

国家自然科学基金项目 ( No.U1709209 ) 资助

制 · 造 · 业 · 高 · 端 · 技 · 术 · 系 · 列

# 离心泵非定常流动激励 转子动力学

Unsteady-flow-induced Rotordynamics  
of Centrifugal Pumps



朱祖超 翟璐璐 著

 机械工业出版社  
CHINA MACHINE PRESS

制造业高端技术系列

# 离心泵非定常流动 激励转子动力学

Unsteady-flow-induced Rotordynamics  
in Centrifugal Pumps

朱祖超 翟璐璐 著



机械工业出版社

本书以对我国经济建设和国家安全有重要现实意义的流程离心泵和航天发动机离心泵为具体工程背景,从基础理论、数值计算和应用实例等方面,构建基于全流量、全流场非定常流场信息的流体激励力及考虑流体激励力的转子动力特性分析方法,得到了非定常流体激励力作用下的转子系统动力特性,并以高速离心泵和多级离心泵为例进行计算分析。本书研究成果可为高性能离心泵设计开发和可靠运行提供技术支持。

本书可作为流体机械和叶轮机械教学和科研人员的参考书,也可为离心泵产品设计和实际应用的科研人员提供借鉴和参考。

## 图书在版编目(CIP)数据

离心泵非定常流动激励转子动力学/朱祖超,翟璐璐著. —北京:机械工业出版社,2019.6

ISBN 978-7-111-62968-9

I. ①离… II. ①朱…②翟… III. ①离心泵-非定常流动-转子动力学-研究 IV. ①TH311

中国版本图书馆CIP数据核字(2019)第118716号

机械工业出版社(北京市百万庄大街22号 邮政编码100037)

策划编辑:何月秋 责任编辑:何月秋 王春雨

责任校对:李伟 封面设计:马精明

责任印制:孙炜

北京联兴盛业印刷股份有限公司印刷

2019年7月第1版第1次印刷

169mm×239mm·16印张·1插页·275千字

0001—1200册

标准书号:ISBN 978-7-111-62968-9

定价:118.00元

电话服务

客服电话:010-88361066

010-88379833

010-68326294

网络服务

机工官网:www.cmpbook.com

机工官博:weibo.com/cmp1952

金书网:www.golden-book.com

封底无防伪标均为盗版

机工教育服务网:www.cmpedu.com

离心泵是石油化工、化工、煤化工和制药等流程领域的关键设备，可以将液态工作介质加压输送至系统的各个生产环节和操作单元，是整个液体输送系统的核心。随着流程工业领域和航天事业的发展，离心泵正在向大功率密度即往高速、高压和大型化方向发展。离心泵在运行过程中，必须要具备高效率、高抗汽蚀余量、低振动噪声和高工作稳定性等优越的外特性指标，特别是振动特性，它是机组性能参数满足生产工艺要求的前提，用户最关心的、衡量离心泵运行可靠性的最关键的指标。离心泵的工作转速越高、叶轮级数越多、工作介质越特殊，其内部非正常流体激励力特性越复杂，在此类激励力作用下的振动特性及其他转子动力学行为越复杂。尽管国内外针对旋转机械转子动力学特性开展了较多的理论分析和实验研究，但目前还未能建立考虑非正常流体激励力下的离心泵转子动力学特性及行为计算方法。

本书以对我国经济建设和国家安全有重要现实意义的流程离心泵和航天发动机离心泵为具体工程背景，从基础理论、数值计算和应用实例等方面，构建基于全流量、全流场非正常流场信息的流体激励力及考虑流体激励力的转子动力特性分析方法，得到了非正常流体激励力作用下的转子系统动力特性，并以高速离心泵和多级离心泵为例进行计算分析。本书研究成果可为高性能离心泵的设计开发和可靠运行提供技术支持。

本书在成书过程中，得到了浙江理工大学、浙江天德泵业有限公司和嘉利特荏原泵业有限公司等单位有关老师和科技人员的大力支持，在此一并表示衷心的感谢！

本书得到了国家自然科学基金项目（No. U1709209）和浙江省重点研发计划项目（No. 2017C01021）的资助。

对于书中存在的缺点和错误，敬请读者批评指正。

朱祖超 翟璐璐

# 本书字符含义

## Symbol List

### 1. 英文字母含义

|                         |   |
|-------------------------|---|
| $c$                     | 交叉阻尼系数 ( $\text{N} \cdot \text{s}/\text{m}$ ) |
| $C$                     | 主阻尼系数 ( $\text{N} \cdot \text{s}/\text{m}$ )  |
| $C_{j0}$                | 半径间隙 ( $\text{m}$ )                           |
| $F$                     | 流体力 ( $\text{N}$ )                            |
| $F_r$                   | 径向流体力 ( $\text{N}$ )                          |
| $F_x$                   | $x$ 方向流体力 ( $\text{N}$ )                      |
| $F_y$                   | $y$ 方向流体力 ( $\text{N}$ )                      |
| $F_\theta$              | 周向流体力 ( $\text{N}$ )                          |
| $I_s$                   | 螺旋头数  |
| $k$                     | 交叉刚度系数 ( $\text{N}/\text{m}$ )                |
| $K$                     | 主刚度系数 ( $\text{N}/\text{m}$ )                 |
| $L$                     | 密封长度 ( $\text{m}$ )                           |
| $L_g$                   | 槽宽 ( $\text{m}$ )                             |
| $L_l$                   | 齿宽 ( $\text{m}$ )                             |
| $L_p$                   | 光滑环形部分长度 ( $\text{m}$ )                       |
| $L_{\text{helical}}$    | 螺旋槽部分长度 ( $\text{m}$ )                        |
| $m$                     | 交叉附加质量系数 ( $\text{kg}$ )                      |
| $M$                     | 主附加质量系数 ( $\text{kg}$ )                       |
| $N$                     | 齿槽的组数   |
| $p_{b1}, p_{b2}$        | 边界面压力 ( $\text{Pa}$ )                         |
| $p_e$                   | 等效压力 ( $\text{Pa}$ )                          |
| $p_{\text{in}}$         | 密封入口压力 ( $\text{Pa}$ )                        |
| $p_{\text{out}}$        | 密封出口压力 ( $\text{Pa}$ )                        |
| $p_s$                   | 螺旋槽两端压力 ( $\text{Pa}$ )                       |
| $Q_{\text{downspiral}}$ | 下游螺旋槽泄漏量 ( $\text{m}^3/\text{s}$ )            |

|                       |                                      |
|-----------------------|--------------------------------------|
| $Q_g$                 | 槽部分泄漏量 ( $\text{m}^3/\text{s}$ )     |
| $Q_l$                 | 齿顶流域泄漏量 ( $\text{m}^3/\text{s}$ )    |
| $Q_p$                 | 光滑环形部分泄漏量 ( $\text{m}^3/\text{s}$ )  |
| $Q_{\text{spiral}}$   | 螺旋槽部分泄漏量 ( $\text{m}^3/\text{s}$ )   |
| $Q_{\text{upspiral}}$ | 上游螺旋槽部分泄漏量 ( $\text{m}^3/\text{s}$ ) |
| $R$                   | 密封半径 (m)                             |
| $R_{\text{equ}}$      | 等效半径 (m)                             |
| $R_\theta$            | 周向雷诺数                                |
| $T$                   | 齿深 (m)                               |
| $u_{g0}$              | 槽内零阶周向速度 (m/s)                       |
| $u_{l0}$              | 齿顶间隙内零阶周向速度 (m/s)                    |
| $v_{\eta g0}$         | 槽内零阶 $\eta$ 方向速度 (m/s)               |
| $v_{\zeta l0}$        | 齿顶间隙内零阶 $\zeta$ 方向速度 (m/s)           |
| $v_{\eta l0}$         | 齿顶间隙内零阶 $\eta$ 方向速度 (m/s)            |
| $w_{g0}$              | 槽内零阶轴向速度 (m/s)                       |
| $w_{l0}$              | 齿顶间隙内零阶轴向速度 (m/s)                    |
| $x$                   | $x$ 方向位移                             |
| $y$                   | $y$ 方向位移                             |
| $z$                   | 轴向位置                                 |

## 2. 希腊字母含义

|                             |                        |
|-----------------------------|------------------------|
| $\alpha$                    | 转子密封螺旋角 ( $^\circ$ )   |
| $\beta$                     | 定子密封螺旋角 ( $^\circ$ )   |
| $\gamma$                    | 射流角 ( $^\circ$ )       |
| $\Delta p_{\lambda g}$      | 壁面摩擦引起的槽内压力损失 (Pa)     |
| $\Delta p_{lin}$            | 齿顶间隙流域入口压力损失 (Pa)      |
| $\Delta p_{lout}$           | 齿顶间隙流域出口压力损失 (Pa)      |
| $\Delta p_{\lambda l}$      | 壁面摩擦引起的齿顶间隙流域压力损失 (Pa) |
| $\Delta p_p$                | 作用于光滑环形部分两端的压差 (Pa)    |
| $\Delta p_{\text{pumping}}$ | 泵送效应引起的压差 (Pa)         |
| $\varepsilon$               | 摄动量                    |
| $\theta$                    | 圆周方向位置                 |
| $\lambda_{\zeta g}$         | 槽内 $\zeta$ 方向壁面摩擦因数    |

|                          |                                     |
|--------------------------|-------------------------------------|
| $\lambda_{\eta\zeta}$    | 槽内 $\eta$ 方向壁面摩擦因数                  |
| $\lambda_{\zeta\zeta}$   | 齿顶间隙内 $\zeta$ 方向壁面摩擦因数              |
| $\lambda_{\eta\eta}$     | 齿顶间隙内 $\eta$ 方向壁面摩擦因数               |
| $\lambda_p$              | 光滑环形部分壁面摩擦因数                        |
| $\mu$                    | 动力黏度 ( $\text{Pa} \cdot \text{s}$ ) |
| $\nu$                    | 运动黏度 ( $\text{m}^2/\text{s}$ )      |
| $\xi_{\eta\text{gin}}$   | 槽内流域 $\eta$ 方向入口压力损失系数              |
| $\xi_{\eta\text{gout}}$  | 槽内流域 $\eta$ 方向出口压力损失系数              |
| $\xi_{\zeta\text{lin}}$  | 齿顶间隙流域 $\zeta$ 方向入口压力损失系数           |
| $\xi_{\zeta\text{lout}}$ | 齿顶间隙流域 $\zeta$ 方向出口压力损失系数           |
| $\xi_{\eta\text{lin}}$   | 齿顶间隙流域 $\eta$ 方向入口压力损失系数            |
| $\xi_{\eta\text{lout}}$  | 齿顶间隙流域 $\eta$ 方向出口压力损失系数            |
| $\rho$                   | 介质密度 ( $\text{kg}/\text{m}^3$ )     |
| $\Omega$                 | 涡动速度 ( $\text{r}/\text{min}$ )      |
| $\omega$                 | 主轴转速 ( $\text{r}/\text{min}$ )      |

前言

本书字符含义

|   |    |
|---|----|
| 第 1 章 概述 .....                            | 1  |
| 1.1 转动机械转子动力学的发展现状 .....                  | 1  |
| 1.2 离心泵间隙密封流体激励力计算研究现状 .....              | 6  |
| 1.3 离心泵主流场流体激励力研究现状 .....                 | 14 |
| 第 2 章 非定常间隙激励力及其等效动力学特性 .....             | 18 |
| 2.1 环形密封间隙激励力及其等效动力学特性 .....              | 18 |
| 2.2 光滑环形密封间隙激励力及其等效动力学特性 .....            | 20 |
| 2.2.1 小长径比环形密封间隙激励力及其等效动力学特性 .....        | 20 |
| 2.2.2 大长径比环形密封间隙激励力及其等效动力学特性 .....        | 24 |
| 2.3 螺旋槽动环迷宫密封间隙激励力及其等效动力学特性 .....         | 28 |
| 2.3.1 螺旋槽流域的稳态求解 .....                    | 29 |
| 2.3.2 基于摄动法的动力学特性求解 .....                 | 32 |
| 2.3.3 工况参数对螺旋槽转子迷宫密封动力学特性的影响 .....        | 44 |
| 2.3.4 Moody 模型与 Blasius 模型计算对比 .....      | 51 |
| 2.3.5 几何参数对螺旋槽转子迷宫密封动力学特性的影响 .....        | 53 |
| 2.4 人字形槽动环迷宫密封间隙激励力及其等效动力学特性 .....        | 58 |
| 2.4.1 基于整体流动理论的稳态求解 .....                 | 59 |
| 2.4.2 基于摄动法的动力学特性求解 .....                 | 62 |
| 2.4.3 人字形槽迷宫密封、螺旋槽迷宫密封及光滑环形密封的对比 .....    | 64 |
| 2.4.4 几何参数对人字形槽迷宫密封动力学特性的影响 .....         | 68 |
| 2.4.5 基于 Moody 摩擦模型的人字形槽动环迷宫密封动力学特性 ..... | 81 |

|                                       |     |
|---------------------------------------|-----|
| 2.5 人字形槽静环迷宫密封间隙激励力及其等效动力学特性 .....    | 86  |
| 2.5.1 基于整体流动理论的稳态求解 .....             | 87  |
| 2.5.2 操作工况对人字形槽静环迷宫密封动力学性能的影响 .....   | 92  |
| 2.5.3 几何结构对人字形槽静环迷宫密封动力学性能的影响 .....   | 96  |
| 第3章 非定常流体激励与转子系统运动模型构建 .....          | 106 |
| 3.1 计算流体力学基本理论 .....                  | 106 |
| 3.1.1 控制方程 .....                      | 106 |
| 3.1.2 三维湍流模型 .....                    | 107 |
| 3.1.3 壁面函数 .....                      | 108 |
| 3.1.4 离散方法 .....                      | 109 |
| 3.2 离心泵非定常流体激励力特性 .....               | 110 |
| 3.2.1 悬臂式样泵1非定常流体激励力特性 .....          | 112 |
| 3.2.2 悬臂式样泵2非定常流体激励力特性 .....          | 119 |
| 3.2.3 悬臂式高速样泵3非定常流体激励力特性 .....        | 122 |
| 3.2.4 两端支承式样泵4非定常流体激励力特性 .....        | 126 |
| 3.2.5 两端支承式样泵5非定常流体激励力特性 .....        | 140 |
| 3.3 离心泵转子系统动力学分析 .....                | 154 |
| 3.3.1 转子系统的设计与校核 .....                | 154 |
| 3.3.2 不同坐标系运动的描述与转换 .....             | 157 |
| 3.3.3 转子系统运动方程的建立 .....               | 158 |
| 3.3.4 转子系统动力学特性求解 .....               | 164 |
| 3.3.5 外部激励载荷下转子系统的振动响应 .....          | 165 |
| 第4章 离心泵机组的结构动力与转子动力分析实例 .....         | 167 |
| 4.1 悬臂式离心泵流体激励下的转子动力学特性 .....         | 167 |
| 4.1.1 OH1型离心泵流体激励下的转子动力学特性 .....      | 167 |
| 4.1.2 OH2型离心泵非定常流体激励下的结构及转子动力特性 ..... | 170 |
| 4.2 悬臂式高速离心泵非定常流体激励下转子系统动力学特性 .....   | 195 |
| 4.3 两端支承式多级离心泵非定常流体激励下的转子动力特性分析 ..... | 202 |



|  |     |
|--|-----|
| 4.3.1 BB3 型 4 级离心泵非定常流体激励下的转子动力特性分析 .....  | 202 |
| 4.3.2 BB5 型 5 级离心泵非定常流体激励下的转子动力特性分析 .....  | 214 |
| 4.3.3 BB5 型 10 级离心泵非定常流体激励下的转子动力特性分析 ..... | 220 |
| 4.3.4 BB5 型 11 级离心泵非定常流体激励下的转子动力特性分析 ..... | 226 |
| 参考文献 .....                                 | 230 |

Preface

Symbol List

|           |   |    |
|-----------|---|----|
| Chapter 1 | Introduction .....  | 1  |
| 1.1       | Development of Rotor Dynamics of Rotating Machinery .....   | 1  |
| 1.2       | Research Status of Fluid Excitation Force within Clearances in Centrifugal Pumps .....  | 6  |
| 1.3       | Research Status of Fluid Excitation Force in the Mainstream Field of Centrifugal Pumps .....                                      | 14 |
| Chapter 2 | Excitation Force within Clearances and the equivalent dynamic characteristics .....   | 18 |
| 2.1       | Excitation Force within Annular Seal Clearances and the Equivalent Dynamic Characteristics .....                                  | 18 |
| 2.2       | Excitation Force within Plain Annular Seal Clearances and the Equivalent Dynamic Characteristics .....                            | 20 |
| 2.2.1     | Excitation Force and the Equivalent Dynamic Characteristics for Plain Annular Seals with small L/R ratio .....                    | 20 |
| 2.2.2     | Excitation Force and the Equivalent Dynamic Characteristics for Plain Annular Seals with large L/R ratio .....                    | 24 |
| 2.3       | Excitation Force and the Equivalent Dynamic Characteristics within Annular Seal Clearances with Spiral Grooves on the Rotor ..... | 28 |
| 2.3.1     | Steady Flow Solutions within Spiral-grooved Clearances .....  | 29 |
| 2.3.2     | Dynamic Characteristics Solutions Based on Perturbation Method .....  | 32 |
| 2.3.3     | Effects of Operating Conditions on the Dynamic Characteristics of Spiral-grooved Seals .....                                      | 44 |
| 2.3.4     | Comparisons of Calculation Results Based on Blasius Friction Model and Moody's Friction Model .....                               | 51 |



|           |   |     |
|-----------|---|-----|
| 2.3.5     | Effects of Geometric Parameters on the Dynamic Characteristics of Spiral-grooved Seals .....  | 53  |
| 2.4       | Excitation Force and the Equivalent Dynamic Characteristics within Annular Seal Clearances with Herringbone Grooves on the Rotor .....  | 58  |
| 2.4.1     | Steady Flow Solutions within Spiral-grooved Clearances Based on Bluk-flow Model .....   | 59  |
| 2.4.2     | Dynamic Characteristics Solutions Based on Perturbation Method .....  | 62  |
| 2.4.3     | Comparisons of Plain Annular Seals, Spiral-grooved Seals and Herringbone-grooved Seals .....  | 64  |
| 2.4.4     | Effects of Geometric Parameters on the Dynamic Characteristics of Herringbone-grooved Seals .....                                       | 68  |
| 2.4.5     | Dynamic Characteristics Solutions Based on Moody' s Friction Model .....  | 81  |
| 2.5       | Excitation Force and the Equivalent Dynamic Characteristics within Annular Seal Clearances with Herringbone Grooves on the Stator ..... | 86  |
| 2.5.1     | Steady Flow Solutions within Spiral-grooved Clearances Based on Bluk-flow Model .....   | 87  |
| 2.5.2     | Effects of Operating Conditions on the Dynamic Characteristics of Herringbone-grooved Seals .....                                       | 92  |
| 2.5.3     | Effects of Geometric Parameters on the Dynamic Characteristics of Herringbone-grooved Seals .....                                       | 96  |
| Chapter 3 | Calculation models of Unsteady Excitation Force and the Rotor System .....  | 106 |
| 3.1       | Basic Theory of Computational Fluid Dynamics .....  | 106 |
| 3.1.1     | Governing Equations .....   | 106 |
| 3.1.2     | Three-dimensional Turbulence Model .....  | 107 |
| 3.1.3     | Wall Function .....   | 108 |
| 3.1.4     | Discrete method .....   | 109 |
| 3.2       | Unsteady Excitation Force Characteristics of Centrifugal Pump .....   | 110 |

|            |   |     |
|------------|---|-----|
| 3.2.1      | Excitation Force Characteristics of Overhung Model Pump 1   | 112 |
| 3.2.2      | Excitation Force Characteristics of Overhung Model Pump 2   | 119 |
| 3.2.3      | Excitation Force Characteristics of Overhung Model Pump 3   | 122 |
| 3.2.4      | Excitation Force Characteristics of Between-Bearings Model Pump 4   | 126 |
| 3.2.5      | Excitation Force Characteristics of Between-Bearings Model Pump 5   | 140 |
| 3.3        | Rotordynamic Analysis of Centrifugal Pumps  | 154 |
| 3.3.1      | Design and Check for Rotor System of Centrifugal Pumps  | 154 |
| 3.3.2      | Motion Description and Transformation in Different Coordinate Systems   | 157 |
| 3.3.3      | Establishment of Motion Equations for Rotor System of Centrifugal Pumps   | 158 |
| 3.3.4      | Dynamic Characteristics Solution of Motion Equations  | 164 |
| 3.3.5      | Vibration Response of Rotor System under External Excitation Load   | 165 |
| Chapter 4  | Example of Structural Mechanics and Rotor Dynamic Analysis of Centrifugal Pump Unit                             | 167 |
| 4.1        | Rotor Dynamic Analysis for Overhung Centrifugal Pumps   | 167 |
| 4.1.1      | Rotor Dynamic Analysis for OH1-Type Centrifugal Pumps   | 167 |
| 4.1.2      | Rotor Dynamic Analysis for OH2-Type Centrifugal Pumps   | 170 |
| 4.2        | Rotor Dynamic Analysis for Overhung High-speed Centrifugal Pumps Considering Unsteady Excitation Force          | 195 |
| 4.3        | Rotor Dynamic Analysis for Between-bearings Multi-stage Centrifugal Pumps Considering Unsteady Excitation Force | 202 |
| 4.3.1      | Rotor Dynamic Analysis for BB3-Type Four-stage Centrifugal Pumps Considering Unsteady Excitation Force          | 202 |
| 4.3.2      | Rotor Dynamic Analysis for BB5-Type Five-stage Centrifugal Pumps Considering Unsteady Excitation Force          | 214 |
| 4.3.3      | Rotor Dynamic Analysis for BB5-Type Ten-stage Centrifugal Pumps Considering Unsteady Excitation Force           | 220 |
| 4.3.4      | Rotor Dynamic Analysis for BB5-Type Eleven-stage Centrifugal Pumps Considering Unsteady Excitation Force        | 226 |
| References |   | 230 |



## 1.1 转动机械转子动力学的发展现状

转子动力学伴随工业大型化兴起并逐渐发展至今,随着技术的不断进步,各应用领域对离心泵机组的水力性能要求越来越高,机组也逐渐向高转速、大功率密度方向发展,在机组振动性能与运行稳定性方面的问题日益突出。设计过程中,对机组水力性能及振动性能预测精度的要求不断提高,对机组的水力优化设计、转动部件结构设计、转子系统优化设计的要求也不断提高。因此,高转速离心泵机组与大跨距多级离心泵机组的转子动力学特性研究、多种载荷作用下的动力学行为研究及转子系统优化设计逐渐成为新的研究热点。

19 世纪 20 年代,英国著名的动力学家 H. H. Jeffcott 简化了一种挠性转子模型,即 Jeffcott 转子,并首先解释了这一模型的转子动力学特性,指出在超临界运行时,该转子会产生自动定心现象。这是有关转子动力学观念的第一次变革,这一结论使得旋转机械的功率和使用范围极大地提高,工作转速高于临界转速的涡轮机、压缩机和泵机组被设计和制造出来<sup>[1-3]</sup>。1965 年, Lund 首次提出了将滑动轴承和转子结合在一起研究系统稳定性的方法,油膜的动态效应在线性范围内用 8 个刚度系数和阻尼系数来表征<sup>[4]</sup>。Tondle 在实验台上成功地演示了由于油膜力激励,系统失稳的全过程<sup>[5]</sup>。70 年代初,相关研究分析了略去柯氏力影响下,两端刚性铰支的无阻尼均匀轴在其初始位置受扰后的平衡条件<sup>[6]</sup>,随后 Black 和 Barrett 等针对轴承对转子系统的阻尼作用进行了专门的研究<sup>[7-9]</sup>。随着工业大型化的不断发展,转子系统在超临界转速区运行时,达到某一转速时会出现强烈的自激振动并造成失稳。80 年代, A. Muszynska 等通过一系列实验提出了一个简化的轴承动力特性模型,找到了表征油膜运动整体的特征量<sup>[10-12]</sup>; Smith 考察了具有各向异性刚度的弹性轴承对转子稳定性的影响<sup>[13]</sup>,

“转子-轴承系统动力学”相关理论迅速发展。

在转子动力学研究中,数值计算分析占有很重要的地位。无论是讨论转子的动力学特性,分析转子的各种动力学现象,还是进行转子系统的设计,解决旋转机械的有关工程问题等,甚至一些无法用理论分析方法解决的复杂问题,也可以用数值计算的方法得到结果,或通过计算机仿真,揭示某些难以用理论分析方法或实验观察获得的新现象。目前,较完善的计算分析方法主要包括传递矩阵法、有限元法、模态综合法。传递矩阵法最早起源于 Holzer 用来解决多叶转子扭振问题的初参数法,之后由梅克斯泰德和蒲尔将 Holzer 方程推广用于求解转子的弯曲振动问题。主要特点是矩阵的阶数不随系统自由度数的增大而增加,故程序简单,计算方便,特别适用于同轴多叶转子的链式结构。与机械阻尼、直接积分法等方法相结合,还可以求解复杂转子系统问题。Riaccti 传递矩阵法,保留了传递矩阵法的全部优点,而且在数值上比较稳定,计算精度较高,易于处理具有球铰和刚性支承转子、双转子、畸形转子等复杂转子系统的问题,是一种比较理想的计算方法。国内也有人提出了子结构传递矩阵法,还有一些研究者把传递矩阵法与模态综合法、直接积分法、有限元法及阻抗匹配法相结合,成功地应用于复杂转子系统的动力特性分析中。经过这些改进后无论在计算精度或数值稳定等问题上都获得了满意的效果<sup>[14,15]</sup>。采用有限元法(Finite Element Method, FEM)分析转子动力学问题始于1970年,起初考虑转子只有移动惯性情况下的弯曲振动问题。其建立在把一个整体连续结构离散成有限个单元的基础上,即用一个等价的计算模型去代替真实的物理模型,这个模型由表示成矩阵形式的已知弹性和惯性的离散单元所组成。依照弹性理论所给定的规则将单元组合在一起,可给出真实结构的静力和动力特性<sup>[16]</sup>。1976年, H. D. Nelson 和 J. M. Mcvagh 计入了转轴的陀螺效应和转动惯量,导出了 Rayleigh 梁-轴模型下的有限元刚度矩阵和质量矩阵。H. D. Nelson 又推导出了 Timoshenko 梁-轴模型下的有限元公式<sup>[17-20]</sup>。对转子系统用有限元模型,使得对大型复杂转子结构系统列写运动方程成为可能,而计算机的发展又使得对大型运动方程求解问题进行数值计算成为可能。随着有限元法的日益完善,出现了很多通用和专用的商业有限元计算分析软件,著名的大型通用软件有几个,如 ANSYS<sup>®</sup>、NASTRAN<sup>®</sup>、MARC<sup>®</sup>、ABAQUS<sup>®</sup>等,功能强大,设计分析灵活,在国际上都十分流行。由于现代转子动力学分析中,转子动力学问题的复杂性和特殊性,要考虑陀螺效应与支承各向异性,致使阻尼矩阵、刚度矩阵为非对称矩阵,并与转轴的转速有关,因此这些软件都不能直接用来解决转子动力学

问题,需经过二次开发后才能用于转子的振动分析计算。比利时 SAMTECH 公司的 SAMCEF POTOR<sup>®</sup>软件,是专业转子动力学分析有限元软件。其数据库几乎包括了所有旋转机械零部件的理论模型和现有的所有转子动力学计算结果表示方法,并具有瞬态响应分析功能、随机响应分析功能、结构敏感性分析、高速旋转机械转子动力特性分析与转子系统结构修改功能、转子系统非线性特性分析功能、各向异性复合材料的转子动力特性分析功能,可计算包括曲轴、旋翼、齿轮在内的类型广泛的旋转机械。此外 CFX-Tascflow<sup>®</sup>、Numeca-FineTM 系列也在不断发展,由于计算机 CPU 技术的飞速发展和内存空间的大幅提高,加之快速收敛技术、非结构化网格技术、多重网格、隐式残差光滑方法的使用,使得转动和非转动部分联合计算成为可能。

目前模态综合技术已趋于成熟,并在许多领域得到了广泛的应用。其基本思想是把完整的结构肢解成若干子结构,首先对自由度较少的各子结构进行模态分析,分别提取各子结构若干低阶模态,根据各子结构对接面位移协调条件或力平衡条件把各子结构模态形状装配成整体运动方程,导出减缩自由度的综合特征值问题。大型复杂结构动力模型的自由度数极大缩减,同时又能使缩减后的动力模型在工程精度要求范围内替代实际结构系统。在模态综合法中,当子结构采用有限元分析时,它既能保持有限元精度高这一优点,又能十分有效地减少机时和内存占用<sup>[21,22]</sup>。目前,模态综合技术与有限元以及实验测试技术紧密结合,已成为结构动态设计、分析的重要方法。

随着计算机的计算和存储能力的增强,针对转子系统的耦合方法也在不断发展和完善中。Rao 针对负刚度系数支撑的耦合转子稳定性进行了研究,发现在 2 倍转速的一个狭窄区域系统将变得愈发不稳定<sup>[23]</sup>。随后, Rao 和 Sharan 又采用影响系数法研究了两个不同滑动轴承支承的多叶轮转子系统动态响应,并分析了轴承阻尼对转子系统动特性的影响<sup>[24]</sup>。Lie 和 Bhat 则首先用外域法(out-domain method)求解了固定瓦块推力轴承的动特性系数,再将其与滑动轴承支承的转子系统进行耦合,发现推力轴承对耦合转子系统的振动和稳定性具有重要影响<sup>[25]</sup>。Lin 联立连续性方程与 Stokes 的本构方程得到了改进后的广义雷诺方程,并利用窄轴承逼近得到了其封闭解,进而求解了转子-轴承耦合系统下油膜的耦合应力,并研究了其对油膜静特性和转子系统动特性的影响<sup>[26]</sup>。截至目前国内外学者针对转子-轴承耦合系统的动态响应和稳定性等动力学特性已经做了大量研究<sup>[27-30]</sup>。除转子-轴承耦合系统外,转子-密封耦合系统、转子-密封-轴承等其余耦合系统的研究也在开展之中。Kirk 和 Miller 以多质量

(multi-mass) 柔性转子为对象,研究了高压密封口环对其稳定性的影响,发现高速高压情况下,口环密封会产生一个不稳定的涡动区域<sup>[31]</sup>。Rajakumar 和 Sisto 通过实验测量了不同涡动偏心下迷宫密封腔内的压力分布情况,并对转子表面周向压力积分得到了密封激励力,发现该密封激励力是转子涡动偏心函数<sup>[32]</sup>。Huang 和 Li 以无阻尼的 Jeffcott 转子-迷宫气封为研究对象,采用非稳态三维 Navier-Stokes (N-S) 求解程序求解了迷宫密封的气体激励力,最后利用四阶显式亚当斯格式求解了转子的动力学响应<sup>[33]</sup>。Akmetkhanov 等人研究了考虑库仑摩擦力高速不平衡转子-浮动密封环耦合振动系统的动力学响应<sup>[34]</sup>。Jiang 等人针对光滑环形密封作用下的多级转子的动力学特性进行了研究,通过矩阵变换将密封动特性系数耦合到转子运动方程中,建立了多级转子-密封系统的耦合运动方程,发现口环密封对转子的临界转速等动特性具有十分重要的作用。但是由于在计算过程中未考虑轴承动特性系数随转速的影响,因此计算结果与实验结果有一定误差<sup>[35]</sup>。黄浩钦等人分别采用单向弱耦合和双向强耦合两种耦合方法,研究了不同流-固耦合作用下船用离心泵转子应力应变及模态的变化情况<sup>[36]</sup>。

近些年,与轴承和光滑环形密封的动力学特性求解一样,将 CFD 软件运用到转子系统的流-固耦合研究中也逐渐流行起来。Li 等人将 Fluent 的动网格技术运用到转子-滑动轴承系统的耦合动力学研究中,利用自编的网格运动程序,求解得到了轴径在光滑和倾斜条件下的瞬态运动轨迹和滑动轴承内部流场特性<sup>[37,38]</sup>。Liu 等人基于 N-S 方程和流-固耦合技术,运用 CFD 软件求解了等温条件下转子-轴承系统弹流润滑油膜与转子轴颈动力学间的瞬时相互作用,并采用简化的相变边界条件对润滑油膜内部的空化现象进行了研究<sup>[39]</sup>。Ye 等人采用新的刚体流-固耦合法解决了传统 ANSYS 软件中流-固耦合网格变形大、网格重生成较困难的情况,研究了轴径在周期不平衡外载荷下涡动中心轨迹和幅值的变化规律<sup>[40]</sup>。沈海平将 Matlab 软件计算的滑动轴承动特性系数与 CFD 软件计算的口环结果和轴系模型相结合,分析了能量回收液力透平转子-轴承-口环密封的动力学特性,但由于口环动特性系数取值为常数,计算模型不能完整反映实际模型<sup>[41]</sup>。

20 世纪 80 年代起,旋转机械逐渐走向大型化、高速化,转动机械的非线性转子动力学行为逐渐凸显,相关非线性动力学特性研究也逐渐兴起。Saito 采用谐波平衡法针对带径向间隙的球轴承 Jeffcott 转子的非线性不平衡响应进行了研究,计算结果表明转子系统存在四种不同的不平衡响应形式<sup>[42]</sup>。Brancati 等