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2$ [球心 (a, b, c) , 半径 R]

椭球面: $\frac{(x-x_0)^2}{a^2}+\frac{(y-y_0)^2}{b^2}+\frac{(z-z_0)^2}{c^2}=1$

单叶双曲线方程: $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=1$

双叶双曲线方程: $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=1$

椭圆抛物面方程: $\frac{x^2}{2p}+\frac{y^2}{2q}=z$ (p, q 同号)

双曲椭圆抛物面方程: $\frac{x^2}{2p}-\frac{y^2}{2q}=z$ (p, q 同号)

锥面方程: $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=0$

5. 柱面

如果曲面方程 $F(x, y, z)=0$ 中缺少一个变元, 则称其为柱面方程。柱面的母线与所缺变元同名的坐标轴平行。如 $F(x, y)=0$ 为母线平行于 z 轴的柱面方程; $F(y, z)=0$ 为母线平行于 x 轴的柱面方程; $F(x, z)=0$ 为母线平行于 y 轴的柱面方程。

6. 旋转曲面

以一条平面曲线绕其平面上的一条直线旋转一周所形成的曲面称为旋转曲面, 这条定直线称为旋转曲面的轴。

例如, xOy 平面内一段方程为 $F(x, y)=0$ 的曲线 C , 绕 x 轴旋转一周得到一个旋转面, 该旋转曲面的方程为 $f(x, \sqrt{y^2+z^2})=0$ 。

7. 空间曲线

(1) 一般方程: 空间曲线可以看作是两个曲面的交线。若空间曲线 L 是曲面 $F_1(x, y, z)=0$ 和 $F_2(x, y, z)=0$ 的交线, 则 L 的方程可用下述方程组表示, 此方程组称为空间曲线 L 的一般方程。

$$\begin{cases} F_1(x, y, z)=0 \\ F_2(x, y, z)=0 \end{cases}$$

(2) 参数方程: 若将空间曲线 L 上动点的坐标 x, y, z 表示为参数 t 的函数 $\begin{cases} x=x(t) \\ y=y(t) \\ z=z(t) \end{cases}$

这方程组称为空间曲线 L 的参数方程。

1.1.2 高频考点与历年真题解析

考点1 向量的线性计算

[1.1-1] (2018) 设向量 a 与向量 β 的夹角 $\theta = \frac{\pi}{3}$, 模 $|\alpha|=1$, $|\beta|=2$, 则模 $|\alpha+\beta|$ 等于:

- A. $\sqrt{8}$ B. $\sqrt{7}$ C. $\sqrt{6}$ D. $\sqrt{5}$

答案: B

解题过程: $|\alpha + \beta|^2 = |\alpha|^2 + 2\alpha\beta + |\beta|^2 = |\alpha|^2 + 2|\alpha||\beta|\cos\theta + |\beta|^2 = 1 + 2 \times 1 \times 2 \times \cos\frac{\pi}{3} + 2^2 = 7$

[1.1-2] (2017) 设 α, β 均为非零向量, 则下面结论正确的是:

- A. $\alpha \times \beta = 0$ 是 α 与 β 垂直的充要条件 B. $\alpha \cdot \beta = 0$ 是 α 与 β 平行的充要条件
C. $\alpha \times \beta = 0$ 是 α 与 β 平行的充要条件 D. 若 $\alpha = \lambda\beta$ (λ 是常数), 则 $\alpha \cdot \beta = 0$

答案: C

解题过程: 两向量的向量积为零是向量平行的充分必要条件。

[1.1-3] (2016) 若向量 α, β 满足 $|\alpha| = 2, |\beta| = \sqrt{2}$ 且 $\alpha \cdot \beta = 2$, 则 $|\alpha \times \beta|$ 等于:

- A. 2 B. $2\sqrt{2}$ C. $2 + \sqrt{2}$ D. 不能确定

答案: A

解题过程: 根据两向量的数量积可得: $\alpha \cdot \beta = |\alpha||\beta|\cos(\alpha, \beta) = 2\sqrt{2}\cos(\alpha, \beta) = 2$, 则

$\cos(\alpha, \beta) = \frac{1}{\sqrt{2}}$ 。因此, $\sin(\alpha, \beta) = \sqrt{1 - \cos^2(\alpha, \beta)} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

根据两向量的向量积可得: $|\alpha \times \beta| = |\alpha||\beta|\sin(\alpha, \beta) = 2\sqrt{2} \times \frac{1}{\sqrt{2}} = 2$

[1.1-4] (2013) 已知向量 $\alpha = (-3, -2, 1), \beta = (1, -4, -5)$, 则 $|\alpha \times \beta|$ 等于:

- A. 0 B. 6 C. $14\sqrt{3}$ D. $14i + 16j - 10k$

答案: C

解题过程: 根据两向量的向量积可得: $\alpha \times \beta = \begin{vmatrix} i & j & k \\ -3 & -2 & 1 \\ 1 & -4 & -5 \end{vmatrix} = 14i - 14j + 14k$, 则

$$|\alpha \times \beta| = \sqrt{14^2 + 14^2 + 14^2} = 14\sqrt{3}$$

[1.1-5] (2010) 设 α, β, γ 都是非零向量, $\alpha \times \beta = \alpha \times \gamma$, 则:

- A. $\beta = \gamma$ B. $\alpha // \beta$ 且 $\alpha // \gamma$ C. $\alpha // (\beta - \gamma)$ D. $\alpha \perp (\beta - \gamma)$

答案: C

解题过程: 根据题意 $\alpha \times \beta = \alpha \times \gamma$ 可得: $\alpha \times \beta - \alpha \times \gamma = \alpha \times (\beta - \gamma) = 0$ 。两向量的向量积为零是向量平行的充分必要条件, 因此 $\alpha // (\beta - \gamma)$ 。

[1.1-6] (2009) 设 $\alpha = -i + 3j + k, \beta = i + j + tk$, 已知 $\alpha \times \beta = -4i - 4k$, 则 t 等于:

- A. 1 B. 0 C. -1 D. -2

答案: C

解题过程: 根据两向量的乘积可得 $\alpha \times \beta = \begin{vmatrix} i & j & k \\ -1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & t \end{vmatrix} = (3t-1)i - (-t-1)j + (-1-3)k =$

$(3t-1)i + (t+1)j - 4k$, 则根据题意可得 $\alpha \times \beta = (3t-1)i + (t+1)j - 4k = -4i - 4k$, 则 $t = -1$ 。

考点 2 直线

[1.1-7] (2017) 过点 $(-1, 2, 3)$ 且平行于 Z 轴的直线的对称方程是:

$$A. \begin{cases} x=1 \\ y=-2 \\ z=-3 \end{cases}$$

$$B. \frac{x-1}{0} = \frac{y+2}{0} = \frac{z-3}{1}$$

$$C. z=3$$

$$D. \frac{x+1}{0} = \frac{y-2}{0} = \frac{z+3}{1}$$

答案: B

解题过程: 过点 $(-1, 2, 3)$ 平行于 Z 轴的直线方程为 $\frac{x+1}{0} = \frac{y-2}{0} = \frac{z-3}{p}$

其对称方程为过点 $(1, -2, 3)$ 且平行于 Z 轴的直线方程 $\frac{x-1}{0} = \frac{y+2}{0} = \frac{z-3}{p}$

满足以上方程的选项为 B。

[1.1-8] (2014) 设两直线方程 $L_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+5}{1}$ 与 $L_2: \begin{cases} x=3-t \\ y=1-t \\ z=1+2t \end{cases}$, 则 L_1 与 L_2 的夹

角 θ 为:

$$A. \frac{\pi}{2}$$

$$B. \frac{\pi}{3}$$

$$C. \frac{\pi}{4}$$

$$D. \frac{\pi}{6}$$

答案: B

解题过程: 根据题意整理可得直线 L_2 的标准式方程为: $\frac{x-3}{-1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{2}$, 则直线 L_1 的方向向量 $L_1 = (1, -2, 1)$, 直线 L_2 的方向向量 $L_2 = (-1, -1, 2)$ 。两直线的夹角 θ 满足:

$$\cos \theta = \frac{|a_1 a_2 + b_1 b_2 + c_1 c_2|}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2 + c_1^2} \times \sqrt{a_2^2 + b_2^2 + c_2^2}} = \frac{|1 \times (-1) + (-2) \times (-1) + 1 \times 2|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2 + 1^2} \times \sqrt{(-1)^2 + (-1)^2 + 2^2}} = \frac{1}{2}$$

得

$$\theta = \frac{\pi}{3}$$

[1.1-9] (2010) 设直线的方程为 $\begin{cases} x=t+1 \\ y=2t-2 \\ z=-3t+3 \end{cases}$, 则直线:

A. 过点 $(-1, 2, -3)$, 方向向量为 $i+2j-3k$

B. 过点 $(-1, 2, -3)$, 方向向量为 $-i-2j+3k$

C. 过点 $(1, 2, -3)$, 方向向量为 $i-2j+3k$

D. 过点 $(1, -2, 3)$, 方向向量为 $-i-2j+3k$

答案: D

解题过程: 根据题意整理可得直线的标准式方程为: $\frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-3}{-3}$, 则该直线方程为过点 $(1, -2, 3)$ 以 $(1, 2, -3)$ 即 $-i-2j+3k$ 为方向向量的直线方程。

考点 3 直线与平面

[1.1-10] (2018) 下列平面中, 平行于且非重合于 yOz 坐标面的平面方程是:

$$A. y+z+1=0$$

$$B. z+1=0$$

$$C. y+1=0$$

$$D. x+1=0$$