

复杂机械系统工程问题 智能优化方法

霍军周 编著



北京理工大学出版社

复杂机械系统工程问题 智能优化方法

霍军周 编著

 **北京理工大学出版社**
BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

内容简介

本书主要介绍面向机械系统设计若干工程问题的方案评价、结构布局优化、结构拓扑优化等的相关理论与技术体系。全书共分9章,包括绪论,基于模糊偏好结构的交互式多目标优化方法研究,基于模糊偏好区间的多目标满意优化模型与方法,带启发式协调机制的协同进化方法,柔性机构的拓扑优化方法,航天器舱布局方案设计,热致动器的拓扑优化方法,基于拓扑优化的微夹钳设计与实验,二维微执行器的拓扑优化设计及制造。

本书结合机械工程实际,内容丰富,系统反映了作者多年来在这一领域的研究成果,是一部有特色的专著。本书既可作为机械工程领域从事结构设计分析的科研人员、工程技术人员的参考书,又可作为高等学校教师与高年级本科生、研究生的教学用书。

本书获得大连市学术专著资助出版评审委员会(或重点)资助出版。

版权专有 侵权必究

图书在版编目(CIP)数据

复杂机械系统工程问题智能优化方法 / 霍军周编著. —北京:北京理工大学出版社, 2016.5

ISBN 978-7-5682-2003-3

I. ①复… II. ①霍… III. ①机械系统-系统设计-最优设计 IV. ①TH122

中国版本图书馆CIP数据核字(2016)第053057号

出版发行 / 北京理工大学出版社有限责任公司

社 址 / 北京市海淀区中关村南大街5号

邮 编 / 100081

电 话 / (010) 68914775 (总编室)

(010) 82562903 (教材售后服务热线)

(010) 68948351 (其他图书服务热线)

网 址 / <http://www.bitpress.com.cn>

经 销 / 全国各地新华书店

印 刷 / 北京金品印艺图文设计有限公司

开 本 / 710毫米×1000毫米 1/16

印 张 / 15

字 数 / 285千字

版 次 / 2016年5月第1版 2016年5月第1次印刷

定 价 / 68.00元

责任编辑 / 周艳红

文案编辑 / 赵 轩

责任校对 / 周瑞红

责任印制 / 李志强

图书出现印装质量问题,请拨打售后服务热线,本社负责调换

前 言

机械产品设计的目的是生成最优的设计方案。最优方案的生成在整个产品开发过程中占有十分重要的地位，其质量是决定产品最终质量、市场竞争力，以及企业获利最为关键的因素。复杂机械产品设计过程通常表现为一种在信息明确条件下高度智能化、非线性的、异构的设计过程。而不同类型机械产品面临的工程难题不同，如何针对典型工程问题构建一类机械产品合理设计的过程及框架已成为复杂机械系统开发中的关键问题。

本书围绕这一关键问题，在综合分析复杂机械系统工程实用性优化设计研究现状的基础上，针对决策信息不明确性、复杂机械结构空间布局和连续体及柔性机构结构拓扑等3类机械产品设计典型工程问题的问题建模、求解策略及优化设计方法进行了广泛而深入的研究。

本书获得大连市学术专著资助出版评审委员会（或重点）资助出版，本书是一部讲述机械产品设计若干工程问题求解理论与方法的专著，主要论述编著者在国家自然科学基金等的资助下在该领域所取得的一些重要成果。本书的内容包括3部分。

第1部分（第1章）讨论复杂机械系统工程问题优化设计理论与方法产生的背景，概述复杂机械系统工程问题方案评价、结构布局优化、结构拓扑优化方法与理论的研究现状和关键技术。

第2部分（第2~5章）讨论决策信息不明确的机械系统方案评价及优化理论与方法。阐述机械系统方案评价及优化的基本理论，在此基础上利用模糊数学、物理规划和满意度原理构造针对不同类型工程问题的不明确性决策偏好信息表达方法，建立基于物理规划的机械系统方案评价问题决策模型，基于模糊偏好结构的交互式多目标优化方法和基于模糊偏好区间的多目标满意优化模型与方法，并通过工程问题实例分别给予说明。

第3部分（第6~9章）讨论复杂机械系统结构布局问题建模与优化理论，以及优化方法。建立基于全局耦合性约束、启发式规则的两个空间布局问题协调机制，并进行子问题之间协同进化的一致性分析，建立带启发式协调机制的协同进化布局设计方法；探讨“人智”在线与先验知识相结合生成人工方案及方法，

建立人机结合的协同进化的布局设计方法；通过航天器舱布局方案设计的布局方案设计的工程实例给予说明。

这本专著只是对机械产品设计及优化方法的初步探索，由于编著者水平有限，书中论述难免存在谬误和不当之处，在此敬请读者惠予指正。

本书获得大连市学术专著资助出版评审委员会（或重点）资助出版。

编著者

目 录

第 1 章 绪 论	1
1.1 机械产品多目标模糊优化研究进展综述	1
1.1.1 偏好信息的不确定性和不明确性	1
1.1.2 多目标优化方法的研究现状	5
1.1.3 多目标模糊优化方法的研究现状	10
1.2 机械系统布局优化研究进展综述	11
1.2.1 布局问题概述	11
1.2.2 布局问题的建模和求解方法概述	13
1.3 协同进化算法和启发式算法研究现状	15
1.3.1 协同进化算法	15
1.3.2 启发式算法	19
1.4 机械系统结构拓扑优化研究进展综述	20
1.4.1 连续体结构拓扑优化研究现状	20
1.4.2 柔性机构设计研究现状	28
第 2 章 基于模糊偏好结构的交互式多目标优化方法研究	33
2.1 基于模糊偏好结构的交互式多目标优化方法研究概述	33
2.2 基于模糊偏好结构的交互式优化策略	34
2.3 基于 FPPP 模型的 Pareto 解集削减方法	36
2.4 基于 FWPP 模型的 Pareto 解集削减方法	38
2.4.1 模糊加权物理规划 (FWPP) 模型	38
2.4.2 基于模糊相对重要程度关系的模糊赋权法	42
2.4.3 Pareto 解集削减过程	46
2.5 基于模糊物理规划的方案评价与决策	50
2.5.1 有局部偏好时的候选解集综合评价方法	51
2.5.2 基于折衷规划的候选解集参考评价模型及方法	52
2.5.3 基于模糊物理规划模型的交互式优化设计方法的过程	53
2.6 工程实例	54

2.6.1	Pareto 解集削减法的简单数值例题验证	54
2.6.2	交互式多目标优化方法在稳健设计中的应用	57
第3章	基于模糊偏好区间的多目标满意优化模型与方法	62
3.1	基于模糊偏好区间的多目标满意优化模型与方法概述	62
3.2	基于偏好区间的多目标满意优化模型	63
3.2.1	常见的满意度函数的建立方法	63
3.2.2	利用偏好区间构造满意度函数的具体方法	66
3.2.3	满意度函数与物理规划偏好函数的关系	68
3.3	基于模糊满意度的多目标满意决策方法	69
3.4	基于模糊满意度的交互式协同优化方法	71
3.4.1	满意度函数的改进	71
3.4.2	基于模糊满意度函数的多目标协同优化模型	73
3.4.3	交互式协同优化分析过程	74
3.5	工程实例	76
3.5.1	两杆桁架结构的优化设计问题	76
3.5.2	工字梁结构的优化设计问题	78
第4章	带启发式协调机制的协同进化方法	80
4.1	协同进化算法简介	80
4.2	合作式协同进化框架	80
4.2.1	问题分解方式	80
4.2.2	子种群间的协作机制	81
4.2.3	子种群中合作个体的选择方法和合作时机	81
4.2.4	个体适应度的计算方法	82
4.3	启发式协调机制	82
4.3.1	基于全局耦合性约束的启发式协调机制	84
4.3.2	基于启发式规则的启发式协调机制	87
4.4	带启发式协调机制的协同进化方法	98
4.4.1	三维设备布局问题的分解规则	98
4.4.2	子问题的详细布局方案设计	100
4.4.3	原问题布局方案设计	101
4.4.4	计算复杂度分析	101
4.4.5	带启发式协调机制的协同进化方法	104
4.5	布局考题算例	104
4.5.1	考题算例及数学模型	105

4.5.2	实验设置	110
4.5.3	实验结果与讨论	111
第5章	柔性机构的拓扑优化方法	126
5.1	柔性机构拓扑优化数学模型	126
5.1.1	互能模型	126
5.1.2	增益模型	129
5.2	移动渐进优化算法	132
5.2.1	近似方法	132
5.2.2	移动渐进系列算法	133
5.3	数值算例	136
5.3.1	反向器	136
5.3.2	夹持器	137
第6章	航天器舱布局方案设计	139
6.1	航天器舱布局问题研究现状	139
6.2	国际商业通信卫星 (INTELSAT-III) 布局设计	141
6.2.1	问题求解模型	142
6.2.2	问题求解策略分析	146
6.2.3	设计实例	146
第7章	热致动器的拓扑优化方法	161
7.1	微驱动技术概述	161
7.2	热场作用下的热致动器的拓扑优化	162
7.2.1	弹性热应力问题的有限元方程	162
7.2.2	拓扑优化数学模型	164
7.2.3	敏度分析	164
7.2.4	数值算例	165
7.3	电场作用下的热致动器拓扑优化	166
7.3.1	耦合场分析方法	166
7.3.2	电场和热场问题的有限元方程	167
7.3.3	拓扑优化数学模型	168
7.3.4	敏度分析	169
7.3.5	数值算例	170
第8章	基于拓扑优化的微夹钳设计与实验	172
8.1	微夹持技术	172
8.2	微夹钳的拓扑优化设计	172

8.3	微夹钳有限元分析	175
8.4	微夹钳实验研究	176
8.4.1	微夹钳位移实验测试	176
8.4.2	微夹钳实验结果与计算结果的对比	178
第9章	二维微执行器的拓扑优化设计及制造	180
9.1	微平台的相关研究	180
9.2	二维微执行器拓扑优化	182
9.3	二维微执行器的制作工艺研究	186
9.3.1	制备微电铸种子层	186
9.3.2	光刻工艺	187
9.3.3	光刻工艺问题讨论	188
9.3.4	电铸镍	190
9.3.5	去除种子层和 SU-8 光刻胶	191
9.4	二维微执行器的测试	191
	参考文献	194

第1章 绪论

1.1 机械产品多目标模糊优化研究进展综述

1.1.1 偏好信息的不确定性和不明确性

随着人类改造自然和认识自然的不断深入，设计决策的难度也不断加大。在工程优化实践中，经常会碰到许多的不确定性现象。由于实际工程系统内部结构和机理的复杂性、设计目标的多样性、设计目标之间矛盾性等，以及由于人对客观事物认识上的局限性，不能够完全掌握事物运动发展的规律，因而在人的主观和客观两方面都存在许多不确定性。工程系统设计中不确定信息的主要来源有如下几种。

①试验分析带来的不确定性，如试验条件与实际系统所处的自然条件不完全一致而产生的不确定性，试验手段受客观条件的限制而造成测试结果的不完全正确所产生的不确定性等。

②统计分析带来的不确定性，如用有限的试验样本代替无限样本所产生的不确定性等。

③简化假设带来的不确定性，如力学分析、结构分析等中的简化假设而产生的不确定性等。

④人为错误带来的不确定性，如采用不正确的计算模型，分析计量中的错误，设计中的差错，制造中的疏忽等所带来的不确定性。

⑤未知因素带来的不确定性，如一些对系统的有影响但还未被人们认识的因素所产生的不确定性。

1. 模糊集合的基本定义和运算法则

工程设计中造成信息不确定性的原因虽然很多，但从存在的范畴角度来定义，其均具有的属性为：不确定性因素是否是所研究事物表现出来的客观存在；设计者根据已有的知识水平和决策能力是否有能力对该不确定性因素给出明确的主观评价。信息本身的确定或不确定属性无所谓好坏，关键在于怎样去认识和把握确定和不确定属性反映出来的事物变化发展过程中必然与偶然、清晰与模糊、

精确与近似之间的规律性。

Dubois (1985) 从知识结构的角对对上述不确定信息进行分类, 如图 1.1 所示。即“我们所掌握的关于某种情况的知识通常是不完美的, 或者对知识的正确性存在疑惑 (知识是不确定的), 或者我们难以清楚地表达 (知识是不明确的), 这两种知识上的不完美经常是密不可分的。”根据该观点, 知识的不完美包含人对环境不完整性的理解所造成的不确定性, 以及人的思维和行为中以非随机性的认知现象为特征的不明确性。不确定性信息建模的主要数学工具是概率论和可能性理论; 而不明确性信息建模的主要数学工具是模糊子集理论。



图 1.1 不确定性和不明确性的区别

实际工程系统设计中, 信息不确定性主要表现为随机性。随机性是由于因果关系的不明确而形成的试验结果的不确定性, 亦即由于条件不充分, 使得在条件与事件之间不能出现决定性的因果关系, 导致在事件的出现与否上表现出的不确定性, 因而它是因果律的一种破缺。由于现实世界及工程系统的复杂性, 不可能对所有的因果关系都认识到并能够加以控制。因而, 对于未来发生的事物无法严格控制其发生的条件, 一些偶然因素使事物发展的结果不可能准确地预先知道, 这种由于条件的不确定性和因果关系不明确而形成的后果的不确定性称为随机性。随机性是当任何一个具有随机性的事物, 一旦结束或试验完成, 必然得到确定性的结果, 而不再具有任何不确定性。因此, 随机性是一种外在因果的不确定性, 随机性只针对未来将要发生的事物, 现在的和已发生的事物都不具有随机性。从信息论观点出发, 随机性指涉及信息的量。

自从 Pascal 和 Fermat 首先应用概率论来处理的不确定性信息以来, 主观概率、数理统计和随机过程等的理论和方法所构成的泛概率论被逐渐开展, 用以描述和处理各种逻辑演绎、统计归纳和不确定程度等情况, 从随机性中去把握广义的因果规律。可能性理论是 L. A. Zadeh 于 1978 年提出的, 他从模糊集合的隶属函数中定义了可能性测度, 以衡量事件可能发生的程度的主观判断和客观衡量。根据其功能, 可以看出可能性理论实际上是概率论在某些情况下的替代方法。

Chen (1992) 将不明确信息分为 4 类: 不可量化的信息 (个人的主观判断); 不完整的信息; 涉及较高成本的信息 (获取成本、处理成本、转化成本等); 部分被忽略的信息。实际工程系统设计中, 信息不确定性主要表现为模糊

性。模糊性是由于概念本身没有明确的外延，一个对象是否属于某一概念难以判定，从而不可能给某事物以明确的定义和评定标准。随着科学技术的深入发展，工程系统越来越大而且越来越复杂，需要人们研究的变量越来越多且变量间的关系也越来越复杂，对系统的描述和处理的精确性要求却越来越高。然而，通常复杂性和精确性将相互排斥。当系统复杂性增加时，我们对信息精确化能力将减弱，复杂性意味着因素众多，以致人们只能把研究对象适当简化或抽象成模型，忽略掉次要部分，这就使得本来是明确的概念变得不明确起来；同时，复杂性还意味着深度的延长。对系统处理过程中的误差积累，也可能使不明确性变得不可忽略。

2. 优化设计中的不明确偏好信息

从优化建模与分析过程来看，不明确信息表现为：

(1) 设计要求的不确定性：如系统响应允许范围、失效准则，以及设计方案的好坏标准等，都会受到人的主观因素的影响，从而影响优化模型的建立和最终的优化设计结果。其对应的不明确信息分类为不可量化的信息。

(2) 输入参数的不明确性：即进行分析所必要的输入参数（包括设计变量和设计参数）的变差，如结构尺寸的加工和测量误差、结构材料特性的制造误差，以及结构所受荷载的波动等。其对应的不明确信息分类为不完整的信息。

(3) 分析模型的不明确性：是指算法或仿真软件本身所产生的不确定性。主要有三方面的因素，其一为仿真软件在开发过程中所依据的科学理论带来的误差，大多数科学理论只是对工程实际的近似反映，如结构分析中普遍采用的梁的平面假设，以及板壳的各种近似模型等，其分析结果与试验结果相比，总有一定误差，基于这些近似理论所开发的软件，其仿真结果无疑也是近似的；其二为在使用这些软件时，所做的一些必要假设和近似所带来的误差，如用有限元进行结构分析时，所划分网格的疏密、边界条件的处理等带来的种种误差；其三为计算过程中的算法误差，如数值圆整误差、算法收敛准则等带来的计算误差。其对应的不明确信息分类为涉及较高成本的信息、部分被忽略的信息。

任何工程产品的设计都会面临上述不明确信息，必须在设计过程中对这些信息加以妥善处理。直接的解决办法是尽量减少或消除这些不确定因素，如提高产品的加工精度和测量精度、采用更准确的分析理论等，但这样不但会增加产品的设计成本和制造费用，而且显然也不可能完全予以消除。所以，合理的解决办法是在设计阶段对这些因素予以充分考虑和定量处理，从而提高产品抵抗各种不确定因素影响的能力（“容差”能力），即研究“决策信息不明确的多目标优化设计”理论，其研究的理论基础为模糊子集理论。

3. 模糊子集理论在决策信息不明确的优化设计问题中的应用

模糊子集理论适合处理的问题主要是具有较强主观性且难以进行概率分析的

不明确性。不明确信息可通过模糊区间加以表达，以实数集为参照，集合的模糊子集，构成了数量与不明确性间的沟通方式；模糊数据的集成是模糊效用理论的延伸；模糊决策方法为消解信息的不明确性提供了有效途径。

从数学规划方法角度来看，模糊多目标决策是多目标决策的模糊版延伸。理论上，模糊多目标决策分析一般分为两步：一是在多目标决策基本步骤基础上集成备选方案的模糊结果；二是依据结果对备选方案进行模糊排序。其中第一步是多属性价值理论的模糊化版本，第二步是模糊处理的直接结果，也就是对模糊结果的比较或解模糊。这种两步分类法实际上忽略了对模糊表达形式选择的深入分析，而正是对模糊表达方式的选择问题连接了不明确性知识和数学规划模型，作为工程实际与理论模型间的连接点，模糊表达方式的选择构成了过程的重要步骤。所以，可以认为尽管模糊多目标决策分析的应用呈多样性，其在决策信息不明确的优化设计问题时，基本应用方法可以归纳为 3 个步骤：

(1) 定义在考虑和观察对象的不明确性、精确度灵活横流的难度抑或不可能性。在多目标决策的框架中，对不明确性的处理往往通过模糊区间和几何形状的渠道。当涉及对专家知识的表达时，这一步实质上是针对不明确性从认知角度确定模糊算法应用可能性的关键步骤。在概率论的范畴中经常使用的方法是主观概率；模糊区间在这方面的优势主要是不强求历史数据和案例，强调与主观判断之间的关系。这样的逻辑可以将专家通过仅有的相似度不高的案例建立起来的对新事物的判断进行量化处理；在历史数据和客观信息缺乏的情况下，以相对友好的界面进行定量处理。常用的模糊区间的几何形式有三角形和梯形等。

(2) 在选择模糊表达方式的基础上对模糊区间进行运算。由于在多目标决策模型中，在计算的规范性上与模糊区间的公式运算相比较弱，所以算子的选择相对自由，基本原则是由 Zadeh 提出并由 Dubois 和 Prade 进一步发展的延展原则。

(3) 对集成的模糊结果进行比较或解模糊。而在解集连续情况下，通常为数学规划方法。

显然，不确定性和不明确性都是工程系统设计中存在的客观实际问题。只有正确地、科学地处理，才能合理地描述工程系统及其设计过程，反映其实际规律，大大提高工程系统设计的有效性和实用性。设计过程中决策者所提供的偏好信息既包含决策者主观偏好、喜恶等自身的主观意识，也包含一定客观的衡量标准（如公理、准则、理论、实践经验等）。因此，复杂工程系统中，偏好信息可能具有不明确性和不确定性。本书主要采用模糊子集理论来研究多目标优化设计中的不明确偏好信息建模和决策问题。

如前所述，决策信息不明确下的工程分析和设计是十分活跃的研究领域，已

有的理论与方法众多，此处不可能一一述及。本章仅介绍一些较成熟的、有代表性的理论，重点介绍各自的主要特点，而对其方法的细节不加详述。

1.1.2 多目标优化方法的研究现状

多目标优化也叫多指标优化或向量优化，可一般性地定义为在一组约束条件下，极大化（或极小化）多个不同的目标函数，其向量化的定义为：寻找一个由设计变量组成的向量，使它能够满足约束条件和由目标函数组成的向量函数。多目标优化的意义在于找到一个或多个解，使设计者能接受所有的目标值。

1896年，法国经济学家 V. Pareto 从经济学的角度率先提出了多目标决策优化问题，将许多本质上不可比较的多目标转化为单目标进行求解，首先提出了向量化的概念，即现在使用到 Pareto 最优概念，以后很长一段时期内对多目标优化决策没有取得有价值的研究成果。1944年，美籍匈牙利数学家、计算机之父、对策论的鼻祖 Von Neumann 等人从博弈论的角度提出具有多个决策者、又彼此互相矛盾的多目标决策问题，标志着近代意义上的多目标决策的诞生。1951年，美国经济学家 T. C. Koopmans 针对有限资源的合理分配活动和生产，提出了多目标最优化问题，并正式使用 Pareto 最优概念，首次使用有效向量概念，亦即现代多目标决策中的非劣解概念。同年，H. W. Kuhn 和 A. W. Tucker 从数学规划的角度提出向量极大化问题和有效解存在的充分必要条件，建立多目标优化决策非劣解的理论基础，奠定了非线性优化技术理论的基础。1961年，Charnes¹ 和 Cooper 提出了基于目标值和实际优化值之差的绝对值之和最小的目标规划方法。1963年，L. A. Zadeh 从控制论的角度提出了多目标问题。由于多目标问题最早从经济学角度而引发的，因而评价多目标优化时，常常引入均衡论、社会福利理论、对策论等概念并加以相应解释。20世纪70年代以后，多目标决策优化取得了较大发展。

常规多目标优化问题的一般形式为

$$\begin{aligned} & \text{find } \mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T, \mathbf{x} \in \mathbf{R}^n \\ & \min \mathbf{F}(\mathbf{x}) = [f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x}), \dots, f_p(\mathbf{x})]^T \quad (1.1) \\ & \text{s. t. } g_i(\mathbf{x}) \leq 0 \quad i=1, 2, \dots, q \\ & \quad \quad h_i(\mathbf{x}) = 0 \quad i=1, 2, \dots, e \end{aligned}$$

式中 $\mathbf{F}(\mathbf{x})$ ——优化模型的目标函数向量；

$f_j(\mathbf{x})$ ——期望极小化的第 j 个目标函数， $j=1, 2, \dots, p$ ；

$g_i(\mathbf{x})$ ——第 i 个不等式约束函数， $i=1, 2, \dots, m$ 。

多目标优化问题与单目标优化问题的一个本质区别是：优化的目标是一个向量函数。因此，在向量自然序的意义下，可以给出式 (1.1) 几类解的概念。

定义 1.1 设 $\mathbf{x}^* \in \mathbf{R}^n$ ，若对任意的 $\mathbf{x} \in \mathbf{R}^n$ 及 $j=1, 2, \dots, p$ ，都有定

义 $f_i(x^*) \leq f_i(x)$ 成立, 则称 x^* 为多目标优化问题的绝对最优解。而 $F(x^*) = [f_1(x^*), f_2(x^*), \dots, f_p(x^*)]^T$ 称为绝对最优值。

定义 1.2 设 $x^* \in \mathbf{R}^n$, 若不存在 $x \in \mathbf{R}^n$, 满足 $F(x) \leq F(x^*)$ 成立, 则称 x^* 为多目标优化问题的有效解 (或者称为 Pareto 解, Pareto 有效解, Pareto 最优解), 亦称为非劣解。

定义 1.3 设 $x^* \in \mathbf{R}^n$, 若不存在 $x \in \mathbf{R}^n$, 满足 $F(x) < F(x^*)$ 成立, 则称 x^* 为多目标优化问题的弱有效解 (或者称为弱 Pareto 解, Pareto 弱有效解), 亦称为弱非劣解。

与单目标优化问题最优解不同的是, Pareto 最优解虽然是多目标优化问题中合理的、可行的解, 但其数量通常是众多的。然而在实际应用中, 一般是希望最终得到唯一解。因此, 为了从多目标函数的 Pareto 解集中选出特定的结果, 必须设定评价标准 (或决策规则), 用以表示决策者对于目标空间中解的偏爱程度, 这称之为偏好信息, 由此所确定的解为满意解。如果缺少了偏好信息, 面对众多的 Pareto 最优解, 分析者就会感到无从下手, 决策者也不能得到满意的结果, 因此以输入形式给出的偏好信息起到了约束的作用, 缩小了可行域的范围。作为多目标优化问题中至关重要的一个环节, 决策者给出的偏好信息起着决定性的作用, 是选择评价形式的依据, 不同的评价标准可能给出不同的 Pareto 最优解。因此, 根据 Huang 等于 1979 年提出的划分原则, 可以按照偏好信息的表达方式, 将多目标优化算法大致分为以下 3 类:

(1) 事前索取偏好信息。在优化之前, 决策者事先一次性提供全部的偏好信息。属于这一类的求解多目标优化问题的方法有总体准则法、效用函数法、有界目标法、字典序法、目标规划法、目标达到法等;

(2) 逐步索取偏好信息。在优化过程中, 由分析人员通过对话的方式向决策者逐步获取偏好信息。属于这一类的方法有逐步进行法、多目标问题的序贯解法、Geoffrion 法、代理权衡法、移动理想点法、满意目标法等;

(3) 事后索取偏好信息。在优化之后, 由分析人员求得全部或大部分非劣解后, 再请决策者在非劣解集中选择。属于这一类的方法有参数法、多目标线性规划法、自适应搜索法等。

下面根据 Huang 的分类方法简要地介绍事前索取偏好信息的多目标优化方法。

1. 事前索取偏好信息的多目标优化方法

(1) 约束法。根据设计者的偏好, 选择一个参考目标, 如 f_{k_0} , 而要求其他 $(m-1)$ 个目标函数满足一定的约束要求即可。具体地, 有

$$\begin{aligned} & \min f_{k_0}(x) \\ & \text{s. t. } f_k(x) \leq \varepsilon_k \quad (k=1, 2, \dots, m, k \neq k_0) \\ & \quad x \in X \end{aligned} \tag{1.2}$$

式中, 参数 ε_k 为设计者事先给定。约束法也称 ε 约束法。约束法求得的最优解只能保证是原多目标优化问题的 Pareto 弱有效解。对于任一个 Pareto 解 \bar{x} , 都存在一组参数 ε_k ($k=1, 2, \dots, m, k \neq k_0$), 使得 \bar{x} 为相应的参数设置下用约束法求得的最优解。约束法重点保证第 k_0 个目标的效益, 同时又适当照顾其他目标, 这在许多实际设计问题的求解中颇受设计者的偏爱。

(2) 分层序列法。根据各目标的重要程度不同, 将 m 各目标函数排序。假定 f_1 最重要, f_2 次之, 依此类推, f_m 最不重要。逐次求解下列 m 个单目标优化问题 (P_k) 的最优解 x^k , 其中

$$\begin{aligned} & \min f_1(x) \\ & \text{s. t. } x \in X \\ & \min f_k(x) \\ & \text{s. t. } f_i(x) = f_i(x^i) \quad (i=1, 2, \dots, k-1) \quad (k=2, \dots, m) \\ & \quad \quad \quad x \in X \end{aligned} \tag{1.3}$$

用分层序列法求得的解是原多目标优化问题的一个 Pareto 有效解。分层序列法还融合了设计者进一步的偏好信息。但它也存在不足之处, 一是求解一个 Pareto 解需要求解 m 个优化问题, 另一方面在不少场合设计者拒绝将 m 个目标进行排序。

(3) 评价函数法。对于一个多目标规划问题, 如果能根据设计者提供的偏好信息构造出一个实函数, 使得求解设计者最满意的解等价于求解以该实函数为新的目标函数的最优解, 则称该多目标问题是可标量化的, 多目标效用理论就是研究这样的实函数存在的条件和如何构造问题的。多目标效用理论的基础是: 假定设计者的偏好可以用一个称为效用函数的实函数来表示。一旦效用函数能够被构造出来, 则方案的最后选取即按效用函数值来决定: 在确定的场合下, 选取效用函数值最大的方案; 在不确定场合下, 选取期望效用函数值最大的方案。虽然效用理论为多目标优化分析提供了一种工具, 但在许多场合下, 设计者所提供的偏好信息不足以确定这样的效用函数, 估计或构造一个实际问题的效用函数是相当困难甚至是不可能的。

为了帮助设计者选择满意的解又克服多目标效用理论存在的困难, 于是出现了评价函数的概念。评价函数是用来整体或局部逼近设计者心中常常是朦胧而难以构造出来的多属性效用函数, 以评价方案的好坏。它的基本思想是: 针对多目标优化问题, 构造一个评价函数 $h[f(x)]$, 然后求解问题

$$\begin{aligned} & \min h[f(x)] \\ & \text{s. t. } x \in X \end{aligned} \tag{1.4}$$

用该问题的最优解作为多目标优化问题的最优解。常用的评价函数法有加权系数

法（线性加权法）、理想点法、平方和加权法、乘除法（费效比法）等，其中加权系数法和理想点法是最重要也是当前应用最广的两种多目标优化方法。

1) 加权系数法。对多目标优化问题的 m 个目标按其重要程度给以适当的权重系数 $\lambda_i \geq 0$ ($i=1, 2, \dots, m$)，且 $\sum_{i=1}^m \lambda_i = 1$ 。然后求解下面的线性加权问题，即

$$\begin{aligned} \min \quad & \sum_{i=1}^m \lambda_i f_i(x) \\ \text{s. t.} \quad & x \in X \end{aligned} \quad (1.5)$$

用加权系数法求得的解是原多目标优化问题的一个 Pareto 有效解。加权系数法比较简单，其应用也非常广泛。但缺点是权重系数没有实际的物理意义，在实际应用中难以合理地确定；而且如果多目标优化问题的有效域是凹有效域，则利用加权系数法不能得到所有的 Pareto 有效解。

2) 理想点法。理想点法就是求距离某个给定的理想点 $\bar{f} = (\bar{f}_1, \dots, \bar{f}_m)^T$ 在某种范数意义下距离最短的可行解，即在 X 中寻找使 $f(x)$ 与 \bar{f} 偏差最小的点 x 。一般情况下， $\bar{f}_m = \min \{f_k(x) \mid x \in X\}$ ，其中 $k=1, \dots, m$ 。常用的描述偏差的函数有：

① p 模函数， $h[f(x)] = \left[\sum_{k=1}^m \lambda_k |f_k(x) - \bar{f}_k|^p \right]^{\frac{1}{p}}$ ，其中， $1 \leq p \leq \pm \infty$ ；

② 极大偏差函数， $h[f(x)] = \max_{1 \leq k \leq m} \{\lambda_k |f_k(x) - \bar{f}_k|\}$ ；

③ 几何平均函数， $h[f(x)] = \left[\prod_{k=1}^m |f_k(x) - \bar{f}_k| \right]^{\frac{1}{m}}$ 。

权重系数 $\lambda_i \geq 0$ (其中 $i=1, 2, \dots, m$) 由设计者设定。

以 p 模函数或几何平均函数作为目标函数的理想点法求得的最优解是 Pareto 有效解，以极大偏差函数作为目标函数的理想点法求得的最优解是 Pareto 弱有效解。应用理想点法，可以得到所有的 Pareto 有效解。

由于极大偏差函数是不可微的，直接求解它会有困难。通常改求与它等价的下述问题，即

$$\begin{aligned} \min \quad & t \\ \text{s. t.} \quad & \lambda_k [f_k(x) - \bar{f}_k] \leq t \quad (k=1, \dots, m) \\ & x \in X \end{aligned} \quad (1.6)$$

式 (1.6) 求解多目标优化的方法又称加权 Tchebycheff 法。

(4) 增广加权 Tchebycheff 法。理想点法中的加权 Tchebycheff 法后来又推广得到增广加权 Tchebycheff 法 (Augmented Weighted Tchebycheff Programs, AWTPs)，并以其良好的性能得到广泛的应用。AWTPs 的数学模型为