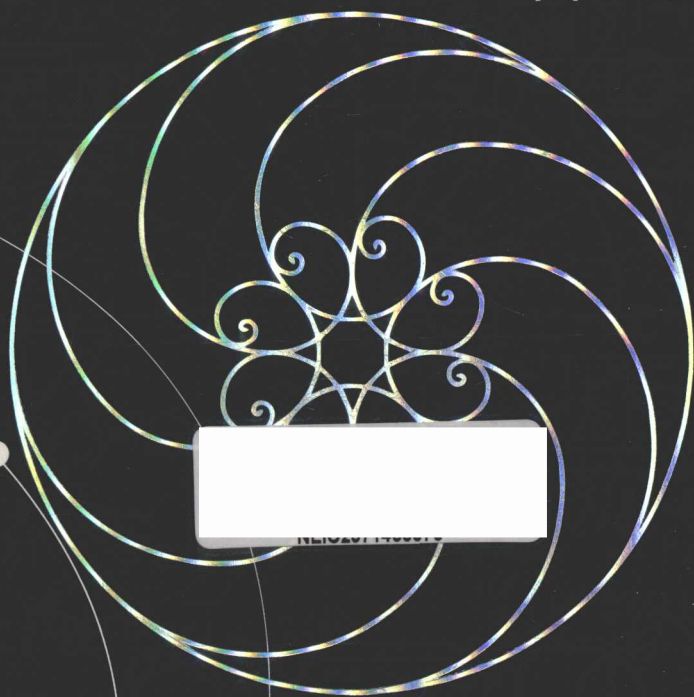



IS GOD A
MATHEMATICIAN?

最后的数学问题

[美] 马里奥·利维奥 著
黄征 译



 中国工信出版集团

 人民邮电出版社
POSTS & TELECOM PRESS

图书在版编目(CIP)数据

最后的数学问题 / (美) 马里奥·利维奥

(Mario Livio) 著; 黄征译. -- 2版. -- 北京: 人民
邮电出版社, 2019.9

(图灵新知)

ISBN 978-7-115-51163-8

I. ①最… II. ①马… ②黄… III. ①数学史—普及
读物 IV. ①O11-49

中国版本图书馆CIP数据核字(2019)第080454号

内 容 提 要

数学是人类的发明还是发现? 数学无处不在、无所不能的威力从何而来? 本书讲述了数学概念的演化过程, 引经据典地从哲学、历史、文化角度全方位地探讨了数学的本质, 揭示了数学与物质世界、与人类思维之间的微妙关系, 讨论了困惑几代思想家的重大问题, 并以通俗、曼妙的手笔讲述了从柏拉图、阿基米德、伽利略、笛卡儿等哲学和数学先贤到罗素、哥德尔等近现代数学巨匠和科学家的生活经历与思想, 是一本妙趣横生而又十分经典的数学思想史著作。本书适合所有对数学感兴趣的读者阅读。

◆ 著 [美] 马里奥·利维奥 (Mario Livio)

译 黄 征

责任编辑 戴 童

责任印制 周昇亮

◆ 人民邮电出版社出版发行 北京市丰台区成寿寺路11号

邮编 100164 电子邮件 315@ptpress.com.cn

网址 <http://www.ptpress.com.cn>

大厂聚鑫印刷有限责任公司印刷

◆ 开本: 880×1230 1/32

印张: 10.875

字数: 250千字

2019年9月第2版

印数: 10 001-13 000册

2019年9月河北第1次印刷

著作权合同登记号 图字: 01-2009-3807号

定价: 59.00元

读者服务热线: (010) 51095183转600 印装质量热线: (010) 81055316

反盗版热线: (010) 81055315

广告经营许可证: 京东工商广登字20170147号

此为试读, 需要完整PDF请访问: www.ertongbook.com

版 权 声 明

IS GOD A MATHEMATICIAN?

By MARIO LIVIO

Original English language edition Copyright © 2009 by MARIO LIVIO.

Simplified Chinese characters edition arranged with SIMON & SCHUSTER INC. through BIG APPLE TUTTLE-MORI AGENCY, LABUAN, MALAYSIA.

Chinese translation copyright © 2019 by Posts and Telecom Press.

本书中文简体字版由 SIMON & SCHUSTER INC. 授权人民邮电出版社独家出版。未经出版者书面许可，不得以任何方式复制或抄袭本书内容。

版权所有，侵权必究。

第二版编者按

本书第一版中文译本出版于2010年，书名为《数学沉思录：古今数学思想的发展与演变》。近十年来，本书一直深受读者们的喜爱。借此再版之机，我们修订了第一版译稿中的错误与不足之处。在此，我们要感谢读者们多年来的支持与反馈，尤其要感谢虞国雄老师辛勤的审读和耐心的指导，帮助我们尽力为读者们展现更好的内容。

第一版译者序

毫无疑问，数学是复杂的，以至有太多的数学家感叹道：“数学是上帝书写宇宙的语言！”但是，毋庸置疑，数学又是重要的，现代科学发展的基石就是数学，甚至一门学科与数学联系的紧密程度可以代表该学科的发展水平。然而，即使在今天，对于究竟什么是数学这样一个看似简单的问题，我们仍然无法给出明确答案。数学王国是一个独立存在于宇宙之中，我们仅仅只能窥视一角的真实世界吗？如果是这样的话，数学家们所有的付出只是为了发现这个世界的奥秘。抑或，数学是人类智慧与文明璀璨王冠上那颗最光彩夺目的明珠，数学的发展可以被视为人类一种纯粹的思维上的智力活动？自古希腊时代，这个问题就使那些最优秀、最聪明的头脑困惑不已，包括毕达哥拉斯、柏拉图、阿基米德、伽利略、笛卡儿、牛顿、高斯、布尔、哥德尔……每当我们自以为找到了答案时，就会有新的例子证明我们也许错了，唯一可以肯定的是，数学家的名单还会继续下去。

马里奥·利维奥是一位数学史学家，也是一位天体物理学家。在这本书里，他以非常宽广的历史视角，从数学与逻辑（人类思维）的联系等不同角度，深入研究了数学的本质、数学本身的发展，以及数学与哲学的关系。在这个探索与发现的旅途上，作者旁

征博引，恣意纵横，通过大量的原始资料，让你轻松地了解一个有声有色的数学世界，以及过去我们知之甚少的数学家的另外一面，最终，启发你得出自己的答案。作者深厚的学术素养、严谨的研究风格、活泼的写作方式，使得这本书在畅销书排行榜上占据了一席之地。

本书的写作切入角度非常独到，语言也十分活泼，我在翻译过程中一直努力让译文体现作者的原意，但是由于水平所限，可能无法完全达到这一目的，诚为憾事。

序言

当你从事宇宙学研究时，不可避免遇到的一件事是，每周都会有人发来信件、电子邮件或传真，希望你描述他（没错，他们无一例外是男性）自己关于宇宙的理论。对此，你可能犯下的最大错误，就是礼貌地回复说自己想了解更多，这随即会引发无休止的信息轰炸。如何才能避免遭受这种“攻击”？我发现有一个战术相当有效，并且不会像完全置之不理那样不礼貌，那就是指出一个事实：只要他的理论无法用数学语言精确描述，我们就可以说，无法对此加以评判。这样的回复会让大多数宇宙学爱好者望而却步。现实是，如果没有数学，现代宇宙学家就无法在理解自然法则的道路上前进哪怕一小步。数学是建设任何宇宙学理论所需的坚实“脚手架”。这乍听上去并不令人惊讶，但你会意识到，我们其实没有完全弄清数学的本质。正如英国哲学家迈克尔·达米特爵士所说：“两门最抽象的学科——哲学和数学，都引发了同样的困惑：它们究竟是关于什么的？这种困惑并不纯粹源自无知，因为这两门学科的专家们甚至都觉得很难回答这个问题。”

在本书中，我将试着澄清数学本质的一些问题，尤其是数学与我们所观察到的世界之间的关系的本质。本书无意成为一本全面的数学史。更确切地说，我将梳理一些重要概念的演进，这些概念有助于我们理解数学在人类认识宇宙的历程中所扮演的角色。

长久以来，很多人为了本书的诞生直接或间接地提供了帮助。我要感谢迈克尔·阿蒂亚爵士、乔治·德瓦利、弗里曼·戴森、希勒尔·高奇曼、大卫·格罗斯、罗杰·彭罗斯爵士、马丁·里斯爵士、拉曼·桑德拉姆、麦克斯·泰格马克、史蒂文·温伯格以及史蒂芬·沃尔弗拉姆，与他们的交流使我获益良多。我还要感谢多萝西·摩根斯坦·托马斯允许我使用奥斯卡·摩根斯坦所述的库尔特·哥德尔在美国移民及归化局的经历的全文。感谢威廉·克里斯滕斯-巴里、基思·诺克斯、罗杰·伊斯顿和威尔·诺埃尔热心地向我细致解释了他们破译阿基米德重写本的经历。特别感谢劳拉·加尔博利诺为我提供了一些数学史的重要资料和珍贵文件。我还要感谢美国约翰·霍普金斯大学、芝加哥大学和法国国家图书馆的特藏部帮助我找到了一些珍贵手稿。

我要感谢斯特凡诺·卡塞尔塔诺为我翻译了许多拉丁文文献。我还要感谢伊丽莎白·弗雷泽和吉尔·拉格斯特伦为我提供的极为宝贵的文献和语言帮助（他们总是满脸笑容）。

特别感谢莎伦·图兰在准备书稿上提供了专业帮助，以及安·费尔德、克丽丝塔·维尔特和斯泰茜·本为本书绘制了部分图片。

而在本书漫长的写作过程中，我从妻子索菲亚那里得到的始终不渝的支持，大概是每一位作家梦寐以求的。

最后，我要感谢我的文学经纪人苏珊·拉比纳，没有她的鼓励，就不会有这本书。我还要诚挚感谢本书的编辑鲍伯·本德，他仔细审读了书稿，并给出了富有洞察力的评论。感谢 Simon & Schuster 出版公司的整个编辑、印制和营销团队的辛勤工作，特别是乔安娜·李在印制、洛蕾塔·登纳和埃米·瑞安在文字编辑，以及维多利亚·迈耶和凯蒂·格林奇在营销方面所给予的宝贵支持。

目 录

第 1 章 未解之谜	1
第 2 章 神秘学：数字命理学家和哲学家	17
第 3 章 魔法师：大师和异端	49
第 4 章 魔法师：怀疑论者和巨人	103
第 5 章 统计学家和概率学家：不确定的科学	141
第 6 章 几何学家：未来的冲击	179
第 7 章 逻辑学家：思考推理的人	203
第 8 章 无理由的有效性？	239
第 9 章 人类心智、数学和宇宙	265
注释	296
参考文献	316
图片版权	336

第1章

未解之谜

几年前，我在美国康奈尔大学做过一个演讲。当时，我的一张幻灯片的标题是：“上帝是数学家吗？”当这张幻灯片放出来时，我听到坐在前排的一位学生倒吸了一口凉气，说：“哦，天啊，我希望不是如此。”

我之所以提出这个问题，既不是因为打算从哲学上定义上帝，也不是因为我有意吓唬那些害怕数学的人。我只是想向听众介绍一个让众多最富创新的大脑苦苦思索了几个世纪的谜团——数学“无所不在、无所不能”的力量，而这类特征通常只有在人们描述一位神明时才会用到。正如英国物理学家詹姆斯·金斯（James Jeans, 1877—1946）所说：“宇宙看上去是由一位理论数学家设计的。”^[1]数学貌似不仅在描述和解释整个宇宙时太过有效，甚至在描述和解释一些最混沌的人类活动时也是如此。

不论是物理学家试图构造种种关于宇宙的理论，证券分析师绞尽脑汁预测下一次股价暴跌的时间，神经生物学家尝试为脑功能建模，还是军事情报统计师力图优化资源配置，他们都要使用数学。此外，尽管他们应用的可能是从不同数学分支发展出来的形式体系，但他们仍然仰赖的是同一个完整、内在一致的数学。那么，是

什么赋予了数学如此惊人的威力？或者，正如爱因斯坦曾好奇地发问：“数学，这个独立于经验的人类思维的产物，为何能如此完美地符合物理实在中的对象？”^[2]

这样的困惑古已有之。一些古希腊哲学家，特别是毕达哥拉斯和柏拉图，早就惊叹于数学塑造并支配宇宙的不言而喻的能力，同时意识到，数学的存在貌似无法被人类所改变、引导或影响。英国政治哲学家托马斯·霍布斯（Thomas Hobbes, 1588—1679）也无法掩饰自己的崇敬之情。在讨论社会和政府基础的《利维坦》一书中，他将几何学作为理性论证的典范：

“既然真理存在于由各种名称正确排序后所组成的断言中，那么追求严谨真理的人就需要记住他所使用的每个名称的含义，并把它们放于相应的地方，否则他会发现自己困于文字的纠缠中，就好像一只被抹了胶的树枝粘住的小鸟，越挣扎越不能自拔。因此，在几何学（这是迄今为止唯一令上帝满意并恩赐给人类的学问）中，人们首先确定名称的含义（他们把确定含义称为‘定义’），并把它们作为认知的起点。”^[3]

上千年来，令人印象深刻的数学研究和广博的哲学思考都没有真正解释清楚数学力量的奥秘，甚至可以说，在某种意义上，数学的这种神秘感又加剧了。比如，著名的英国牛津大学数学物理学家罗杰·彭罗斯（Roger Penrose）意识到，人类周围不仅有一个世界，而应该有三个神秘世界。按彭罗斯的划分，这三个世界是：意识感知的世界、物理现实的世界和数学形式的柏拉图世界。^[4]第一个世界是我们所有精神影像的家园，包括我们看到自己孩子笑脸时的欢欣愉悦，欣赏落日余晖壮美景色时的心旷神怡，或者观察满目

惊心的战争场面时的恐惧和憎恶。在这个世界上还包括爱、忌妒、偏见、害怕，以及我们欣赏音乐、闻到美食时的感觉。第二个世界就是我们日常所提到的物理现实世界，包括鲜花、阿司匹林药片、白云、喷气式飞机，还有星系、行星、原子、狒狒的心脏和人类的大脑，这些真实存在的东西构成了这个世界。第三个世界是数学形式的柏拉图世界。这里是数学的家园，对彭罗斯而言，这个世界和精神世界与物理世界一样，也是真实存在的，在其中有自然数 1, 2, 3, 4, …，欧几里得几何学中的所有图形和定理，牛顿运动定律、弦论、突变论以及研究股票市场行为的数学模型等。彭罗斯还观察到了这三个世界之间神秘相连的三种现象。首先，物理世界的运行似乎遵循着一定的法则，而这些法则真实存在于数学世界中。这也令爱因斯坦感到困惑。诺贝尔物理学奖得主尤金·维格纳（Eugene Wigner, 1902—1995）也有同样的疑惑：

“数学语言适于表达物理法则，这种奇迹是上天赐予我们的绝妙礼物。事实上，我们并未真正理解这份礼物，同时也受之有愧。我们应当感谢这份礼物，希望它在未来的研究中仍然有效，而且可以给予我们欢乐，抑或困惑——无论是好还是坏——以及广泛的学问。”^[5]

其次，人类感知心智（*perceiving mind*）本身——这是我们主观认知能力的源泉——似乎来自物理世界。心智究竟是如何从物质中产生的？我们是否能够将人类意识的工作机制上升为一种理论，令其如同今天的电磁场理论那样条理清晰、令人信服？最后，这三个世界神秘地联到一起，形成了一个闭合的圆。通过发现或创造抽象的数学公式和概念，并将它们清晰地表达出来，感知心智才得以

奇迹般地进入数学王国之中。

彭罗斯并未给出任何关于这三个世界神秘现象的解释。实际上，他的结论非常简洁：“毫无疑问，并不真正存在三个世界，而是只有一个世界。并且直到目前为止，对于这个真实世界的本质，我们对它的认识甚至连肤浅也谈不上。”英国作家艾伦·贝内特（Alan Bennett）创作的戏剧《四十年来》（*Forty Years On*）中的那位教师也回答过类似的问题，与之相比，彭罗斯的回答可谓谦逊而坦白。下面就是那位教师的回答。

福斯特：先生，我对（圣父、圣灵、圣子）三位一体的说法仍然有点困惑。

教师：三合为一，一分为三，简单明了。对此有任何疑问，就去请教你的数学老师。

这个谜题甚至比我刚才提到的那个问题更错综复杂。利用数学成功解释我们周围的世界（维格纳称之为“数学无理由的有效性”），实际上可以从两个方面去认识，它们都同样令人惊奇。第一，是其“主动”的一面。当物理学家在自然的迷宫里迷失方向时，数学会为他们照亮前方的道路，他们使用和创造的工具、建立的模型，以及他们所期望得到的解释，所有这些都离不开数学。显然，这本身就是一个奇迹。牛顿观察到了落地的苹果、月亮和海滩上的潮汐（我不是很确信他是否真正看见了），不过他所看到的可都不是数学方程式。但是牛顿却从这些自然现象中抽象并总结出了清晰、简洁、精准的数学规律。同样，苏格兰物理学家詹姆斯·克拉克·麦克斯韦（James Clerk Maxwell, 1831—1879）在19世纪60年代拓展了经典物理学范畴。他仅仅使用4个数学公式，就解

释了所有已知的电磁学现象。可以想象，电磁学和光学实验通常充斥着大量细节性信息，数据量十分巨大，以前都需要用大量篇幅才能归纳和解释所有这些现象和结论，但现在只需要4个简洁的方程式就够了！爱因斯坦的广义相对论更令人惊叹，它是数学理论中极度精确与自相一致的一个完美范例，这个理论揭示的正是如时空结构一类的基础事物。

除了“主动”的一面之外，数学的神秘效应还包括“被动”的一面，让人意想不到的，后者甚至会令前者黯然失色。当数学家研究、探索数学概念以及各种概念之间的关系时，有时仅仅出于理论研究的目的，绝对没有考虑过理论的实用性问题。但是在几十年后（有时甚至是几百年后），人们突然发现，他们的理论出人意料地为物理现实问题提供了解决方案。你可能要问，这怎么可能呢？那位行为古怪的英国数学家戈弗雷·哈罗德·哈代（Godfrey Harold Hardy, 1877—1947）的例子就十分有趣。哈代为他的纯理论数学研究感到非常自豪，他曾断言：“我的发现今天没有、将来也不会给世界带来丝毫影响——无论这种影响是直接还是间接的，有益抑或有害的。”^[6] 猜猜结果如何？他错了！他的一项研究成果被命名为“哈代-温伯格定律”^[7]，这是以哈代和德国物理学家威廉·温伯格（Wilhelm Weinberg, 1862—1937）的名字命名的，该定律是遗传学家研究人口进化的基础。简单地说，哈代-温伯格定律认为：如果一个基数很大的人口群体随机婚配（没有人口迁移、基因突变和选择性婚配），基因构成将保持恒定，而且不因世代变化而变化。表面上，哈代研究的是抽象的数论——一门研究自然数的学科，但人们出乎意料地发现其研究成果能解决现实问题。1973年，英国数学家克利福德·柯克斯（Clifford Cocks）利用数论在密码

学领域取得了突破性进展。^[8]柯克斯的研究成果再次证明了哈代的言论已经过时。哈代在其 1940 年出版的那本著名的著作《一个数学家的辩白》中声称：“还没有人发现数论能被用于战争目的。”很明显，他又错了！在现代军事信息传递中，密码学绝对不可或缺。因此，尽管哈代是最有名的实用数学批判论者，可是最终还是被“拽去”研究具有实用价值的数学理论了——如果他还在世的话，一定会对此高声抱怨。

这只是冰山一角。开普勒和牛顿发现了太阳系行星运行轨道是椭圆形的，而古希腊数学家门奈赫莫斯（Menaechmus）在两千年前，即大约公元前 350 年就已经研究过这条曲线了。波恩哈德·黎曼（Bernhard Riemann, 1826—1866）在 1854 年的一次经典演讲中概括了几门新兴几何学的主要内容，它们恰好是爱因斯坦解释宇宙结构时所必需的工具。还有一门叫作“群论”的数学“语言”，它是由年轻的数学天才伽罗瓦（Evariste Galois, 1811—1832）创建的。起初，群论仅仅用来判别代数方程式的可解性，但今天，它已经被物理学家、工程师、语言学家甚至人类生态学家们广泛使用，用来研究几乎所有的对称性问题。^[9]此外，数学上的对称概念在某种程度上还颠覆了整个科学的研究过程。几个世纪以来，科学家认识宇宙的第一步都是在反复实验和试错后，收集汇总数据和结果，再从其中归纳出通用的自然规律。这种梳理过程从局部观察开始，之后像拼图一样，观察结果被一块块地拼接起来。进入 20 世纪后，人们认识到条理清晰的数学设计并描述了亚原子世界的基础结构，于是，当代物理学家们开始反其道而行之^①。他们把数学的对

① 指不必像过去一样先观察现象，后总结规律。——译者注