

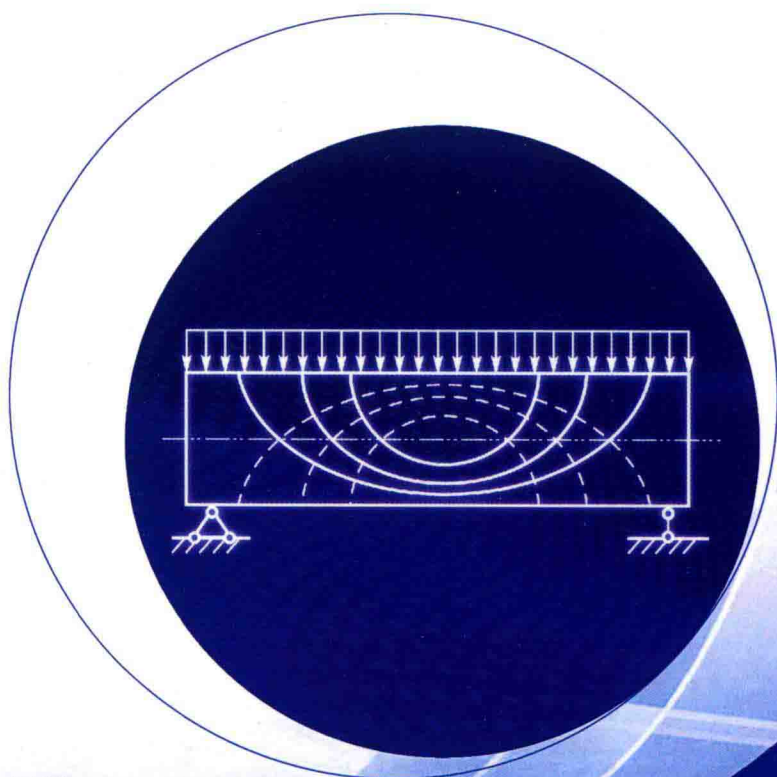


普通高等教育力学系列“十三五”规划教材

材料力学

主 编 任述光

副主编 吴明亮



西安交通大学出版社
XI'AN JIAOTONG UNIVERSITY PRESS



普通高等教育力学系列“十三五”规划教材

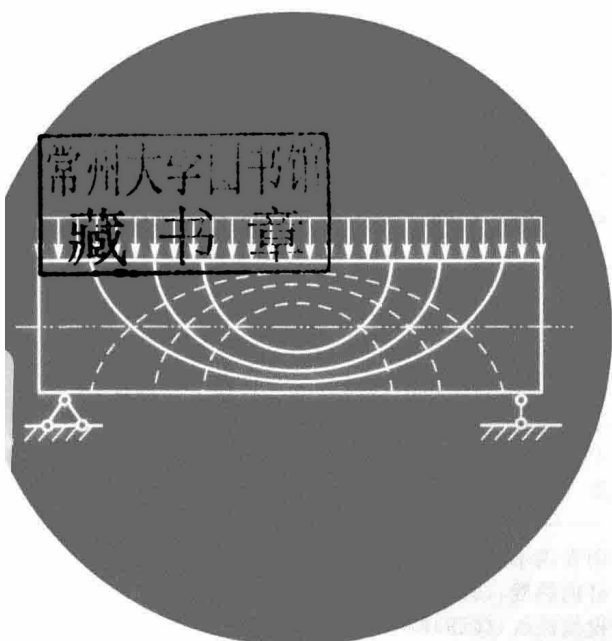
材料力学

主 编 任述光

副主编 吴明亮

参 编 薛晋霞 张 岚 魏 刚

常州大学图书馆
藏书章



西安交通大学出版社
XI'AN JIAOTONG UNIVERSITY PRESS

内容简介

本书为普通高等教育“十三五”规划教材,是按照教育部力学基础课程教学指导委员会最新制订的“材料力学课程基本要求(A类)”编写的,是在作者主编的高等院校机械类“十二五”规划教材(上)的基础上改编而成,增加了能量方法、超静定问题及动载荷与交变应力等内容,可供48~72学时材料力学课程选用。教材编写过程中注重内容的编排和素材的选取,着眼基本概念及基本理论表述的确切与透彻。

教材编写过程中力求做到概念表达准确,文字精炼,层次分明,论述严谨,结构编排紧凑,叙述深入浅出。教材重视基础与应用,具有专业面向宽与教学适用性强等特点。

本书可作为高等院校机械、能源、动力、材料类专业材料力学课程的教材,也可供土建、水利类专业及有关工程技术人员参考和作为高等教育自学教材。

图书在版编目(CIP)数据

材料力学 / 任述光, 吴明亮主编. —西安: 西安交通大学出版社, 2018.8(2019.1重印)
ISBN 978-7-5693-0745-0
I. ①材… II. ①任… ②吴… III. ①材料力学-高等学校-教材 IV. ①TB301

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2018)第 149698 号

书 名	材料力学
主 编	任述光
副 主 编	吴明亮
参 编	薛晋霞 张 岚 魏 刚
责任编辑	毛 帆

出版发行	西安交通大学出版社 (西安市兴庆南路 10 号 邮政编码 710049)
网 址	http://www.xjtupress.com
电 话	(029)82668357 82667874(发行中心) (029)82668315(总编办)
传 真	(029)82668280
印 刷	西安日报社印务中心

开 本	787mm×1092mm 1/16	印张	24.375	字数	595 千字
版次印次	2018 年 9 月第 1 版	2019 年 1 月第 2 次印刷			
书 号	ISBN 978-7-5693-0745-0				
定 价	65.00 元				

读者购书、书店添货、如发现印装质量问题,请与本社发行中心联系、调换。

订购热线:(029)82665248 (029)82665249

投稿热线:(029)82668818 QQ:354528639

读者信箱:354528639@qq.com

版权所有 侵权必究

前 言

材料力学是高等院校许多工科专业必修的专业基础课,材料力学的理论和方法既可以解决工程实际问题,又是一些相关专业课程的基础。材料力学内容丰富,各专业对材料力学知识掌握的要求也不一样。随着教学改革不断深入,由于其他课程增加,材料力学教学课时普遍减少。为了适应教学改革和新工科发展的需要,针对 48~72 学时工科专业大学生的不同教学要求,编写一本内容精炼、专业适应性强、便于教学与自学,配套数字教学资源材料力学教材十分必要。

本教材是根据教育部高等学校力学教学委员会对全国高等学校材料力学课程教学基本要求而编写的。在作者主编,由国防工业出版社 2014 年出版的《材料力学》上册的基础上,增加了能量方法,超静定问题及动荷载与交变应力三章内容,并对原书部分章节内容进行了调整、补充或删减,以适应不断深化的教学改革的要求。本书在编写过程中注重理论严谨、逻辑清晰、内容精炼、深入浅出,并有较丰富的习题,供学生选做。全书涵盖了材料力学课程(A类)教学内容的基本要求,重点阐述基本概念、基本理论,着眼于工程实际问题的解决,培养学生逻辑思维能力与运用所学知识解决工程实际问题的能力。

本书可作为高等院校机械类专业本科生的教材,也可作为水利、土木类专业本科生的教材,可供有关工程技术人员和高等教育自学参考。

本书由任述光、吴明亮、薛晋霞、张岚、魏刚编写。全书由任述光负责统稿,并对部分章节进行了补充和删减。

由于编者水平有限,加上时间仓促,书中难免有疏漏和不足之处,恳请各位同行专家和读者批评指正。

编 者

2018.8

目 录

第 1 章 绪论	(001)
1.1 材料力学的任务	(001)
1.2 变形固体的基本假设	(002)
1.3 外力及其分类	(002)
1.4 内力与应力	(004)
1.5 变形与应变	(007)
1.6 杆件变形的基本形式	(008)
习题	(010)
第 2 章 轴向拉伸和压缩	(012)
2.1 轴向拉伸和压缩的概念	(012)
2.2 轴力与轴力图	(012)
2.3 拉(压)杆的应力与圣维南原理	(015)
2.4 拉(压)杆的变形	(021)
2.5 材料拉伸和压缩时的力学性能	(025)
2.6 许用应力与强度条件	(033)
2.7 应力集中	(038)
2.8 拉压杆的简单超静定问题	(039)
习题	(046)
第 3 章 剪切与挤压的适用计算	(055)
3.1 剪切的概念	(055)
3.2 剪切的强度计算	(056)
3.3 挤压的强度计算	(058)
习题	(062)
第 4 章 扭转	(068)
4.1 扭转的概念	(068)
4.2 扭矩和扭矩图	(069)
4.3 剪切胡克定律	(071)
4.4 扭转应力与强度	(073)
4.5 扭转变形与刚度	(078)
4.6 非圆截面杆的扭转	(082)
习题	(085)

第 5 章 弯曲内力..... (092)

5.1 弯曲的概念 (092)

5.2 梁的计算简图 (093)

5.3 梁的弯曲内力——剪力和弯矩 (096)

5.4 剪力图和弯矩图 (100)

5.5 微分关系法绘制剪力图和弯矩图 (104)

5.6 叠加法绘制弯矩图 (110)

习题..... (115)

第 6 章 弯曲应力..... (121)

6.1 弯曲正应力 (121)

6.2 弯曲切应力 (127)

6.3 弯曲的强度计算 (133)

6.4 提高弯曲强度的一些措施 (138)

6.5 开口薄壁杆件的弯曲中心 (144)

习题 (149)

第 7 章 弯曲变形..... (156)

7.1 梁弯曲变形的基本概念 (156)

7.2 挠曲线的近似微分方程 (159)

7.3 积分法计算梁的变形 (159)

7.4 叠加法计算梁的变形 (165)

7.5 刚度条件及其应用 (177)

7.6 简单超静定梁 (179)

习题..... (183)

第 8 章 应力及应变状态分析..... (189)

8.1 应力状态概述 (189)

8.2 应力状态的实例 (191)

8.3 二向应力状态分析——解析法 (193)

8.4 二向应力状态分析——图解法 (198)

8.5 三向应力状态 (202)

8.6 平面应变状态分析 (203)

8.7 广义胡克定律 (205)

8.8 复杂应力状态下的比能 (210)

习题..... (212)

第 9 章 强度理论..... (220)

9.1 基本变形时构件的强度条件 (220)

9.2 复杂应力状态下强度条件的提出 (220)

9.3 常用的四种强度理论 (221)

9.4* 莫尔强度理论 (226)

习题..... (229)

第 10 章 组合变形 (233)

10.1 组合变形的概念..... (233)

10.2 两相互垂直平面内的弯曲..... (234)

10.3 拉伸(压缩)与弯曲的组合..... (239)

10.4 扭转与弯曲的组合..... (248)

习题..... (251)

第 11 章 压杆稳定 (259)

11.1 压杆稳定性的概念..... (259)

11.2 两端铰支细长压杆的临界力..... (261)

11.3 不同杆端约束细长压杆的临界力..... (263)

11.4 欧拉公式的适用范围和经验公式..... (265)

11.5 压杆稳定性计算..... (268)

11.6 提高压杆稳定性的措施..... (274)

习题..... (275)

第 12 章 能量方法 (281)

12.1 杆件基本变形的应变能..... (281)

12.2 虚功原理..... (286)

12.3 单位荷载法与莫尔积分..... (287)

12.4 卡氏定理..... (290)

12.5 最小势能原理..... (293)

习题..... (295)

第 13 章 超静定问题 (300)

13.1 超静定结构的概念..... (300)

13.2 简单的超静定问题..... (302)

13.3 力法求解超静定结构..... (305)

13.4 利用对称性简化超静定结构的计算..... (314)

习题..... (318)

第 14 章 动荷载与交变应力 (325)

14.1 考虑惯性力的应力计算 (325)

14.2 杆件受冲击时的应力和变形 (329)

14.3 冲击韧性 (335)

14.4 交变应力与疲劳破坏 (336)

习题 (343)

附录 (349)

附录 I 截面的几何性质 (349)

附录 II 常用截面的几何性质计算公式 (360)

附录 III 简单荷载作用下梁的转角和挠度 (362)

附录 IV 型钢表 (364)

参考文献 (381)

1.1 材料力学的任务

各种机械或工程结构都是由许多零件或结构元件所组成的,这些不可再拆卸的零件或结构元件统称为构件,如建筑物的梁和柱,机床的轴,发动机连杆等。在工作中,每一构件都受到一定的外力,例如,提升重物的钢丝绳承受重物的拉力,车床主轴受齿轮啮合力和切削力的作用,桥墩要承受桥梁及桥上物体的重力的作用。这些作用于物体的外力统称为荷载。构件受到外力作用时,其形状与尺寸也发生改变,构件尺寸与形状的改变称为变形。构件的变形分为两类:一类为外力消除后可以完全恢复的变形,称为弹性变形;另一类为外力消除后不能消失的变形,称为塑性变形或残余变形。

为保证工程结构或机械的正常工作,构件应有足够的能力负担起应当承受的荷载。因此,构件一般应满足以下方面的要求:

(1)**强度要求**——构件应有足够的抵抗破坏和失效的能力。构件不能折断,提升重物的钢丝绳不允许被拉断,储气罐不应爆破,不能产生显著的塑性变形等。构件抵抗破坏和抵抗塑性变形的能力称为强度。

(2)**刚度要求**——构件应有足够的抵抗弹性变形的能力。有些构件工作时虽然不会出现强度不够而破坏,但如果出现较大变形也会影响到其正常工作。例如机床主轴或床身变形过大,将影响加工精度,吊车大梁变形过大会引起吊车的爬坡等。构件抵抗弹性变形的能力称为刚度。

(3)**稳定性要求**——构件应有足够的保持原有平衡形态的能力。千斤顶的螺杆、内燃机的挺杆应始终保持原有直线平衡形态。构件丧失保持原有平衡形态的能力称为失稳,构件失稳在工程上也是不允许的。例如桥梁结构的受压杆件失稳,将可能导致桥梁结构的整体或局部塌毁。

构件的强度、刚度和稳定性统称为构件的承载能力。提高构件承载能力往往需要用优质材料或加大截面尺寸,以保证构件工作时的安全可靠。但是由此又可能造成材料浪费与结构笨重。可见,安全可靠与经济性之间有矛盾。材料力学的任务就是在满足强度、刚度和稳定性的要求下,为设计既经济又安全、可靠的构件,提供必要的理论基础和计算方法。

在研究构件的承载能力时,材料在外力作用下表现出的变形和破坏等方面的性能,这些性能要通过实验来测定,还有一些尚无理论结果的问题,也必须借助实验方法来解决。因此,实验分析和理论研究同是材料力学解决问题的方法。

1.2 变形固体的基本假设

材料力学一般研究固体材料的力学性能。固体因外力作用而变形(包括物体尺寸的改变和形状的改变),称为变形固体或可变形固体。固体有多方面的属性,研究的角度不同,侧面各不相同。材料在外力作用下所表现出来的性能称为材料的力学性能或机械性质(主要指在外力作用下材料变形与所受外力之间的关系,以及材料抵抗变形与破坏的能力)。研究构件的强度、刚度和稳定性时,为简化分析,略去一些次要因素,掌握与问题有关的主要属性,抽象出材料理想化的力学模型,对变形固体做如下假设:

(1)连续性假设:认为组成固体的物质毫无空隙地充满了固体的体积,即认为物质是密实的。按此假设,受力构件中的一些力学量(例如各点的位移等),即可采用坐标的连续函数表示,并采用无限小的极限分析方法。实际上,组成固体的粒子之间存在着空隙并不连续,但这种空隙与构件的尺寸相比极其微小,可以忽略不计,认为固体在其整个体积内是连续的。

(2)均匀性假设:均匀性假设就是假定构件内各处的力学性能相同。对于实际材料,其基本组成部分的力学性能往往存在不同程度的差异。例如,金属是由大量微小晶粒所组成,每个晶粒的力学性能不完全相同。但是,由于构件的尺寸远大于其组成部分尺寸(例如 1 mm^3 的钢材中包含了数万甚至数十万晶粒),固体的力学性能是各晶粒的力学性能的统计平均值,因此,按照统计学观点,仍可将材料看成是均匀的,所以各处的力学性能是相同的。

(3)各向同性假设:材料一点处无论沿任何方向,力学性能都是相同的,具备这种性质的材料称为各向同性材料,否则称为各向异性材料。玻璃、工程塑料即为典型的各向同性材料。金属的单个晶粒是各向异性的,但由于金属物质是由大量的晶粒所组成,而且晶粒的排列是杂乱无章的,因此,金属材料在各个方向的性质就接近相同了。至于由增强纤维和基体材料组成的复合材料、木材等,就是各向异性材料。

1.3 外力及其分类

1.3.1 外力

研究对象以外的其他物体作用于研究对象上的力称为外力,包括荷载和支座的约束力。按照作用方式,外力可以分为集中力与分布力。集中力就是作用于物体某一点上的力。很多情况下,力并非作用于物体的某一点上,而是作用于物体的一部分长度、表面上或作用于物体的整个体积上。连续分布在物体一部分长度上的力称为线分布力,例如楼板对梁的作用力;连续分布在物体表面上(或部分表面上)的外力称为表面力或面力,例如接触压力、土压力、流体压力等;作用于物体的整个体积的外力则称为体积力或体力,例如重力和惯性力等等。

物体内各点所受体积力一般是不同的。为了表明物体在某一点 M 所受体积力大小和方向,在这一点取物体的一小部分体积,它包含着 M 点,设它的体积为 ΔV ,作用于 ΔV 的外力为 ΔF ,则外力在此体积的平均集度为 $\frac{\Delta F}{\Delta V}$,如果所取的体积不断缩小,则 ΔF 和 $\frac{\Delta F}{\Delta V}$ 都将不

断地改变大小、方向和作用点。若体力为连续分布,当 ΔV 无限减小而趋于 M 点,则 $\frac{\Delta F}{\Delta V}$ 将趋于一极限值,以 f 表示这一极限,即

$$\lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta F}{\Delta V} = f$$

这个极限矢量 f 就是物体在 M 点所受的体积力,简称体力,它即为外力在 M 点的集度。因为 ΔV 是标量,所以 f 的方向就是 ΔF 的极限方向,作用于 M 点。体积力的量纲是[力][长度] $^{-3}$ 。

与体积力的情况相同,分布在物体表面上(或部分表面上)的外力称为表面力或面力。为了表明物体在某一点 M 所受面力大小和方向,在这一点取物体表面的一小部分面积,它包含着 M 点,设它的面积为 ΔS ,作用于 ΔS 的外力为 ΔF ,则外力在此面积的平均集度为 $\frac{\Delta F}{\Delta S}$ 。如果所取的面积不断缩小,则 ΔF 和 $\frac{\Delta F}{\Delta S}$ 都将不断地改变大小、方向和作用点。如果面力为连续分布,当 ΔS 无限减小而趋于 M 点,则 $\frac{\Delta F}{\Delta S}$ 将趋于一极限值,以 p 表示这一极限,即

$$\lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\Delta F}{\Delta S} = p$$

这个极限矢量 p 就是物体在 M 点所受的面积力,它即为外力在 M 点的集度。因为 ΔS 是标量,所以 p 的方向就是 ΔF 的极限方向,作用于 M 点。它的量纲是[力][长度] $^{-2}$ 。

作用于物体单位长度上的力称为线分布力,若一点 M 处 Δl 长度上作用的力为 ΔF ,当 Δl 无限减小而趋于 M 点时, $\frac{\Delta F}{\Delta l}$ 的极限称为这点的荷载集度,以 q 表示,即

$$\lim_{\Delta l \rightarrow 0} \frac{\Delta F}{\Delta l} = q$$

q 的方向就是 ΔF 的极限方向,作用于 M 点。它的量纲是[力][长度] $^{-1}$ 。

对于作用于物体表面上的集中力,可以看作是在表面上极小面积内作用的分布面力,只是它的面力集度趋于无限大。

1.3.2 分类

按照荷载随时间变化的情况,可分为静荷载和动荷载。随时间变化极其缓慢或不随时间变化的荷载称为**静荷载**,如起重机以极缓慢的速度吊装重物时所受到的力,测定工程材料的力学性能时试验所用的加载速度控制在一定范围内的荷载。其特征是在加载过程中,构件的加速度很小可以忽略不计。随时间变化显著或使构件中各质点产生明显加速度的荷载,称为**动荷载**。按其随时间变化方式,动荷载又分为**交变荷载**和**冲击荷载**。例如当齿轮转动时,作用于每一个齿上的力都是随时间作周期性变化的,称为**交变荷载**,如图 1-1 所示;冲击荷载则是物体的运动在瞬时内发生突然的变化所引起的荷载,例如急刹车时飞轮的轮轴、锻造时汽锤的锤杆和冲床的冲头工作时都受到**冲击荷载**的作用。

材料在静荷载和动荷载作用下的性能颇不相同,分析方法也有差异。因为静荷载问题比较简单,所建立的理论和分析方法又可作为解决动荷载问题的基础,所以本书先研究静荷载问题,书中没有特别指明的荷载都为静荷载。

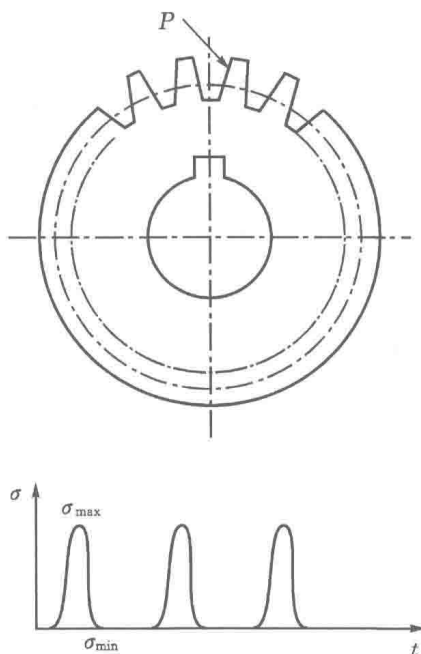


图 1-1

1.4 内力与应力

1.4.1 内力与截面法

物体因受外力作用而变形,内部各部分之间因相对位置改变而引起的相互作用就是内力。即使不受外力的作用,物体的各质点之间依然存在着相互作用力——固有内力。而材料力学中所说的内力是指外力作用下、上述相互作用力的变化量,称为“附加内力”。它随外力的增加而加大,到达某一限度时就会引起构件的破坏,它与强度是密切相关的。材料力学中常用构件某个截面上的所受的力来表征其内力,它是截面上各点分布内力系向截面内一点简化的宏观体现。通常向截面几何中心(形心)简化。

受外力作用而处于平衡的构件,要计算其内力,一般用截面法,它是求解构件内力的基本方法。

截面法就是假想地用一平面,将构件截开,从而揭示和确定内力的方法。如图 1-2 所示,欲求构件 $m-m$ 截面的内力,可将其归纳为以下四个步骤:

- ①欲求某一截面上的内力时,就假想用一平面沿该截面把构件切开,分成两部分。
- ②任意地留下一部分作为研究对象,并舍弃另一部分。
- ③用作用于截面上的内力代替弃去部分对留下部分的作用。
- ④建立留下部分的平衡方程,确定未知的内力。作用在留下部分的外力和截面内力构成平衡力系,对留下部分列静力平衡方程,就可以计算出截面内力。

按照连续性假设,在 $m-m$ 截面上各点处都有内力作用,所以内力是分布于截面上的一

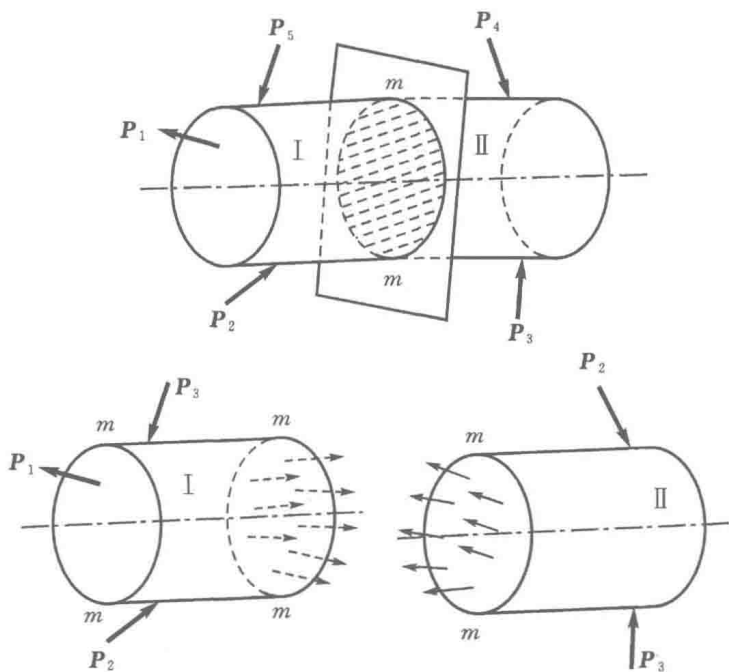


图 1-2

个分布力系。把分布力系向截面上某一点简化后得到的主矢和主矩,称为截面上的内力。为方便起见,一般将力系向截面几何中心(形心)简化。工程中通常求杆件横截面内力,如图 1-3 所示,这时,以横截面几何中心为原点,以杆件轴线为 x 轴,横截面内任意正交的两个方向为 y 轴和 z 轴,在横截面内建立右手正交坐标系 $Oxyz$,设截面内力向形心 O 简化后的主矢为 $\boldsymbol{F}$,主矩为 $\boldsymbol{M}_O$ 。将主矢分解为平行坐标轴的分量,其中平行轴线(x 轴)的分量 F_N 称为轴力,截面内平行 y 轴和平行 z 轴的分量 F_{sy} 和 F_{sz} 称为剪力。将主矩 $\boldsymbol{M}_O$ 分解为平行三个坐标轴的力偶矩矢量,其中矢量线沿 x 轴的力偶称为扭矩(作用面在横截面内),以 T 表示,另外还有作用线分别沿 y 轴和 z 轴的力偶(作用在 xOz 平面和 xOy 平面),称为弯矩,分别以 M_y 和 M_z 表示。

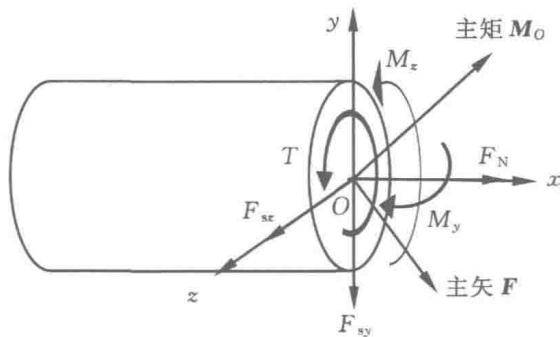


图 1-3

例 1-1 已知小型压力机机架受力 F_P, F'_P 的作用,如图 1-4(a)所示,试求:立柱截面 $m-n$ 上的内力。

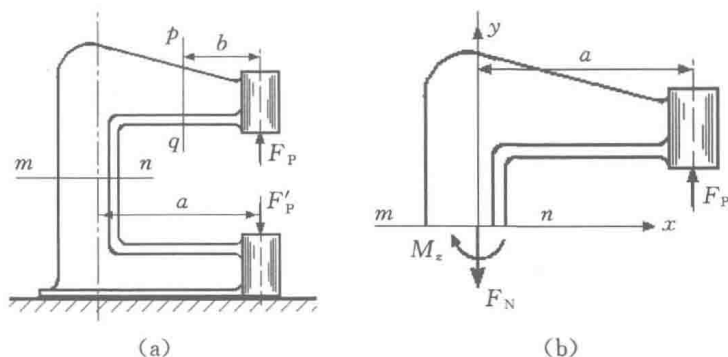


图 1-4

- 解** (1)假想从 $m-n$ 面将机架截开,将机架分成两部分;
 (2)取上部为研究对象;
 (3)画出截面以上部分的外力 F_P 和截面内力 F_N, M_z (如图 1-4(b)所示);
 (4)列留下部分的平衡方程

$$\begin{aligned}\sum F_y &= 0; & F_P - F_N &= 0 \\ & & F_N &= F_P \\ \sum M_O &= 0; & F_P \cdot a - M_z &= 0 \\ & & M_z &= F_P \cdot a\end{aligned}$$

读者试求 $p-q$ 截面上的内力。

1.4.2 应力

内力的大小并不能说明分布内力系在截面内某一点处的强弱程度。

为了研究物体在其内部某一点 M 处的内力,假想用经过 M 点的一个截面 $m-m$ 将物体分为 I、II 两部分。将部分 I 撤开,留下部分 II,如图 1-5(a)所示。部分 I 将在截面 $m-m$ 上作用一定的内力于部分 II。截面内力反映了截面宏观上的受力大小,但并不能反映一点处受力的强弱程度,反映一点处受力强弱程度的是截面上该点的应力。在 $m-m$ 截面上取包含 M 点的微小面积 ΔA ,作用于 ΔA 面积上的内力为 ΔP 。

假定内力连续分布,令 ΔA 无限减小而趋于 M 点时,则 $\frac{\Delta P}{\Delta A}$ 的极限 p 就是物体在截面 $m-m$ 上 M 点的应力,也就是

$$\lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta P}{\Delta A} = p \quad (1-1)$$

应力 p 在其作用截面上的法向分量称为正应力,用 σ 表示;在作用截面内的分量称为切应力或剪应力,用 τ 表示。当一点的应力与该点截面法线方向成 α 角时(如图 1-5(b)所示),则截面上该点的正应力大小为

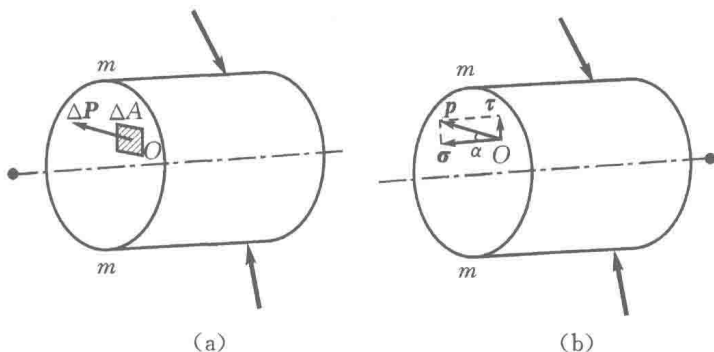


图 1-5

$$\sigma = p \cos \alpha \quad (1-2)$$

切应力大小为

$$\tau = p \sin \alpha \quad (1-3)$$

在国际单位制中,应力的单位是牛/平方米(N/m^2),称为帕斯卡或简称为帕(Pa), $1 \text{ Pa} = 1 \text{ N}/\text{m}^2$ 。工程中应力的常用单位是兆帕(MPa)或吉帕(GPa)。

$$1 \text{ MPa} = 10^6 \text{ Pa}, \quad 1 \text{ GPa} = 10^9 \text{ Pa}$$

1.5 变形与应变

材料力学研究固体的变形,除了为研究构件的刚度外,还因固体由外力引起的变形与内力的分布有关。

图 1-6(a)中的固体,限制其刚体位移后,其上任一点 M 的位移全是由变形引起的。设想在 M 点附近取边长为 $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ 的微小直角六面体(当六面体的边长趋于无限小时称为单元体)变形后,六面体的边长和棱边的夹角都将发生变化。把上述六面体投影于 xOy 平面内(放大)。变形前平行于 x 轴的线段 MN 原长为 Δx ,变形后 M 和 N 分别位移到 M' 和 N' 。 $M'N'$ 的长度为 $\Delta x + \Delta s$ 。这里 $\Delta s = M'N' - MN$,其代表线段 MN 的长度变化。比值

$$\epsilon_m = \frac{M'N' - MN}{MN} = \frac{\Delta s}{\Delta x} \quad (1-4)$$

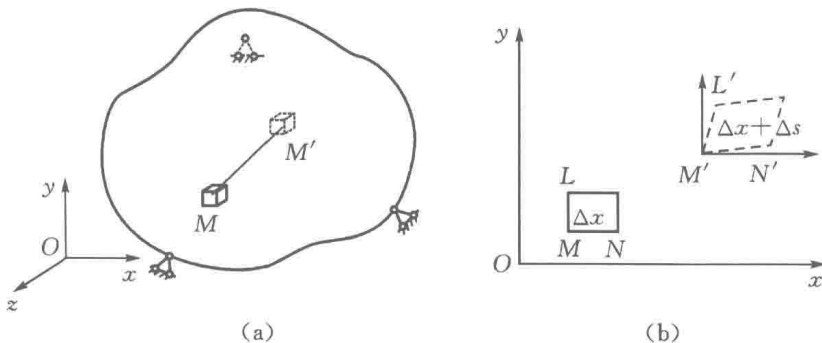


图 1-6

表示线段每单位长度的平均伸长或缩短,称为线段 MN 的平均应变。逐渐缩小 N 点和 M 点的距离使 $\overline{MN}$ 趋近于零,则 ϵ_m 的极限

$$\epsilon = \lim_{\overline{MN} \rightarrow 0} \frac{\overline{M'N'} - \overline{MN}}{\overline{MN}} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta x} \quad (1-5)$$

称为 M 点沿 x 方向的**线应变**或**正应变**。如果线段 MN 内各点沿 x 方向的变形程度是均匀的,则平均应变是 M 点的应变。否则,只有式(1-5)定义的应变才是 M 点的应变。同样可以定义 M 点沿 y 和 z 方向的应变。

固体的变形还表现在正交线段的夹角也将发生变化,例如在图 1-6(b)中,变形前 MN 和 ML 正交,变形后 $M'N'$ 和 $M'L'$ 的夹角变为 $\angle L'M'N'$,变形前后角度的变化是 $\frac{\pi}{2} - \angle L'M'N'$ 。当 N 和 L 趋近于 M 时,上述角度变化的极限值

$$\gamma = \lim_{\substack{\overline{MN} \rightarrow 0 \\ \overline{ML} \rightarrow 0}} \frac{\pi}{2} - \angle L'M'N' \quad (1-6)$$

称为 M 点在 x, y 平面内的**角应变**或**剪应变(切应变)**。

线应变 ϵ 和角应变 γ 是度量一点处变形程度的两个基本量,它们是没有量纲的。

构件的实际变形一般是极其微小的,材料力学研究的问题也仅限于小变形的情况,认为无论是变形或因变形引起的位移,其大小都远小于构件的最小尺寸。所以在列构件的力的平衡方程时仍可用变形前的形状和尺寸,即忽略构件的变形,这种方法称为**原始尺寸原理**。利用这一原理,使许多十分复杂的问题,变得较为简单了。

图 1-7 中,支架的各杆因受力而变形,引起荷载作用点 B 的位移。但因位移分量 δ_1 和 δ_2 都是非常小的量,所以当列各杆的力和荷载 F 在节点 B 的平衡方程时,仍可用支架变形前的形状和尺寸,即不计支架的变形,它使计算得到很大简化。否则为求出 AB 和 BC 两杆所受的力,应先列出节点 B 的平衡方程。列平衡方程时又要考虑支架形状和尺寸变化引起的两杆夹角的变化,而这些变化在求得两杆受力之前又是未知的,问题就变得十分复杂了。

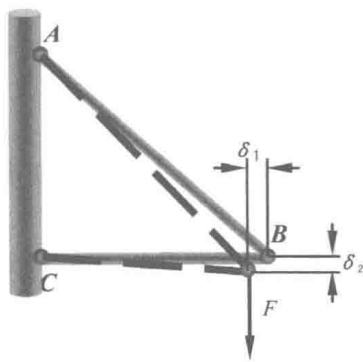


图 1-7

正因为位移和应变都是很小的量,所以这些量的二次方以上的量或乘积与其一次方相比,就可作为高阶小量。

1.6 杆件变形的基本形式

1.6.1 构件的分类

工程上构件的种类很多,如杆、板、壳、块等,而材料力学主要研究长度远大于横截面尺寸的构件,这类构件称为**杆件**或简称**杆**。垂直杆件长度方向的截面称为**横截面**。

横截面中心(形心)的连线称为**轴线**,轴线为直线的杆称为**直杆**,轴线为曲线或折线的称为**曲杆**或**折杆**。如图 1-8 所示。

各横截面尺寸不变的杆叫做等截面杆,截面变化的称为变截面杆,工程中常见的是等截面直杆。它是材料力学主要的研究对象。除杆件外,工程中常见的构件还有平板、壳体和实体构件,如图 1-9 所示。

厚度方向尺寸远远小于另外两个方向尺寸的构件称为板或壳,平分构件厚度的面称为中面,中面为平面的称为板,中面为曲面的称为壳。板和壳在石油、化工容器、船舶和现代建筑中使用较多。

当构件长、宽、高三向尺寸相差不多(同一数量级)时称为块体或实体构件,如机器的底座、建筑中的挡土墙等等。

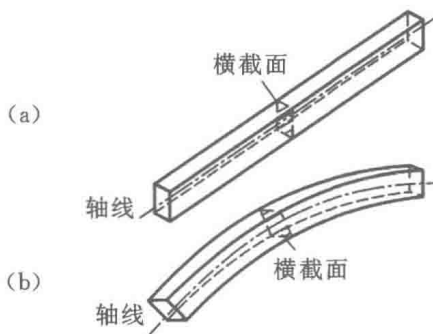


图 1-8

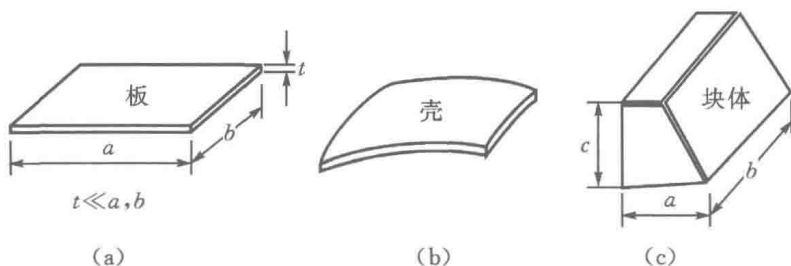


图 1-9

1.6.2 杆件变形的的基本形式

杆件受力有各种情况,相应有不同的变形形式。就杆件一点周围的微分单元体来说,它的变形可以由线应变和剪应变来描述。所有单元体变形的积累就形成杆件的整体变形。杆件变形的基本形式有以下四种:

1. 拉伸或压缩

图 1-10 所示为简易吊车。在荷载 P 作用下 AC 杆受到拉伸,而 BC 杆受到压缩。这类变形是由于受到大小相等、方向相反的、作用线与杆轴线重合的一对外力作用引起的,表现为杆件长度发生伸长或缩短。如桁架杆、活塞杆和起吊重物的钢索等。

2. 剪切

图 1-11 表示一铆钉联接两块钢板,在荷载 P 作用下,铆钉受到剪切。这类变形是由于受到大小相等、方向相反、相互平行的力引起的,表现为受剪杆件的两部

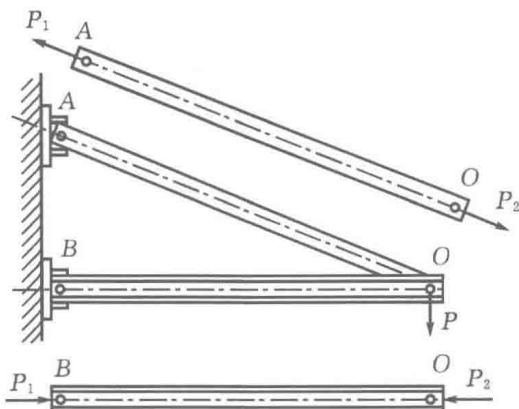


图 1-10