

“十三五”普通高等教育应用型规划教材

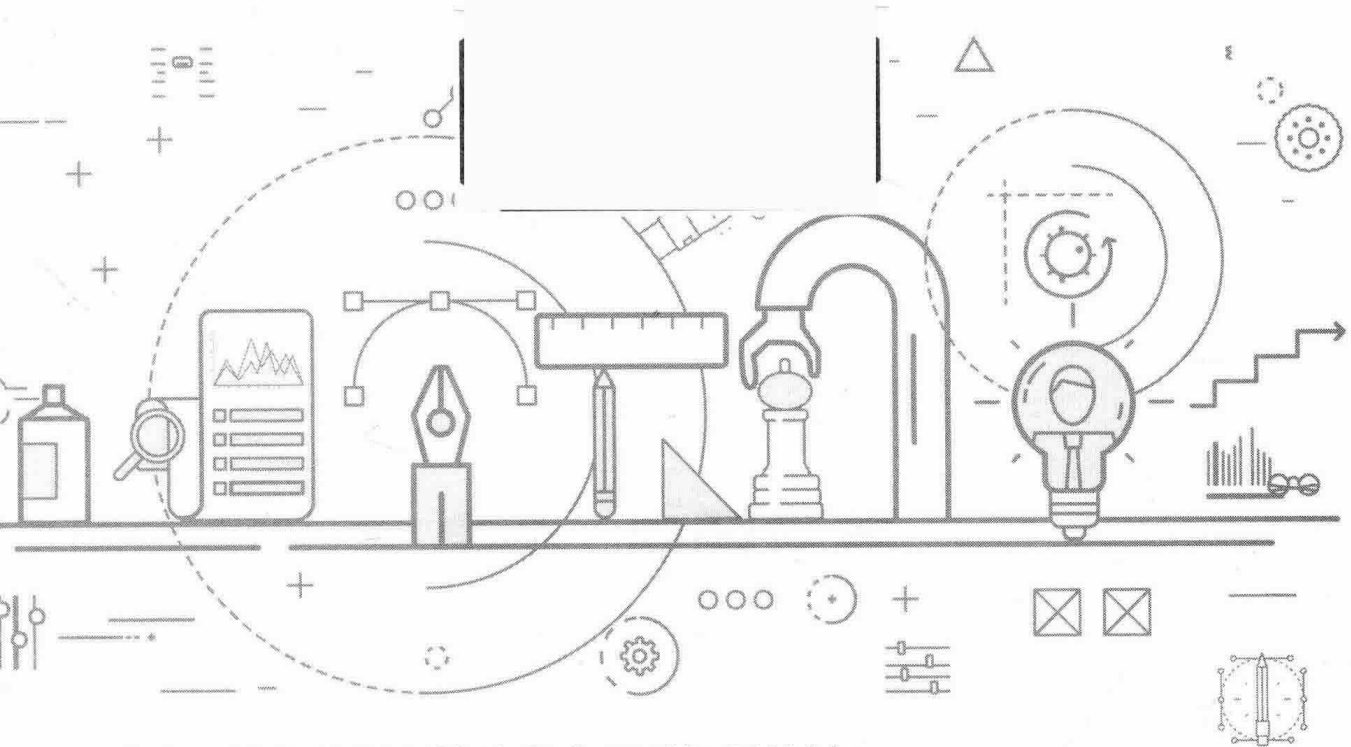
# 概率论与数理统计 习题全解与试题选编

郭文英 刘 强 孙 阳 陈江荣 编



 中国人民大学出版社

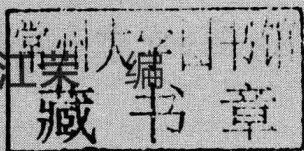
扫码下资源



“十三五”普通高等教育应用型规划教材

# 概率论与数理统计 习题全解与试题选编

郭文英 刘 强 孙 阳 陈江



中国人民大学出版社  
· 北京 ·

**图书在版编目 (CIP) 数据**

概率论与数理统计习题全解与试题选编/郭文英等编. —北京: 中国人民大学出版社, 2019. 9  
“十三五”普通高等教育应用型规划教材  
ISBN 978-7-300-27353-2

I. ①概… II. ①郭… III. ①概率论-高等学校-题解 ②数理统计-高等学校-题解 IV. ①O21-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2019) 第 185816 号

“十三五”普通高等教育应用型规划教材

**概率论与数理统计习题全解与试题选编**

郭文英 刘强 孙阳 陈江荣 编

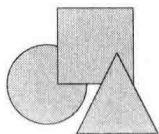
Gailülun yu Shuli Tongji Xiti Quanjie yu Shiti Xuanbian

---

出版发行	中国人民大学出版社		
社 址	北京中关村大街 31 号	邮政编码	100080
电 话	010-62511242 (总编室)		010-62511770 (质管部)
	010-82501766 (邮购部)		010-62514148 (门市部)
	010-62515195 (发行公司)		010-62515275 (盗版举报)
网 址	<a href="http://www.crup.com.cn">http://www.crup.com.cn</a>		
经 销	新华书店		
印 刷	北京昌联印刷有限公司		
规 格	185 mm×260 mm 16 开本	版 次	2019 年 9 月第 1 版
印 张	12.5	印 次	2019 年 9 月第 1 次印刷
字 数	281 000	定 价	29.00 元

---

**版权所有 侵权必究 印装差错 负责调换**



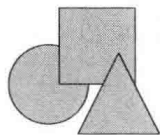
## 内容摘要

本书是“十三五”普通高等教育应用型规划教材《概率论与数理统计》(中国人民大学出版社)的配套教材。

全书分为三大部分,其中第一部分为对应教材的课后习题全解以及总复习题全解,有些题目给出多种详细解法,便于读者自学参考。为了便于教师布置课后作业,课程教材的课后习题是按节配置的,且每一章的后面均附有总复习题,配套教材的章节目录体系与课程教材完全一致。第二部分为期末考试试题,第三部分是期末考试试题全解。

本书既可以作为普通高等学校经管类本科生学习概率论与数理统计课程的配套教材,也可以作为教师的教学参考用书和全国硕士研究生统一入学考试的复习用书。





# 前 言

2009年以来,在北京市和学校相关部门的大力支持下,我校公共基础课的教学改革一直在如火如荼地进行,数学公共基础课教学团队从全国地方财经类专业的数学需求出发,结合教育部高等学校大学数学课程教学指导委员会的总体要求,对课程管理与队伍建设、数学理念、教学大纲与课程内容、考核方式、教学模式与教学手段、教学研究、学科竞赛等方面进行了全方位的改革,涉及面广,内容深刻,力度很大,效果很好.在此基础上,我们对原有讲义进行了系统的整理、修订,编写了“十三五”普通高等教育应用型规划教材,由首都经济贸易大学的刘强教授担任丛书的总主编.该系列教材具体包括:

(1) 教材系列,包括《微积分》(上、下册)、《线性代数》和《概率论与数理统计》四本教材;

(2) 配套习题全解与试题选编系列.

本书为《概率论与数理统计习题全解与试题选编》分册,是《概率论与数理统计》的配套教材.

全书分为三大部分,其中第一部分为对应教材的课后习题全解以及总复习题全解,有些题目给出多种详细解法,便于读者自学参考.为了便于教师布置课后作业,课程教材的课后习题是按节配置的,且每一章的后面均附有总复习题,配套教材的章节目录体系与课程教材完全一致.第二部分为期末考试试题,第三部分是期末考试试题全解.将考试试题与试题全解分开排版,便于读者自我检验课程知识掌握情况.

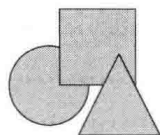
在编写系列教材的过程中,我们得到了北京航空航天大学的韩立岩教授、清华大学的邓邦明教授、北京工商大学的曹显兵教授、北京工业大学的薛留根教授、广东财经大学的胡桂武教授、北方工业大学的刘喜波教授、中央财经大学的贾尚晖教授、重庆工商大学的陈义安教授、北京信息科技大学的侯吉成教授、北京联合大学的邢春峰教授、昆明理工大学的吴刘仓教授、江苏师范大学的赵鹏教授、北京化工大学的李志强副教授以及首都经济贸易大学的马立平教授、张宝学教授、任韬教授等同事们的大力支持,中国人民大学出版

社的策划编辑李丽娜女士和责任编辑王美玲女士为丛书的出版付出了很多努力，在此一并表示感谢。

编写组教师均长期工作在大学数学教学的第一线，积累了丰富的教学经验，深谙当前本科教学的教育规律，熟悉学生的学习习惯、认知水平和认知能力，在教学改革中取得了一些成绩，出版过包括课程教材、同步训练、深化训练、考研辅导以及大学生数学竞赛等多个层次的教材和辅导用书。由于水平所限，书中难免存在不妥甚至错误之处，恳请读者和同行不吝指正。欢迎来函，邮件地址：[cuebliuqiang@163.com](mailto:cuebliuqiang@163.com)。

编者

2019年1月



# 目 录

## 第一部分 课后习题全解

<b>第 1 章 随机事件及其概率</b> .....	2
§ 1.1 随机事件 .....	2
§ 1.2 概率的定义及性质 .....	3
§ 1.3 古典概型与几何概型 .....	4
§ 1.4 条件概率、全概率公式、贝叶斯公式 .....	8
§ 1.5 事件的独立性 .....	11
总复习题 1 .....	12
<b>第 2 章 随机变量及其分布</b> .....	19
§ 2.1 随机变量 .....	19
§ 2.2 随机变量的分布函数 .....	20
§ 2.3 离散型随机变量 .....	23
§ 2.4 连续型随机变量 .....	25
§ 2.5 随机变量函数的分布 .....	28
总复习题 2 .....	30
<b>第 3 章 随机向量</b> .....	37
§ 3.1 随机向量及其概率分布 .....	37
§ 3.2 边缘分布 .....	39
§ 3.3 条件分布 .....	42
§ 3.4 随机变量的独立性 .....	45

§ 3.5 随机向量函数的分布 .....	47
总复习题 3 .....	49
<b>第 4 章 随机变量的数字特征 .....</b>	<b>58</b>
§ 4.1 数学期望 .....	58
§ 4.2 方差 .....	62
§ 4.3 协方差和相关系数 .....	64
§ 4.4 矩、协方差矩阵 .....	65
总复习题 4 .....	66
<b>第 5 章 大数定律与中心极限定理 .....</b>	<b>72</b>
§ 5.1 切比雪夫不等式 .....	72
§ 5.2 大数定律 .....	72
§ 5.3 中心极限定理 .....	73
总复习题 5 .....	75
<b>第 6 章 抽样分布 .....</b>	<b>78</b>
§ 6.1 总体与样本 .....	78
§ 6.2 统计图形 .....	79
§ 6.3 统计量与抽样分布 .....	82
总复习题 6 .....	85
<b>第 7 章 参数估计 .....</b>	<b>94</b>
§ 7.1 点估计 .....	94
§ 7.2 估计量的评选标准 .....	98
§ 7.3 区间估计 .....	102
§ 7.4 单个正态总体均值与方差的区间估计 .....	103
* § 7.5 两个正态总体参数的区间估计 .....	105
总复习题 7 .....	107
<b>第 8 章 假设检验 .....</b>	<b>115</b>
§ 8.1 假设检验的概念与类型 .....	115
§ 8.2 单个正态总体参数的假设检验 .....	116
* § 8.3 两个正态总体参数的假设检验 .....	118
§ 8.4 $p$ 值检验法 .....	120
* § 8.5 分布拟合检验 .....	121
总复习题 8 .....	123

## 第二部分 试题选编

期末考试试题一 .....	130
期末考试试题二 .....	132
期末考试试题三 .....	134

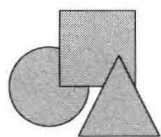
期末考试试题四 .....	136
期末考试试题五 .....	138
期末考试试题六 .....	141
期末考试试题七 .....	143
期末考试试题八 .....	145

### 第三部分 试题选编全解

期末考试试题一全解 .....	148
期末考试试题二全解 .....	153
期末考试试题三全解 .....	159
期末考试试题四全解 .....	164
期末考试试题五全解 .....	168
期末考试试题六全解 .....	172
期末考试试题七全解 .....	178
期末考试试题八全解 .....	183
参考文献 .....	188



# 第一部分 课后习题全解



# 第 1 章 随机事件及其概率

## § 1.1 随机事件

1. 事件  $A_i (i=1, 2, 3)$  表示某车间里第  $i$  条生产线完成生产任务,  $B$  表示该车间至少有两条生产线完成生产任务,  $C$  表示该车间最多有两条生产线完成生产任务, 说明事件  $\bar{B}$  及  $B-C$  的意义, 并用  $A_i (i=1, 2, 3)$  表示.

**解** 依题意,  $\bar{B}$  表示该车间“至多有一条生产线完成任务”. 故

$$\begin{aligned}\bar{B} &= A_1\bar{A}_2\bar{A}_3 \cup \bar{A}_1\bar{A}_2A_3 \cup \bar{A}_1A_2\bar{A}_3 \cup \bar{A}_1\bar{A}_2A_3 \\ &= (A_1\bar{A}_2\bar{A}_3 \cup \bar{A}_1\bar{A}_2A_3) \cup (\bar{A}_1\bar{A}_2A_3 \cup \bar{A}_1A_2\bar{A}_3) \cup (\bar{A}_1A_2\bar{A}_3 \cup \bar{A}_1\bar{A}_2A_3) \\ &= \bar{A}_2\bar{A}_3 \cup \bar{A}_1\bar{A}_2 \cup \bar{A}_1\bar{A}_3,\end{aligned}$$

再由  $\bar{C}$  表示该车间“三条生产线均完成生产任务”, 及  $B-C = B\bar{C}$ , 而  $B\bar{C}$  表示该车间“三条生产线均完成生产任务”. 因此  $B-C = A_1A_2A_3$ .

2. 设  $A, B, C$  为三个事件, 用  $A, B, C$  的运算关系表示下列各事件:

- (1)  $A$  发生, 且  $B$  与  $C$  不发生;
- (2)  $A$  与  $B$  都发生, 而  $C$  不发生;
- (3)  $A, B, C$  中至少有一个发生;
- (4)  $A, B, C$  都不发生;
- (5)  $A, B, C$  中不多于两个发生;
- (6)  $A, B, C$  中至少有两个发生.

**解** 由题意

(1)  $A\bar{B}\bar{C}$ ;

(2)  $AB\bar{C}$ ;

(3)  $A\cup B\cup C$ ;

(4)  $\bar{A}\bar{B}\bar{C}$ ;

(5) 由于  $A, B, C$  中不多于两个发生的逆事件是  $A, B, C$  同时发生, 故可以表示为  $\overline{ABC} = \bar{A}\cup\bar{B}\cup\bar{C}$ ;

(6)  $A, B, C$  中至少有两个发生包含恰有两个发生和三个都发生, 因此可以表示为

$$AB\bar{C}\cup A\bar{B}C\cup\bar{A}BC\cup ABC,$$

而

$$\begin{aligned} & AB\bar{C}\cup A\bar{B}C\cup\bar{A}BC\cup ABC \\ &= (AB\bar{C}\cup ABC)\cup(A\bar{B}C\cup ABC)\cup(\bar{A}BC\cup ABC) = AB\cup AC\cup BC. \end{aligned}$$

3. 证明下列等式:

(1)  $\overline{AB\cup CD} = (\bar{A}\cup\bar{B})(\bar{C}\cup\bar{D})$ .

(2)  $A-BC = (A-B)\cup(A-C)$ .

(3)  $(A\cup B)(A\cup\bar{B})\cup(\bar{A}\cup B)(\bar{A}\cup\bar{B}) = S$ .

证 (1)  $\overline{AB\cup CD} = (\overline{AB})(\overline{CD}) = (\bar{A}\cup\bar{B})(\bar{C}\cup\bar{D})$ .

(2)  $A-BC = A\bar{B}\bar{C} = A(\bar{B}\cup\bar{C}) = A\bar{B}\cup A\bar{C} = (A-B)\cup(A-C)$ .

(3)  $(A\cup B)(A\cup\bar{B})\cup(\bar{A}\cup B)(\bar{A}\cup\bar{B}) = [A\cup(B\cap\bar{B})]\cup[\bar{A}\cup(B\cap\bar{B})] = A\cup\bar{A} = S$ .

4. 设  $A$  与  $B$  为对立事件, 证明  $\bar{A}$  与  $\bar{B}$  也为对立事件.

证 由于  $A$  与  $B$  对立, 则  $AB = \emptyset, A\cup B = S$ , 从而有

$$\overline{AB} = \bar{A}\cup\bar{B} = S, \quad \overline{A\cup B} = \bar{A}\bar{B} = \emptyset,$$

因此  $\bar{A}$  与  $\bar{B}$  也为对立事件.

## § 1.2 概率的定义及性质

1. 设  $A, B$  为两个事件, 比较  $P(A), P(AB), P(A\cup B), P(A)+P(B)$  的大小.

解 由于对任意两个事件  $A, B$  均有  $AB \subset A \subset A\cup B$ , 因此有

$$P(AB) \leq P(A) \leq P(A\cup B),$$

再由

$$P(A\cup B) = P(A) + P(B) - P(AB) \leq P(A) + P(B),$$

因此有

$$P(AB) \leq P(A) \leq P(A\cup B) \leq P(A) + P(B).$$

2. 设  $A, B, C$  为三个事件, 且  $P(A) = P(B) = P(C) = \frac{1}{4}, P(AB) = P(BC) = 0$ ,

$P(AC) = \frac{1}{8}$ , 求  $A, B, C$  至少有一个发生的概率.

解 由于事件“ $A, B, C$  至少有一个发生”即为  $A \cup B \cup C$ , 而

$$\begin{aligned} P(A \cup B \cup C) &= P(A) + P(B) + P(C) - P(AB) - P(AC) - P(BC) + P(ABC) \\ &= \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - 0 - \frac{1}{8} - 0 + 0 = \frac{5}{8}. \end{aligned}$$

3. 设事件  $A$  与  $B$  互不相容, 且  $P(A) = 0.3, P(B) = 0.6$ , 求  $P(\overline{A}\overline{B})$ .

解 由于  $A$  与  $B$  互不相容, 有  $P(AB) = 0$ , 从而

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB) = 0.3 + 0.6 - 0 = 0.9,$$

因此

$$P(\overline{A}\overline{B}) = 1 - P(\overline{\overline{A}\overline{B}}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - 0.9 = 0.1.$$

4. 设事件  $A, B$  满足  $P(A \cup B) = 0.6$ , 且  $P(\overline{A}B) = 0.3$ , 求  $P(\overline{A})$ .

解 由题意, 有

$$0.6 = P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB) = P(A) + P(\overline{A}B) = P(A) + 0.3,$$

解得  $P(A) = 0.3$ , 进而  $P(\overline{A}) = 0.7$ .

5. 某班学生使用的网络通信工具有“微信”“QQ”两种. 统计后发现, 使用“微信”的学生数占该班总人数的 90%, 使用“QQ”的学生数占该班总人数的 70%, 两种通信工具都使用的学生数占该班总人数的 60%. 从该班任选一名学生, 求下列事件的概率.

(1) 该生仅使用一种通信工具; (2) 该生至少使用一种通信工具; (3) 该生两种通信工具都没有使用.

解 令  $A$  表示学生使用的通信工具是“微信”,  $B$  表示学生使用的通信工具是“QQ”, 则有

$$P(A) = 0.9, \quad P(B) = 0.7, \quad P(AB) = 0.6,$$

$$P(A\overline{B}) = P(A) - P(AB) = 0.9 - 0.6 = 0.3,$$

$$P(B\overline{A}) = P(B) - P(AB) = 0.7 - 0.6 = 0.1,$$

$$(1) P(A\overline{B}) + P(B\overline{A}) = 0.3 + 0.1 = 0.4,$$

$$(2) P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB) = 0.9 + 0.7 - 0.6 = 1,$$

$$(3) P(\overline{A}\overline{B}) = 1 - P(\overline{\overline{A}\overline{B}}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - 1 = 0.$$

6. 设  $A, B$  是两个事件, 试证:  $P(A \cup B) = P(A\overline{B}) + P(\overline{A}B) + P(AB)$ .

证  $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB)$

$$= [P(A) - P(AB)] + [P(B) - P(AB)] + P(AB)$$

$$= P(A - AB) + P(B - AB) + P(AB)$$

$$= P(A\overline{B}) + P(\overline{A}B) + P(AB).$$

### § 1.3 古典概型与几何概型

1. 从编号为 1~10 的 10 张卡片中不放回地抽取 2 次, 求下列事件的概率:

(1) 两次取到的卡片编号都是偶数;

(2) 第2次取到的卡片编号是偶数.

**解** 考虑从10张卡片中不放回地抽取2次的所有可能(有次序), 样本空间的样本点数为  $C_{10}^1 C_9^1$ , 而两次取到的卡片编号都是偶数的样本点的个数为  $C_5^1 C_4^1$ , 第2次取到的卡片编号是偶数的样本点的个数为  $C_9^1 C_5^1$ , 因此有

$$P\{\text{两次取到的卡片编号都是偶数}\} = \frac{C_5^1 C_4^1}{C_{10}^1 C_9^1} = \frac{2}{9},$$

$$P\{\text{第2次取到的卡片编号是偶数}\} = \frac{C_9^1 C_5^1}{C_{10}^1 C_9^1} = \frac{1}{2}.$$

2. 掷两枚骰子, 分别记录点数, 求下列事件的概率:

(1) 点数之和等于7;

(2) 点数之和不大于5;

(3) 一枚骰子的点数是另一枚的两倍.

**解** 考虑掷两枚骰子的所有可能结果(有次序), 样本空间的样本点数为  $C_6^1 C_6^1$ , 而点数之和为7的样本点有:

(1,6), (2,5), (3,4), (4,3), (5,2), (6,1),

点数之和不大于5的样本点有:

(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (2,1), (2,2), (2,3), (3,1),

(3,2), (4,1),

一枚骰子的点数是另一枚的两倍的样本点有:

(1,2), (2,1), (2,4), (3,6), (4,2), (6,3),

因此,

$$P\{\text{点数之和为7}\} = \frac{6}{C_6^1 C_6^1} = \frac{1}{6},$$

$$P\{\text{点数之和不大于5}\} = \frac{10}{C_6^1 C_6^1} = \frac{5}{18},$$

$$P\{\text{一枚骰子的点数是另一枚的两倍}\} = \frac{6}{C_6^1 C_6^1} = \frac{1}{6}.$$

3. 袋中有10只球, 其中4只白球, 3只红球, 3只黄球. 现从中取3只球, 求下列事件的概率:

(1) 这3只球的颜色相同;

(2) 这3只球的颜色均不相同;

(3) 这3只球中恰有一只白球;

(4) 这3只球中至少有一只白球;

(5) 这3只球中恰有两只球颜色相同;

(6) 这3只球中至少有两球颜色相同.

解 将袋中的球编号, 考虑从袋中取球 3 只的所能可能 (无次序), 故样本空间的样本点数为  $C_{10}^3$ .

(1) 由于同颜色的 3 只球有可能是三白、三红、三黄, 故 3 只球的颜色相同的点数为  $C_4^3 + C_3^3 + C_3^3$ , 故

$$P\{3 \text{ 只球的颜色相同}\} = \frac{C_4^3 + 2C_3^3}{C_{10}^3}.$$

(2) 考虑从每种颜色的球中各取一只的所有可能, 有 3 只球的颜色均不相同的点数为  $C_4^1 C_3^1 C_3^1$ , 故

$$P\{3 \text{ 只球的颜色均不相同}\} = \frac{C_4^1 C_3^1 C_3^1}{C_{10}^3}.$$

(3) 考虑必有一只白球, 另两只球非白色的所有可能, 有 3 只球中恰有一只白球的点数为  $C_4^1 C_6^2$ , 故

$$P\{3 \text{ 只球中恰有一只白球}\} = \frac{C_4^1 C_6^2}{C_{10}^3}.$$

(4) 考虑到“3 只球中至少有一只白球”的对立事件是“3 只球中无白球”, 因此 3 只球中至少有一只白球的样本点数为  $C_{10}^3 - C_6^3$ , 故

$$P\{3 \text{ 只球中至少有一只白球}\} = \frac{C_{10}^3 - C_6^3}{C_{10}^3}.$$

(5) 由于同颜色的 2 球有可能是两白、两红、两黄, 因此 3 只球中恰有两只球颜色相同的点数为  $C_4^2 C_6^1 + C_3^2 C_7^1 + C_3^2 C_7^1$ , 故

$$P\{3 \text{ 只球中恰有两只球颜色相同}\} = \frac{C_4^2 C_6^1 + 2C_3^2 C_7^1}{C_{10}^3}.$$

(6) 考虑到“3 只球中至少有两球颜色相同”的对立事件是“3 只球的颜色均不相同”, 因此, 3 只球中至少有两球颜色相同的点数为  $C_{10}^3 - C_4^1 C_3^1 C_3^1$ , 故

$$P\{3 \text{ 只球中至少有两球颜色相同}\} = 1 - \frac{C_4^1 C_3^1 C_3^1}{C_{10}^3}.$$

4. 从 6 双不同的鞋子中随机取出 4 只, 求恰有一双能配对的概率.

解 考虑从 12 只不同的鞋子中取出 4 只的所能可能 (无次序), 故样本空间的样本点数为  $C_{12}^4$ , 而能配成对的鞋有 6 种可能, 当一双鞋配成对时, 另外两只鞋必须来自剩余 5 双中的不同双, 因此恰有一双能配对的样本点数为  $C_6^1 C_5^2 C_2^1 C_2^1$ , 故

$$P\{\text{恰有一双能配对}\} = \frac{C_6^1 C_5^2 C_2^1 C_2^1}{C_{12}^4}.$$

5. 将 4 个人等可能地分配到 5 个房间, 求房间中人数最多为 2 的概率 (假设每个房间都可以容下 4 个人).

解 将房间编号, 考虑到每个人都有 5 种选择方式, 故样本空间的样本点数为  $5^4$ , 而

4个人分在不同房间的样本点数为  $C_5^1 C_4^1 C_3^1 C_2^1$ ; 有两个人在同一房间, 另两个人在不同房间的点数为  $C_4^2 C_3^1 C_2^1 C_1^1$ ; 有2个房间中各有两人的点数为  $\frac{1}{2} C_4^2 C_2^2 C_5^1 C_1^1$ , 故

$$P\{\text{房间中人数最多为2}\} = \frac{C_5^1 C_4^1 C_3^1 C_2^1 + C_4^2 C_3^1 C_2^1 C_1^1 + \frac{1}{2} C_4^2 C_2^2 C_5^1 C_1^1}{5^4} = \frac{108}{5^3}.$$

6. 墙上挂着5张字母卡片, 其顺序为“abcba”, 现掉落了两个, 捡起后随机地挂回, 求顺序仍然为“abcba”的概率.

解 由于掉落的方式有  $C_5^2$  种, 而每一种掉落对应的挂回又都有“对”与“错”两种情况, 因此样本空间的样本点数为  $2C_5^2$ . 特别注意, 当掉落的两个卡片为“a, a”或“b, b”时, 挂“错”也能使得顺序仍然为“abcba”, 从而挂回后顺序仍然为“abcba”的点数为  $C_5^2 + 2$ , 故

$$P\{\text{顺序仍然为“abcba”}\} = \frac{C_5^2 + 2}{2C_5^2}.$$

7. 在区间  $(0, 1)$  内随机地取两个数, 求两数之差的绝对值小于  $\frac{1}{2}$  的概率.

解 用  $x, y$  表示取得的两个数, 则有样本空间

$$S = \{(x, y) \mid 0 < x < 1, 0 < y < 1\},$$

令  $A = \{(x, y) \mid |x - y| < \frac{1}{2}, (x, y) \in S\}$ , 如图 1.1 所示, 将  $S, A$  几何化, 有

$$P(A) = \frac{L(A)}{L(S)} = \frac{3}{4}.$$

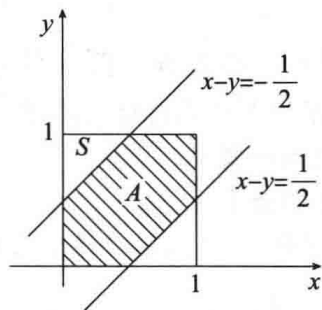


图 1.1

8. 在区间  $[0, 1]$  上任取两个数, 求两个数的乘积不小于  $\frac{3}{16}$  且和不大于 1 的概率.

解 用  $x, y$  表示取得的两个数, 则有样本空间

$$S = \{(x, y) \mid 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1\},$$

令  $A = \{(x, y) \mid xy \geq \frac{3}{16}, x + y \leq 1, (x, y) \in S\}$ , 如图 1.2 所示, 将  $S, A$  几何化, 有

$$P(A) = \frac{L(A)}{L(S)} = \int_{\frac{1}{4}}^{\frac{3}{4}} \left(1 - x - \frac{3}{16x}\right) dx = \frac{1}{4} - \frac{3}{16} \ln 3.$$

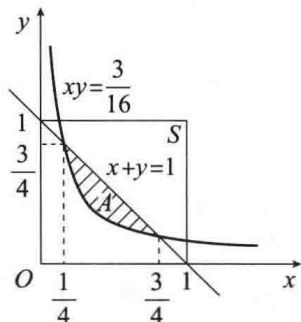


图 1.2

### § 1.4 条件概率、全概率公式、贝叶斯公式

1. 期末考试中，数学、外语不及格的人数分别占班级总人数的 15%、5%，这两门课程都不及格的人数占班级总人数的 3%。

- (1) 已知一名学生数学不及格，求该生外语也不及格的概率；
- (2) 已知一名学生外语不及格，求该生数学也不及格的概率。

解 令  $A$  表示“该生数学不及格”， $B$  表示“该生外语不及格”，依题意有

$$P(A) = 0.15, \quad P(B) = 0.05, \quad P(AB) = 0.03,$$

从而

$$P(B|A) = \frac{P(AB)}{P(A)} = \frac{0.03}{0.15} = 0.2, \quad P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{0.03}{0.05} = 0.6.$$

2. 在对某大学的男生进行的调查中发现，喜欢踢足球的占 92%，喜欢打篮球的占 93%，在不喜欢踢足球的男生中有 85% 的人喜欢打篮球，现任选一名男生，求该生

- (1) 不喜欢踢足球但喜欢打篮球的概率；
- (2) 喜欢踢足球或喜欢打篮球的概率。

解 令  $A$  表示“该生喜欢踢足球”， $B$  表示“该生喜欢打篮球”，依题意有

$$P(A) = 0.92, \quad P(B) = 0.93, \quad P(B|\bar{A}) = 0.85,$$

从而有

$$(1) P(B\bar{A}) = P(B|\bar{A})P(\bar{A}) = P(B|\bar{A})[1 - P(A)] = 0.85 \times 0.08 = 0.068,$$

故该生不喜欢踢足球但喜欢打篮球的概率为 0.068。

$$(2) P(BA) = P(B) - P(B\bar{A}) = 0.93 - 0.068 = 0.862,$$

故

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB) = 0.92 + 0.93 - 0.862 = 0.988.$$

故该生喜欢踢足球或喜欢打篮球的概率为 0.988。