



数据加载失败，请稍后重试！



数据加载失败，请稍后重试！

初級中學課本

平面幾何



初級中學
課本

平面幾何

全一冊

編 者： 劉 蕪 宇

出版者： 人 民 教 育 出 版 社

印刷者：（見 正 文 最 後 頁）

發行者： 新 華 書 店

書號：2916

1953年4月原 版

150,001-221,200

1953年7月北京第二次印刷

定價 3,600元

出版者的話

一 本書是依據中央人民政府教育部所訂初中幾何教學大綱草案試編的。

二 本書的材料和體系都依照蘇聯十年制中學的幾何教本，А. П. КИСЕЛЕВ 所編的 ГЕОМЕТРИЯ 第一冊。

三 蘇聯的課本，習題集中在每個大單元的末了，而課本以外還有習題彙編一冊。爲了教學時的便利，除一部分習題附在書末作補充外，其餘的都分配在適當的章節後面。希望教師同志們將各章節的習題適當地分配作爲課堂和課外作業，全部演完。

四 原書關於軌跡和作圖例題都很少，本書已作適當的補充，在教學的時候，若還感到不足，可由習題中選取若干作爲例題。

五 在教學過程中遇到有什麼困難，希望教師同志們多提意見，以便逐步加以修訂。

人民教育出版社

一九五三年三月

初級中學課本 平面幾何目錄

緒 論	1
I 平面	2
II 直綫	3
III 圓	6
第一章 直綫形	10
I 角	10
II 角的量法	12
III 相關的角	15
IV 數學的命題	20
V 三角形	26
VI 軸對稱的幾何圖形	29
VII 等腰三角形的幾個性質	32
VIII 三角形的全等	33
IX 三角形的外角	41
X 三角形的邊和角的關係	42
XI 綫段和折綫長度的比較	44
XII 兩個直角三角形的全等	50
XIII 綫段的垂直平分綫和角的平分綫	52
XIV 基本作圖	56
XV 平行綫	65
XVI 對應邊相平行或垂直的兩個角	73
XVII 三角形和多角形的內角	77

XII	中心對稱	80
XIX	平行四邊形	85
XX	幾種特殊的平行四邊形	94
XXI	應用平行四邊形的性質可證明的定理	99
XXII	梯形	102
第二章 圓		109
I	圓的形狀和位置	109
II	弧和弦以及圓心和弦的距離	114
III	直線和圓的關係	116
IV	兩個圓的關係	120
V	圓的內接角	125
VI	圓內接和外切多邊形	141
VII	三角形的心	146
補充題		150
I	計算題	150
II	證明題	160
III	作圖題	162
習題答案		163

緒 論

1. 幾何圖形 一塊長方木頭，一個皮球，一架鐘，……我們日常接觸到的東西都佔有空間的一個有限部分。這空間的有限部分叫做幾何體。



圖 1

幾何體同着空間的界限，如 $ABCD$ ， $CBEF$ 和 $CFGD$ 叫做面。

兩個面的界限，如 $ABCD$ 和 $CBEF$ 的界限 BC ， $CBEF$ 和 $CFGD$ 的界限 CF ，叫做綫。

兩條綫的界限如 AB 和 EC 的界限 B ， DG 和 FG 的界限 G ，叫做點。

幾何體，面、綫同着點是不能分離開來單獨存在的。不過我們可以把它們個別地來想像。這樣想法，對於面，我們就不管它的厚薄，對於綫連寬窄也不管，對於點更連長短也不管了。依照這樣想法，我們說：

幾何體有長短、寬窄和厚薄。

面有長短、寬窄而沒有厚薄。

綫只有長短而沒有寬窄和厚薄。

點沒有長短，沒有寬窄，也沒有厚薄。

在黑夜，點燃一柱香，拿着在空中很快地搖動，我們可以看到一條紅的綫。把一個銅圓在桌上使它很快地轉，我們可以看到一個球形；就銅圓的邊說，轉成了一個面；就整個銅圓說，轉成了一個幾何體。依照這些事實，我們可以想像：點動成綫，綫動成面，面動就成體。

將點、綫、面或體連合起來可以得出各種各樣的形狀，這就叫做幾何圖形。關於幾何圖形，我們可以有這樣的理解：

(1) 在空間可以把幾何圖形的位置任意移動而不改變它的形狀和大
小。

(2) 把一個幾何圖形重到另一個幾何圖形上去，若它們處處都是重合
的，它們就是全等形。

2. 幾何學 研究幾何圖形的性質的科學，叫做幾何學。這個名詞是由希臘文譯音來的，從前我國也有譯成‘形學’的。就希臘文的原意說應當叫‘測地學’。幾何學起源於埃及。埃及人住在尼羅河的兩岸。尼羅河經常泛濫，並且每年泛濫的日子差不多都相同。泛濫的結果，一方面使兩岸的土地肥沃，更宜於耕種。但另一方面却沖壞了耕地的疆界和房屋。水退以後，埃及的勞動大眾要整理他們的耕地和房屋，就需要測量地面上的面積和距離。還有，尼羅河水退以後，河水就不能繼續浸潤兩岸的土地，埃及人就想法開溝蓄水，這也離不了測量。

所謂幾何學起源於埃及並不是說古代其他地方的人就沒有幾何知識。勞動人民爲了和自然界作鬥爭，耕地，播種，造房屋等等都需要測量地面上的距離和面積，由實踐中也就必然得到若干幾何知識。我國幾千年來，對於幾何也有許多成就，最古的一部數學書，周髀算經，大約是秦漢時候的，就講到直角三角形的問題。不過成爲一門有系統的學問來研究，這却是從明時徐光啓(1562—1638)翻譯希臘數學家歐克里德(公元前330—275)的幾何原本開始的。

I 平面

3. 平面 窗上的玻璃同着池塘裏平靜的水，我們都感到它們的表面是很平滑的，我們就把這種面叫做平面。但更精確地說，平面須有這樣的性質：

平面上的任何部分都可以放到別的部分或另一個平面上去，使它所有的點全落在上面，並且把重上去的部分先翻轉過來，再放上去也是一

樣。我們可以這樣想像，把一張光滑的紙（作為平面看）摺轉一部分，它可以處處同着另一部分相重合，並且這是和摺法沒有關係的。

II 直綫

4. 直綫 直綫是綫中最簡單的，也是我們最熟習的。我們可以想像，一根拉得很緊的綫，或在暗室的壁上開一個細孔，從那裏透進來的光綫。把綫拉緊的兩隻手或透進光綫的孔和光綫射到的地方，都想像成點，我們可以體認到，直綫有下面所說的基本性質：

經過空間的任意兩點，可以引一條直綫，也只能引一條直綫。

由這個性質，我們可以推得：

把一條直綫放到另一條直綫上去，只要它們有兩點相合，那末它們就完全重合。 因為，假若它們不是完全重合，那就成為經過空間的兩點可以引兩條直綫了。這是同着上面所說的性質相矛盾的。

由同樣的推論，我們又得：

兩條直綫只能有一個交點。

對於平面又有這樣的性質。

經過平面上的任意兩點引一條直綫，這直綫上的一切點都在這平面上。

習 題 一

1. 第1節圖中的長方體，有多少面，多少綫，多少點？
2. 一個圓柱有多少面，多少綫？有點沒有？
3. 任意定兩點，用直尺作通過它們的直綫。
4. 任意定三點，通過每兩點作一直綫。最多可以作幾條？
5. 任意定四點，通過每兩點作一直綫。最多可以作幾條？

5. 直綫、綫段和射綫 對於一條直綫，我們要想像它的兩端是可以無

限延長的。

對於直線，通常是在它的上面任意取兩點，如 A, B 來表示；有時也只用一個字母表示，如 a 。

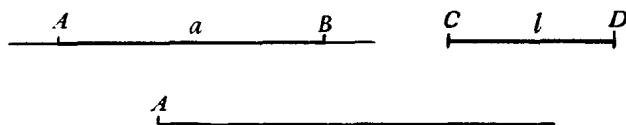


圖 2

一條直線上任意兩點間的有限部分叫做直線的綫段，或簡稱綫段。通常用表示兩端點的字母如 C, D 來表示；有時也只用一個字母如 l 來表示。

有時我們把直線看成是由一個點，如 A ，引出去的，這叫做射綫，又叫做半直線。

6. 綫段的相等和不等 把綫段 CD 重到綫段 AB 上，使端點 C 同着



圖 3

端點 A 重合，並且使一條綫段落在另一條綫段上；若端點 D 恰好同着端點 B 重合， CD 和 AB 就相等。假若端點 D 同着端點 B 不重合，那末，兩條綫段就不相等，成為另一條綫段一部分的那一條綫段就是比較短的一條。

7. 用兩腳規截取定長綫段 根據前節所講的兩條綫段相等的決定法，我們用兩腳規便可截取一條綫段等於一定的長。設 AB 為定長的綫段，在另一直線 l 上要取綫段 CD 等於 AB 。我們先把兩腳規的兩腳分開，

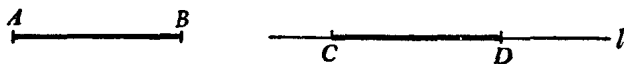


圖 4

使它兩尖的距離正好等於 AB ；然後將一脚放在直線 l 上的任意一點如 C ，若另一腳正落在直線 l 上的 D 點，則 CD 就等於 AB 。對於這個作法，所要注意的，就是保持兩腳規兩腳尖端的距離，不可稍有改變。用這種方

法，我們就不再需要用刻有分割的尺子去量 AB ，再在 l 上去量出和 AB 相等的綫段 CD 來，因為這是比較更不容易正確的。

8. 綫段的和 連續使用前節截取定長綫段的方法，我們就可以作一條綫段等於若干綫段的和。設 AB, CD, EF 是三條定長的綫段，要作一條

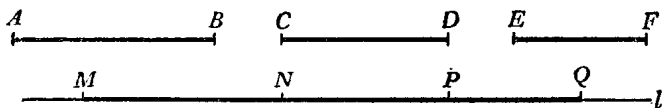


圖 5

段等於它們的和。在一條直線 l 上，先截取 MN 等於 AB ，再從 N 點起截取 NP 等於 CD ，又從 P 點起截取 PQ 等於 EF ，則 MQ 就等於所求的和。因為，

$$MQ = MN + NP + PQ = AB + CD + EF$$

綫段的和同着數目的和，在計算上性質完全相同，都適用交換律和結合律。

9. 綫段的運算 由綫段和的概念作基礎，我們便可引伸出：(1)兩綫段的差，(2)不名數和綫段的積，(3)不名數去除綫段的商，這些概念。例如：(1)綫段 AB 比綫段 CD 長，則它們的差，就是同着 CD 的和正好等於 AB 的另一條綫段。(2)若 AB 是定長綫段，用 4 去乘它，就是求等於 4 條 AB 綫段的和的一條綫段。(3)若要用 3 去除綫段 AB ，所求的商就是 AB 的三分之一。

若用長度的單位，如厘米，來量綫段，並且將量得的數目表示它們的長；那末，綫段的和，差，……，也就可用所量得的數目的和，差，……來表示。

【例題 1】過 M 點作綫段 MN 等於 100 厘米，再向同一方向作綫段 MP 等於 160 厘米。求這兩條綫段中點的距離。

解 設 A 為 MN 的中點， B 為 MP 的中點；則

$$MA = \frac{1}{2} MN = 50 \text{ 厘米}, \quad MB = \frac{1}{2} MP = 80 \text{ 厘米}.$$

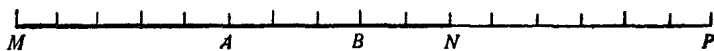


圖 6

$$\therefore AB = MB - MA = 80 \text{ 厘米} - 50 \text{ 厘米} = 30 \text{ 厘米}.$$

【例題 2】將綫段 AB 延長到 C ，使 AC 的長為 AB 的 5 倍，求 AB 與 AC 的比。

解 $\because AC = 5AB$

$$\therefore AB : AC = AB : 5AB = 1 : 5.$$



圖 7

習 題 二

1. 任意作三條綫段，依不同的順序（共有六種）作它們的和。
下面各題，先用幾何作圖的方法作出圖來，再用算術的方法檢驗。
2. 三條木棒各長 4.8 米，3.4 米，5.8 米，若把它們接起來，一共有多少長？
3. 有松木長 20.5 米，由一端截去 3.7 米後，又截去 7.4 米，還剩多少？
4. 綫段 AB 長 10 米，由 A 端重上綫段 AC 長 5.1 米，由 B 端重上綫段 BD 長 7.9 米，那末綫段 CD 有多少長？
5. 已知兩綫段 a 和 b 的和為 S ，它們的差為 d ，用什麼方法可求得 a, b 的長？
6. C 點分綫段 AB 為 5:7， D 點分它為 5:11， CD 的長是 10 米，求 AB 的長。
7. 下列 A, B, C 三點是否在一直綫上：
 - (1) $AB = 20$ 米， $AC = 13$ 米， $BC = 7$ 米。
 - (2) $AB = 4$ 米， $AC = 7$ 米， $BC = 3$ 米。
 - (3) $AB = 1.8$ 米， $AC = 1.3$ 米， $BC = 3$ 米。

III 圓

10. 圖 將一根綫的一端用釘固定在紙上的 O 點，另一端繫上鉛筆，把這綫拉緊了，使鉛筆在紙上移動，就會得出一條連續不斷分不出首尾的曲綫。同樣地，把兩腳規的兩腳張開，使一脚的尖端固定在紙上的 O 點，

另一腳的尖端裝有鉛筆的，在紙上繞着 O 點轉，也可以得出一條連續不斷分不出首尾的曲綫。這樣的曲綫就叫做圓。

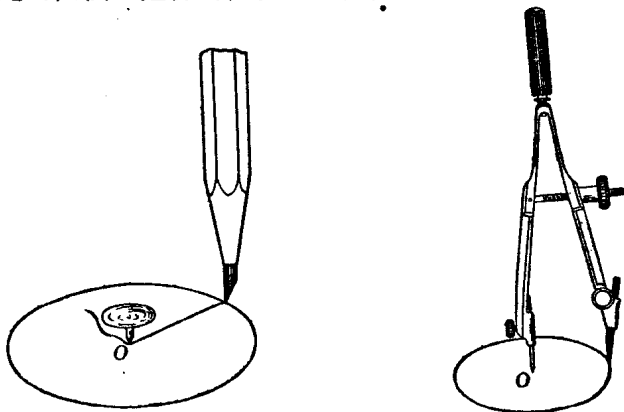


圖 8

O 點叫做圓心。

連結圓心和圓上一點的綫段叫做半徑，如 OA, OB, OC, OD 。由我們得出圓的過程，就可以知道同一個圓的半徑全是相等的，並且半徑相等的圓都是全相等的。因為，把它們的圓心重起來的時候，圓上各點到圓心的距離都等於半徑，它們也就全相重合了。

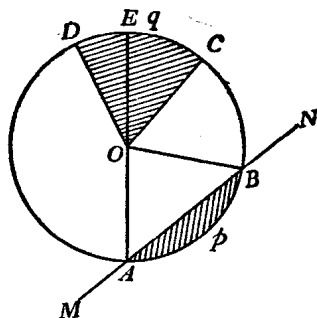


圖 9

連結圓上兩點的綫段叫做弦，如 AB 。

通過圓心的弦叫做直徑，如 AE 。直徑的長正好等於兩個半徑的和，所以同一個圓的直徑全是相等的。

圓的一段叫做弧，如 ApB, CqD 。通常用 $\widehat{\quad}$ 表示弧，寫成 $\widehat{ApB}, \widehat{CqD}$ 。

連結弧的兩端的弦，叫做弧所對的弦，如 AB 是弧 ApB 所對的弦。

兩個半徑所截圓面的一部分叫做扇形，如 $OCqD$ 。

和圓相交於兩點的直綫，叫做圓的割綫，如 MN 。割綫所截圓面的一部分叫做弓形，如 ApB 。

【注意】通常‘圓’這一個詞，我們有兩種不同的用法：一是單指曲綫，又叫做圓周；一是指曲綫所包圍的平面，又叫做圓面。在這本書裏我們用的是前一個意義，就是單指曲綫；在指圓所包圍的平面時，叫做圓面。

11. 弧的相等和不等 同一個圓（或相等的圓——半徑相等的圓）中的兩條弧，把它們重疊起來，若它們的兩端能重合，則兩弧相等。若把弧 AB 的一端 A 重在弧 CD 的一端 C 上，弧 AB 重在弧 CD 上， B 端和 D 端也重合；那末因為兩弧上的一切點到圓心的距離都相等，所以它們都能重合，而 $\widehat{AB} = \widehat{CD}$ 。若 A 和 C 相重，弧 AB 重在弧 CD 上，但 B 端不和 D 端重合；那末兩弧就不相等，只同着別一弧的一部分重合的弧就是小弧。

12. 弧的和 通常，要半徑相同的弧才能求它們的和。這個和也是半徑相同的弧。如圖，(1) $\widehat{AB}, \widehat{BC}, \widehat{CD}, \dots, \widehat{EA}, \dots$ 都是同半徑的弧。設我

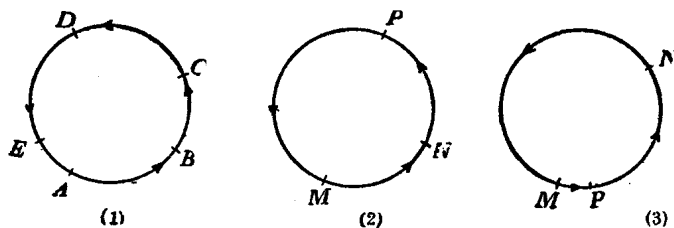


圖 10

們作一個同半徑的圓(2)，在這圓上取 $\widehat{MN}$ 等於 $\widehat{AB}$ ，再在同一方向取 $\widehat{NP}$ 等於 $\widehat{CD}$ ，則 $\widehat{MP} = \widehat{MN} + \widehat{NP} = \widehat{AB} + \widehat{CD}$ 。這個作若干段同半徑弧的和的方法，結果可能正好得一個圓，如(1)設想是 $\widehat{AC} + \widehat{CD} + \widehat{DA}$ ，便是一個圓。也可能超過一個圓，那就是一段弧要蓋上另一段弧；如(3) $\widehat{MN} = \widehat{AC}$ ， $\widehat{NP} = \widehat{BE}$ ，則 $\widehat{AC} + \widehat{BE} = \widehat{MN} + \widehat{NP} = \widehat{MN} + \widehat{NM} + \widehat{MP}$ ，而 $\widehat{MN} + \widehat{NM}$ 已經正好是一個圓了。

弧的和同着綫段的和在計算上性質也是相同的，都適用交換律同着結合律。

由弧的和的概念作基礎,也可以引伸出:(1)兩段弧的差,(2)不名數和弧的積,(3)不名數去除弧的商,這些概念.

習 題 三

1. 在一個圓上任取三段弧,依不同的順序(共有六種)作它們的和.
2. 就前題所取的三段弧,由作它們的和,表明是適用結合律的.
3. 先作一個圓,在圓上任取一段弧 AB 接連作 2 個, 3 個, 4 個 AB 長的弧.

13. 幾何學的分類 所研究的圖形在一個平面內的,這種幾何學叫做平面幾何學. 若所研究的圖形不是在一個平面內的,這種幾何學叫做立體幾何學.

第一章 直線形

I 角

14. 角 由一點引兩條射線所構成的圖形叫做角。如圖 11 由 O 點引出兩條射線 OA 和 OB ，就構成一個角。我們又可以設想，角是由綫段 OB ，從綫段 OA 的位置起繞着 O 點轉動所產生的。 O 點叫做角的頂點。射線 OA 和 OB 叫做角的邊。角的大小只由它的兩邊張開的程度來決定，和邊的長短無關，我們要把兩邊都想像成可以無限延長的。

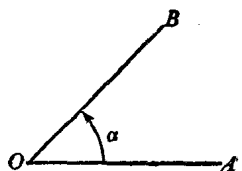


圖 11

角的記法通常用三個字母，一個表角頂的如 O ，兩個指邊的如 A 和 B ，表角頂的字母總放在中間；所以圖 11 中的角可記為‘角 AOB ’也可記為‘角 BOA ’。有時只用表角頂的一個字母記為‘角 O ’。有時用記在角裏的一個字母如 α ，記為‘角 α ’。

爲了簡便些，通常用符號‘ $\angle$ ’代表‘角’，圖 11 中的角就記為 $\angle AOB$ 或 $\angle BOA$ 或 $\angle O$ 或 $\angle \alpha$ 。

角的兩邊我們既可想像它們是可以無限延長的，它們就把角所在的平面分成兩部分，一部分叫做角的內部，另外一部分叫做角的外部。通常，我們所說的角的內部是圖 12 中左圖影綫所指的部分。我們也可以這

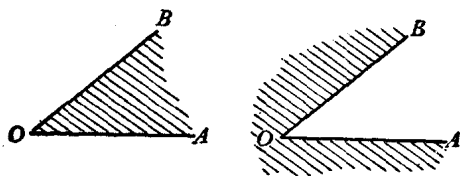


圖 12

樣說明：在角的兩邊上各取一點如 A 和 B ，把 A, B 連結起來，則綫段 AB ，所在的那部分平面便是 $\angle AOB$ 的內部。因此，圖 12 中右圖影綫所指的部分便是 $\angle AOB$

的外部，假如要把它作爲內部看，那我們就特別加以說明。