



机械与能源工程
人才培养创新教材

数学建模

典型应用案例及理论分析

王海 / 主编



上海科学技术出版社

国家一级出版社
全国百佳图书出版单位

中德机械与能源工程人才培养创新教材

数学建模

典型应用案例及理论分析

王 海 主编

上海科学技术出版社

图书在版编目(CIP)数据

数学建模典型应用案例及理论分析 / 王海主编. —
上海: 上海科学技术出版社, 2020. 1
中德机械与能源工程人才培养创新教材
ISBN 978 - 7 - 5478 - 4701 - 5

I. ①数… II. ①王… III. ①数学模型—教学研究—
高等学校 IV. ①O141. 4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2019)第 272095 号

数学建模典型应用案例及理论分析

王 海 主编

上海世纪出版(集团)有限公司 出版、发行
上海科学技术出版社
(上海钦州南路 71 号 邮政编码 200235 www. sstp. cn)

印刷

开本 787×1092 1/16 印张 11.5

字数 250 千字

2020 年 1 月第 1 版 2020 年 1 月第 1 次印刷

ISBN 978 - 7 - 5478 - 4701 - 5/O · 79

定价: 49.00 元

本书如有缺页、错装或坏损等严重质量问题, 请向工厂联系调换

S

ynopsis

内容提要

本书在参考国内同类数学建模教材和机械、能源类相关建模科研文献的基础上,就数学建模基本理论进行了整理和适当简化,按照不同专业划分为工程案例之机械动力篇、传热通风篇、燃气供应篇、能源动力篇和工业工程篇等主要部分,将建模基础理论与相关专业具体案例相结合,通过将一些实用性强、数学推导简化、生活气息浓厚的案例进行改写、合并和调整,向读者详细展示了从问题的提出与分析、模型建立到模型求解、案例总结等方面完整解决具体案例的过程。

本书可供高等院校机械、能源等工科类专业本科生在学习数学建模课程的同时,了解、学习本学科的专业知识,也可供工程技术人员和社会读者阅读参考。

E

ditorial Board

丛书编委会

主 任 李峥嵘

委 员 (以姓氏笔画为序)

王 海 尹丽洁 李铮伟

陆 亮 林 松 钱慧智

曹叔维

P

reface

丛书序

在教育部和同济大学的支持下,同济大学人才培养模式创新实验区已经走过 10 个春秋。中德机械与能源工程人才培养模式创新实验区(简称莱茵书院)作为其中一员,自 2014 年开办以来,以对接研究生培养为主要目标,依托同济大学对德合作平台,探索并实践了双外语、宽口径、厚基础和学科交叉融合的人才培养模式,在学校和家长中得到了积极的响应。

本丛书是莱茵书院办学至今的部分成果汇报,主要包括两个部分:

一部分是根据机械、能源学科对于人才的要求,借鉴德国数学类课程体系,形成数学基本理论在学科内应用的案例教学,为研究生阶段学习奠定扎实基础。教材《常微分方程典型应用案例及理论分析》《数学建模典型应用案例及理论分析》《数理方程典型应用案例及理论分析》《数值分析典型应用案例及理论分析(上、下册)》中,编委们以高等院校工科学生的培养目标为准绳,以实际工程案例为切入点,进行数理知识的分析与重构,提高工科学生的专业学习能力与分析问题、解决问题的能力。

另一部分是中德双语特色教学课程——机械原理的成果,该案例借鉴了德国亚琛工业大学、德累斯顿工业大学等优秀综合性大学的“机构学”教学经验和案例,结合了国内机械类专业本科生教学目标和知识点指标。《典型机构技术指南——认识—分析—设计—应用》是学生机构分析的案例汇编,该指南以加深学生理论基础、提升学生知识运用能力为目标,倾注了任课教师和莱茵书院学生的大量心血。

本丛书虽然是莱茵书院教学成果,亦可用作在校机械或能源类本科生和研究生辅导教材,或供相关专业在职人员参考。

在丛书出版之际,我代表莱茵书院工作组,对同济大学及其本科生院领导的支持表示诚挚感谢。在莱茵书院创办过程中,同济大学公共英语系教学团队为莱茵书院打造了特色课程体系,中德学院和留德预备部教学团队为莱茵书院的教学和学生培养提供了有

力的支撑,在此也表示衷心感谢。感谢同济大学机械与能源工程学院的支持。特别感谢莱茵书院工作组成员,大家克服困难,创建了莱茵书院,其中的彷徨、汗水和泪水最终与喜悦的成果汇合,回报了大家的初心。感谢丛书的编写者,是你们的支持保证了莱茵书院的正常教学,也推进了莱茵书院的教学实践。

尽管本丛书编写力求科学和实用,但是由于时间仓促,难免有不尽如人意之处,还望读者批评指正。

李峥嵘 教授

同济大学

2019年1月于上海

F

oreword

前 言

半个多世纪以来,随着科技发展和教育进步,数学这门基础学科不仅在工程技术等传统应用领域大放异彩,而且迅速向一些新兴领域渗透。在用数学方法解决现实生活中碰到的问题,或者与其他学科相结合的过程中,关键的一步在于使用数学语言描述所研究的对象,也就是数学模型的建立过程。在此基础上,运用数学理论方法进行分析、计算,并通过计算机技术为实际问题提供定量的结果或者定性的数量依据。

越来越多的高校开始重视对学生数学建模能力的培养,自 20 世纪 80 年代以来,课程建设发展迅猛。实践表明,综合运用数学知识、理论和方法解决实际问题,是当代大学生必不可少的技能,是培养具有竞争力、可持续发展高素质人才不可或缺的手段。与此同时,基于项目和具体案例的教学培养方式也在欧美国家开始推行,并对我国的教育模式产生了一定的影响。此种培养模式要求学生有目的地完成项目工作,并获得一定成果产出,从而大大激励了学生对基础知识学习的积极性。伴随教学模式的改变,教学工作者的理念与能力也要相应发展,从传统的灌输知识模式向促进学生自我规划、自我促进能力模式转变,同时教学者则须掌握更多的工程经验。

本书作为同济大学“一拔尖,三卓越”特色项目——以“莱茵书院”为载体的厚基础、跨学科、宽口径培养模式深化研究项目的课程建设内容,旨在将数学建模基本理论与工程应用相结合,建立一套适用于机械、能源等工科类专业本科生学习、讨论的教材。相比国内同类教材,本书有以下特点:一是内容精练,论述严谨,实用性和针对性强。本书内容针对机械和能源等工科专业,展现各自独立而又丰富完整的工程案例,通过课堂教学与交流,使学生充分了解数学建模这门应用数学课程在解决工程实际问题时的作用;二是注重解决实际问题建模的方法,同时书中尽量避免抽象和烦琐的数学推导,而是用直观和浅显的方式讲解数学建模的思想,对学生科学思维方式和创造能力的培养有一定的指导价值;三是教材结构按照典型应用案例的方式展开,适合课堂教学,每一章节有相对

的独立性,教师可从中选择部分内容进行讲解。本书还可供教学、科研工作者查阅相关内容参考。

本书由王海主编,王天天、杨光参编。

由于编者非数学系专业出身,水平有限,书中内容的选取、结构和案例的选取及分析方面难免有遗漏和不当之处,恳请同行专家、使用本教材的师生以及其他读者提出宝贵意见,以便我们做进一步的改进。

编 者



目 录

第 1 章	数学模型概论	1
1.1	数学模型概念	3
1.2	数学模型分类	4
1.3	建模方法和步骤	5
1.4	数学模型实例	7
1.5	数学建模竞赛简介	15
第 2 章	工程案例之机械动力篇	19
2.1	单指标优选模型在机器人避障中的应用	21
2.2	神经网络控制在工业机械臂的应用	38
2.3	微机械陀螺温度特性及其补偿算法研究	41
第 3 章	工程案例之传热通风篇	47
3.1	双层玻璃窗传热问题研究	49
3.2	房屋隔热经济效益问题研究	51
3.3	改进遗传算法在变风量系统中的应用	56
3.4	基于交互式集成优化框架的建筑环境优化	65
3.5	空调热舒适度预测及控制算法研究	72
第 4 章	工程案例之燃气供应篇	79
4.1	遗传算法在城市燃气管网优化中的应用	81
4.2	短期天然气负荷预测问题研究	90
第 5 章	工程案例之能源动力篇	97
5.1	基于混合算法的压力传感器温度补偿研究	99
5.2	基于粒子群算法的新能源集群多目标无功优化策略研究	104

5.3	基于协同进化蚁群算法的含光伏发电的配电网重构	112
5.4	双层双阶段分布式能源系统调度优化	121
5.5	基于知识迁移 Q 学习算法的多能源系统联合优化调度	133
第 6 章	工程案例之工业工程篇	145
6.1	基于遗传算法的自动化集装箱码头多载 AGV 调度	147
6.2	机场航班流量优化调度	154
6.3	蚁群算法求解混合流水车间分批调度	162
参考文献	172

第 1 章

数学模型概论

近半个多世纪以来,随着计算机技术的迅速发展,数学的应用不仅在工程技术、自然科学等领域发挥着越来越重要的作用,而且以空前的广度和深度向经济、金融、生物、医学、环境、地址、人口、交通等新的领域不断渗透,数学技术已经成为当代高新技术的重要组成部分。不论是用数学方法在科技和生产领域解决实际问题,还是与其他学科相结合形成交叉学科,首要的和关键的一步是建立研究对象的数学模型,并加以计算求解。在知识经济时代数学建模和计算机技术是必不可少的技术手段。

人类生活在丰富多彩、变化万千的现实世界里,无时无刻不在运用智慧和力量去认识、利用、改造这个世界,从而不断地创造出日新月异的物质文明和精神文明。工业博览会上,豪华舒适的新型汽车令人赞叹不已;科技展览厅里,大型水电站模型雄伟壮观,人造卫星模型高高耸立,清晰的数字和图表显示着电力工业的迅速发展;电影演播厅里,播放着现代化炼钢厂实现生产自动控制的科技影片,其中既有火花四溅的钢坯浇铸情景,也有展示计算机管理和控制的框图、公式和程序。

数学是研究现实与抽象世界中数量关系和空间形式的科学,在它产生和发展的历史长河中,一直是与各种各样的应用问题紧密相关。数学的特点不仅在于概念的抽象性、逻辑的严密性、结论的明确性和体系的完整性,而且更在于它应用的广泛性。20 世纪以来,随着科学技术的迅速发展和计算机的日益普及,人们对解决各种问题的要求及精确度的提高,使数学的应用越来越广泛和深入,特别是在进入 21 世纪的知识经济时代,数学科学的地位发生了巨大的变化,它已经从经济和科技的后备走到了前沿。经济发展的全球化、计算机的迅猛发展、理论与方法的不断扩充使得数学已经成为当今高科技的一个重要组成部分,数学已经成为一种能够普遍实施的技术。

在一般的工程技术领域,数学建模大有用武之地。在以声、光、热、力、电这些物理学科为基础的诸如机械、电机、能动、土木等工程技术领域中,数学建模的普遍性和重要性不言而喻。虽然这里的基本模型已经存在,但是由于新技术、新工艺的不断涌现,提出了许多需要用数学方法解决的问题;高速、大型计算机的飞速发展,使得过去即使有了数学模型也无法求解的课题(如中长期天气预报)迎刃而解;建立在数学模型和计算机模拟基础上的 CAD 技术,以其快速、经济、方便等优势,很大程度上代替了传统工程设计中的现场实验、物理模拟等手段。今天,在国民经济和社会活动的诸多方面,数学建模都有着非常具体的应用,如分析与设计、预报与决策、控制与优化、规划与管理等。

本章作为全书的导言和数学模型的概述,主要讨论数学模型的概念、分类、建模的方法和步骤、模型实例和数学建模竞赛简介,给读者以建立数学模型的全面的、初步的了解。

1.1 数学模型概念

数学模型(mathematical model)这个词已为越来越多的人所熟悉,那么什么是数学模型呢?关于这一概念各种说法大同小异,一般来说,数学模型可以描述为:对于现实世

界的一个特定对象,为了一个特定目标,根据特有的内在规律,做出一些必要的简化假设,运用适当的数学工具,得到的一个数学结构。

特定对象是指所要研究或解决的实际问题。“特定对象”表明了数学模型的应用性,即它是为解决某个实际问题而提出的。

特定目标是指所研究或解决实际问题的某些特征。“特定目标”表明了数学模型的功能性,即当研究一个特定对象时,我们不能同时研究它的一切特征,而只能研究当时我们所关心的某些特征。

根据特有的内在规律做出一些必要的简化假设,是指从事物的现象中,根据特定的目标将那些最本质的东西提炼出来。而为了提炼最本质的东西,就必须做出一些必要的简化假设,对非本质的东西进行简化。“根据特有的内在规律,做出一些必要的简化假设”表明了数学模型的抽象性。

1.2 数学模型分类

总结数学模型分类对于初学者而言是非常重要的。虽然数学模型多种多样,但是其中有着内在的相似之处。经常总结经验有助于初学者尽快掌握各类模型,适应不同的数学建模问题。

数学模型可以按照不同方式来分类。比如,按照模型的应用领域可以分为数量经济模型、医学模型、地质模型、社会模型等;更具体的有人口模型、交通模型、生态模型等;按照建立模型的数学方法可以分为几何模型、微分方程模型、图论模型等。数学建模的初衷是洞察源于数学之外的事物或系统;通过选择数学系统,建立原系统各部分与描述其行为的数学部分之间的对应,达到发现事物运行的基本过程的目的。因此,人们通常也用如下的方法分类:

(1) 观察模型与决策模型。基于对问题状态的观察、研究,所提出的数学模型可能有几种不同的数学结构。例如,决策模型是针对一些特定目标而设计的。典型的情况是:某个实际问题需要做出某种决策或采取某种行动以达到某种目的。决策模型常常是为了使技术的发展达到顶峰而设计的,它包括算法和由计算机完成的特定问题解的模拟。如一般的马尔可夫链模型是观察模型,而动态规划模型是决策模型。

(2) 确定性模型和随机性模型。确定性模型建立在如下假设的基础上:即如果在时间的某个瞬间或整个过程的某个时段有充分的确定信息,则系统的特征就能准确地预测,如 2016 年全国大学生数学建模竞赛的系泊系统设计问题。确定性模型常常用于物理和工程之中,微分方程模型就是常见的确定性模型。随机性模型是在概率意义上描述系统的行为,它广泛应用于社会科学和生命科学中出现的问题,如 2009 年全国大学生数学建模竞赛的眼科病床的合理安排问题。

(3) 连续模型和离散模型。有些问题可用连续变量描述,比如 2014 年全国大学生数学建模竞赛的“嫦娥三号”软着陆轨道设计与控制策略;有些问题适合离散量描述,比如

2013年全国大学生数学建模竞赛的碎纸片拼接复原问题。有些问题由连续性变量描述更接近实际,但也允许离散化处理。

(4) 解析模型和仿真模型。建立的数学模型可直接用解析式表示,结果可能是特定问题的解析解。或得到的算法是解析形式的,通常可以认为是解析模型,如2014年全国大学生数学建模竞赛的创意折叠桌椅问题。而实际问题的复杂性经常使目前的解析法满足不了实际问题的要求或无法直接求解。因此,很多实际问题需要进行仿真,如2015年全国大学生数学建模竞赛的太阳影子定位问题。仿真模型可以对原问题进行直接或间接的仿真。

1.3 建模方法和步骤

在现实生活工作中所面临的问题纷繁复杂,如果需要借助数学模型来求解,往往不可能孤立地使用一种方法。需要根据对研究对象的了解程度和建模目的来决定采用什么数学工具。一般来说,建模的方法可以分为机理分析法、数据分析法和类比仿真法等。

机理分析是根据对现实对象特征的认识,分析其因果关系,找出反映内部机理的规律。用这种方法建立起来的模型,常有明确的物理或现实意义。各个“量”之间的关系可以用几个函数、几个方程(或不等式)乃至一张图等数学工具明确地表示出来。在内部机理无法直接寻求时,可以尝试采用数据分析的方法。首先测量系统的输入输出数据,并以此为基础运用统计分析方法,按照事先确定的准则在某一类模型中选出一个与数据拟合得最好的模型。这种方法也可称为系统辨识。有时还要将这两种方法结合起来运用,即用机理分析建立模型的结构,用系统辨识来确定模型的参数。类比则是在两类不同的事物之间进行对比,找出若干相同或相似之处,推测在其他方面也可能存在相同或相似之处的一种思维模式。这样便可借用其他一些已有的模型,推测现实问题应该或可能的模型结构。仿真(也称为模拟)是以类比为逻辑基础,用计算机模仿实际系统的运行过程。在整个运行时间内,对系统状态的变化进行观察和统计,从而得到系统基本性能的估计或认识。但是,仿真法一般不能得到解析的结果。

建立数学模型没有固定的模式,通常它与实际问题的性质、建模的目的等有关。当然,建模的过程也有其共性,一般来说大致可以分为以下几个步骤:

(1) 形成问题。要建立现实问题的数学模型,首先要对所解决的问题有一个十分明确的提法。只有明确问题的背景,尽量清楚对象的特征,掌握有关的数据,确切地了解建立数学模型要达到的目的,才能形成一个比较明晰的“问题”。

(2) 假设和简化。根据对象的特征和建模的目的,对问题进行必要的、合理的假设和简化。如前所述,现实问题通常是纷繁复杂的,必须紧抓本质的因素(起支配作用的因素)。忽略次要的因素。此外,一个现实问题不经过假设和化简,很难归结成数学问题。因此,有必要对现实问题做一些简化,有时甚至是理想化的简化假设。

(3) 模型构建。根据所做的假设,分析对象的因果关系,用适当的数学语言刻画对象

的内在规律,构建现实问题中各个变量之间的数学结构,得到相应的数学模型。这里,有一个应遵循的原则。即尽量采用简单的数学工具。

(4) 检验和评价。数学模型能否反映原来的现实问题,必须经受多种途径的检验。这里包括数学结构的正确性,即没有逻辑上自相矛盾的地方;适合求解,即是否会有多解或无解的情况出现;数学方法的可行性,迭代方法收敛性以及算法的复杂性等。而最重要和最困难的问题是检验模型是否真正反映原来的现实问题。模型必须反映实际,但又不等同于现实;模型必须简化,但过分的简化则使模型远离现实,无法解决现实问题。因此,检验模型的合理性和适用性,对于建模的成败非常重要。评价模型的根本标准是看它能否准确地解决现实问题,此外,是否容易求解也是评价模型的一个重要标准。

(5) 模型的改进。模型在不断的检验过程中进行修正,逐步趋向完善,这是建模必须遵循的重要规律。一旦在检验过程中发现问题,人们必须重新审视在建模时所做的假设和简化的合理性,检查是否正确刻画对象内在量之间的相互关系和服从的客观规律。针对发现的问题做出相应的修正。然后,再次重复建模、计算、检验、修改等过程,直到获得某种程度的满意模型为止。

(6) 模型的求解。经过检验能比较好地反映现实问题的数学模型,最后通过求解得到数学上的结果;再通过“翻译”回到现实问题,得到相应的结论。模型若能获得解的确切表达式固然最好,但现实中多数场合需依靠计算机数值求解。正是由于计算技术的飞速发展,使得数学建模现在变得越来越重要。

应用数学去解决各类实际问题时,建立数学模型是十分关键的一步,同时也是十分困难的一步。建立数学模型的过程,是把错综复杂的实际问题简化、抽象为合理的数学结构的过程。要通过调查、收集数据资料,观察和研究实际对象的固有特征和内在规律,抓住问题的主要矛盾,建立起反映实际问题的数量关系,然后利用数学的理论和方法去分析和解决问题。这就需要深厚扎实的数学基础,敏锐的洞察力和想象力,对实际问题的浓厚兴趣和广博的知识面。数学建模是联系数学与实际问题的桥梁,是数学在各个领域广泛应用的媒介,是数学科学技术转化的主要途径,数学建模在科学技术发展中的重要作用越来越受到数学界和工程界的重视,它已成为现代科技工作者必备的重要能力之一。

为了适应科学技术发展的需要和培养高质量、高层次科技人才,数学建模已经在大学教育中普遍开展,国内外越来越多的大学正在进行数学建模课程的教学和参加开放性的数学建模竞赛,将数学建模教学和竞赛作为高等院校的教学改革和培养高层次科技人才的一个重要内容。现在许多院校正在将数学建模与教学改革相结合,努力探索更有效的数学建模教学法和培养面向 21 世纪人才的新思路。与我国高校的其他数学类课程相比,数学建模具有难度大、涉及面广、形式灵活、对教师和学生要求高等特点,数学建模的教学本身是一个不断探索、不断创新、不断完善和提高的过程。为了改变过去以教师为中心、以课堂讲授、知识传授为传统的教学模式,数学建模课程指导思想是以实验室为基础、学生为中心、问题为主线;以培养能力为目标来组织教学工作。通过教学使学生了解利用数学理论和方法分析和解决问题的全过程,提高他们分析问题和解决问题的能力。