



又苦又甜的初三，让我陪你一起走过

RONGCHENG ZHONGKAO

蓉城中考

数学 ①

蓉城考试研究中心备考组 编

2017

中考命题专家指导

蓉城一线名师编写

您一定要知道的名校复习方案。以嘉祥、成外、四、七、九名师多年的复习经验为基础，深度解读成都中考考点；结合复习步骤，整合复习资料。使学生通过复习，熟记知识，深刻理解，灵活运用，提高复习效率。

第一册 教材知识梳理

第二册 难点专题突破及模拟测试卷



电子科技大学出版社

又苦又甜的初三，让我陪你一起走过

RONGCHENGZHONGKAO

蓉城中考

数学

(一) 教材知识梳理

蓉城考试研究中心备考组 编写



电子科技大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

蓉城中考. 数学. 1、2 / 蓉城考试研究中心备考组编. -- 成都: 电子科技大学出版社, 2016. 10

ISBN 978-7-5647-3981-2

I. ①蓉… II. ①蓉… III. ①中学数学课—初中—习题集—升学参考资料 IV. ①G634

中国版本图书馆CIP数据核字(2016)第245858号

蓉城中考 数学

蓉城考试研究中心 备考组 编

出版: 电子科技大学出版社(成都市一环路东一段159号电子信息产业大厦 邮编: 610051)
策划编辑: 曾艺 刘愚
责任编辑: 曾艺 兰凯
主页: www.uestcp.com.cn
电子邮箱: uestcp@uestcp.com.cn
发行: 新华书店经销
印刷: 四川金邦印务有限公司
成品尺寸: 210mm×297mm 印张 27 字数 600 千字
版次: 2016年10月第1版
印次: 2016年11月第1次印刷
书号: ISBN 978-7-5647-3981-2
定价: 58.00元

■ 版权所有 侵权必究 ■

- ◆ 本社发行部电话: 028-83202463; 本社邮购电话: 028-83201495。
- ◆ 本书如有缺页、破损、装订错误, 请寄回印刷厂调换。

导读图示

中考解读

罗列知识要点 明确学习目标

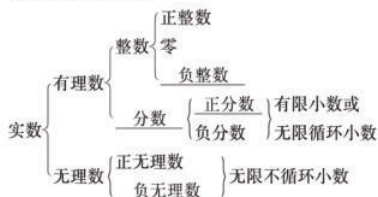
中考解读

知识要点	知识技能目标			过程性目标			
	了解	理解	掌握	运用	经历	体验	探索
有理数的意义		✓					
无理数和实数的概念	✓						
实数与数轴上的点一一对应	✓						
实数的简单四则运算			✓				

知识回顾

一、实数的分类

按实数的定义分类：



因为绝对值表示的是距离，所以一个数的绝对值是非负数。

三、科学记数法、近似数和有效数字

科学记数法：把一个较大或较小的数写成 $a \times 10^n$ 的形式叫做科学记数法。其中 a 的取值范围是 $1 \leq |a| < 10$ 。

四、数的开方

1. 若 $x^2 = a$ ($a \geq 0$)，则 x 叫做 a 的平方根，记做 $\pm\sqrt{a}$ ，其中正数 a 的正的平方根叫做 a 的算术平方根。

知识回顾

梳理知识脉络 形成知识结构

课堂精讲

剖析典型例题 直击重点难点

课堂精讲

考点① 实数的分类

例1 (2016·阜宁) 在下列实数中：0, $\sqrt{3}$, -3.1415 , $\sqrt{4}$, $\frac{22}{7}$, 0.343343334... 无理数有 (B)
A. 1个 B. 2个 C. 3个 D. 4个

变式练习

1. (2016·肥城) 在实数 π , 2, 0, 3, 14, $-\sqrt{2}$, $\tan 45^\circ$, 3.1415926, $\frac{1}{7}$, 1.010010001... (每两个1之间0的个数依次加1) 中，无理数的个数是 (B)
A. 2个 B. 3个 C. 4个 D. 5个

5. (2016·古冶区二模) 如果一个正数的平方根为 $2a+1$ 和 $3a-11$ ，则 $a =$ (C)
A. ± 1 B. 1 C. 2 D. 9
6. (2016·赵县模拟) 下列运算正确的是 (C)
A. $-\sqrt{6-13}^2 = 13$ B. $\sqrt{6-6}^2 = -6$
C. $-\sqrt{25} = -5$ D. $\sqrt{9} = \pm 3$

考点④ 比较大小

例5 (1)(2016·甘肃) 在 1, -2, 0, $\frac{5}{3}$ 这四个数中，最大的数是 (C)

课后精练

A组

1. (2016·桂林) 下列实数中小于0的数是 (B)
A. 2016 B. -2016 C. $\sqrt{2016}$ D. $\frac{1}{2016}$
2. (2016·怀化) $(-2)^2$ 的平方根是 (C)
A. 2 B. -2 C. ± 2 D. $\sqrt{2}$

3. (2016·自贡) 若 $\sqrt{a-1} + b^2 - 4b + 4 = 0$ ，则 ab 的值等于 (D)
A. -2 B. 0 C. 1 D. 2
4. (2016·河北模拟) 已知 $a = \sqrt{2}$, $b = \sqrt{3}$ ，则 $\sqrt{ab} =$ (D)
A. $2a$ B. ab C. a^2b D. ab^2
5. (2016·平南) 若 a, b 为实数，且 $|a+1| +$

课后精练

习题梯级计划 考点强化训练



编写说明

青春像一只铜铃，系在我们的手臂上，只有不停地奔跑，她才会发出悦耳的声音。

青春的你又一次站在了新的起跑线上，你是否已经感觉到了周围期待的目光？是否已经准备好努力前行？

来吧！与《蓉城中考》一起，为中考凝聚力量。在我们人生最美的青春旅途中，留下汗水，留下足迹，留下拼搏，留下希望……

温故知新

精心梳理教材内容，根据知识点的难易度和在中考中的考查频率设置例题精讲精析，让你夯实基础，突破核心考点。

难点突破

将成都中考难点进行深度解读，提炼方法技巧。精选全国各地的中考题进行例题讲解及针对性训练，让你突破难点专题。

有的放矢

将成都中考数学 A 卷的最后三题和 B 卷题进行点对点复习，通过点对点的中考真题回顾和考点透彻分析，让你把握成都中考规律，做到有的放矢。

熟能生巧

设置 A、B 卷轮动练习，题型模式为 A 卷的最后一题+B 卷题，让你熟能生巧，完胜 A 卷、攻克 B 卷。

融会贯通

集结了一线教师的备考智慧，在综合复习的基础上全面整合创新，设置全真模拟试卷进行冲刺训练，全面提升应考能力，决胜中考。



目 录

第一部分 核心考点突破

- 第一讲 实数..... (1)
- 第二讲 整式..... (6)
- 第三讲 因式分解..... (12)
- 第四讲 分式与分式方程..... (18)
- 第五讲 二次根式..... (24)
- 第六讲 一次方程(组)..... (28)
- 第七讲 一元二次方程..... (36)
- 第八讲 一元二次方程根的判别式和根与系数的关系..... (42)
- 第九讲 一元一次不等式(组)..... (46)
- 第十讲 平面直角坐标系及函数概念..... (52)
- 第十一讲 一次函数..... (58)
- 第十二讲 反比例函数..... (67)
- 第十三讲 二次函数的图象与性质..... (76)
- 第十四讲 二次函数的应用..... (83)
- 第十五讲 统计..... (90)
- 第十六讲 概 率..... (97)
- 第十七讲 相交线与平行线..... (102)
- 第十八讲 三角形及全等三角形..... (108)
- 第十九讲 等腰三角形和等边三角形..... (115)
- 第二十讲 解直角三角形..... (122)
- 第二十一讲 多边形与平行四边形..... (131)
- 第二十二讲 矩形、菱形、正方形..... (137)
- 第二十三讲 相似图形 1..... (145)
- 第二十四讲 相似图形 2..... (151)
- 第二十五讲 视图与投影..... (157)
- 第二十六讲 圆的相关概念与应用..... (161)
- 第二十七讲 与圆有关的位置关系..... (167)
- 第二十八讲 与圆有关的计算..... (174)

第一部分 核心考点突破

第一讲 实数

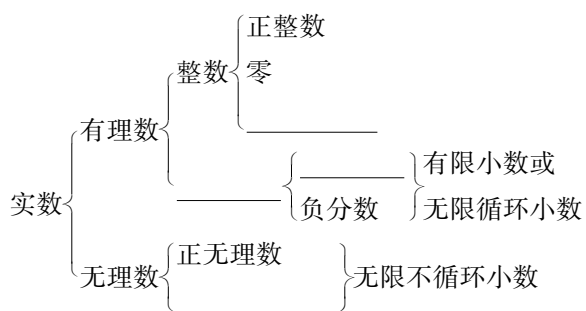
中考解读

知识要点	知识技能目标				过程性目标		
	了解	理解	掌握	运用	经历	体验	探索
有理数的意义		✓					
无理数和实数的概念	✓						
实数与数轴上的点一一对应	✓						
实数的简单四则运算			✓				

知识回顾

一、实数的分类

按实数的定义分类：



二、实数的基本概念和性质

- 数轴：规定了_____、_____、_____的直线叫做数轴。_____和数轴上的点是一一对应的。
- 相反数：只有_____不同的两个数叫做互为相反数， a 的相反数是_____， 0 的相反数是_____， a, b 互为相反数 \Leftrightarrow _____。
- 倒数：实数 $a(a \neq 0)$ 的倒数是_____，_____没有倒数， a, b 互为倒数 \Leftrightarrow _____。
- 绝对值：在数轴上表示一个数的点离_____的距离叫做这个数的绝对值。

$$|a| = \begin{cases} \text{_____} & (a > 0) \\ 0 & (a = 0) \\ \text{_____} & (a < 0) \end{cases}$$

因为绝对值表示的是距离，所以一个数的绝对值是_____数。

三、科学记数法、近似数和有效数字

科学记数法：把一个较大或较小的数写成_____的形式叫做科学记数法。其中 a 的取值范围是_____。

四、数的开方

- 若 $x^2 = a(a \geq 0)$ ，则 x 叫做 a 的_____，记做 $\pm\sqrt{a}$ ，其中正数 a 的_____平方根叫做 a 的算术平方根，记做_____，正数有_____个平方根，它们互为_____， 0 的平方根是_____，负数_____平方根。
- 若 $x^3 = a$ ，则 x 叫做 a 的_____，记做 $\sqrt[3]{a}$ ，正数有一个_____的立方根， 0 的立方根是_____，负数_____立方根。

五、实数的运算

- 包括加法、减法、乘法、除法、乘方、平方共六种，运算时先确定_____，再运算。
- 实数的运算顺序：先算乘方、开方，再算_____，最后算_____；如果有括号，先算_____里面的；同级运算按照_____的顺序依次计算。

六、零指数与负指数

$a^0 = \text{_____}$ ($a \neq 0$)； $a^{-p} = \text{_____}$ 或 $(\frac{1}{a})^p$ ($a \neq 0, p$ 为正整数)。

★ 课堂精讲 ★

★ 考点 1 实数的分类

- 例 1** (2016·阜宁) 在下列实数中: $0, \sqrt{2.5}, -3.1415, \sqrt{4}, \frac{22}{7}, 0.343343334\dots$ 无理数有 ()
- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

【答案】B

📖 变式练习

1. (2016·肥城) 在实数 $\pi, 2, 0, 3.14, -\sqrt{2}, \tan 45^\circ, 3.1415926, \frac{1}{7}, 1.010010001\dots$ (每两个 1 之间 0 的个数依次加 1) 中, 无理数的个数是 ()
- A. 2 个 B. 3 个 C. 4 个 D. 5 个

★ 考点 2 相反数、绝对值、倒数

例 2 (1)(2016·安徽) -2 的绝对值是 ()

- A. -2 B. 2 C. ± 2 D. $\frac{1}{2}$

(2)(2016·泸州) 6 的相反数为 ()

- A. -6 B. 6 C. $-\frac{1}{6}$ D. $\frac{1}{6}$

(3)(2016·上海) 如果 a 与 3 互为倒数, 那么 a 是 ()

- A. -3 B. 3 C. $-\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{3}$

【答案】(1)B (2)A (3)D

📖 变式练习

2. (2016·哈尔滨) -6 的绝对值是 ()
- A. -6 B. 6 C. $\frac{1}{6}$ D. $-\frac{1}{6}$
3. $\frac{5}{8}$ 的倒数是_____; -58 的相反数是_____.

★ 考点 3 乘方、开方

例 3 (2016·杭州) $\sqrt{9} =$ ()

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

【答案】B

例 4 (2016·会宁县一模) $\sqrt{16}$ 的算术平方根是 ()

- A. 4 B. ± 4 C. 2 D. ± 2

【答案】C

📖 变式练习

4. (2016·端州区一模) 16 的平方根是 ()
- A. ± 4 B. 4 C. -4 D. ± 8
5. (2016·古冶区二模) 如果一个正数的平方根为 $2a+1$ 和 $3a-11$, 则 $a =$ ()
- A. ± 1 B. 1 C. 2 D. 9
6. (2016·赵县模拟) 下列运算正确的是 ()
- A. $-\sqrt{(-13)^2} = 13$ B. $\sqrt{(-6)^2} = -6$
- C. $-\sqrt{25} = -5$ D. $\sqrt{9} = \pm 3$

★ 考点 4 比较大小

例 5 (1)(2016·甘肃) 在 $1, -2, 0, \frac{5}{3}$ 这四个数中, 最大的数是 ()

- A. -2 B. 0 C. $\frac{5}{3}$ D. 1

(2)(2015·成都) 比较大小: $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ _____ (填“ $>$ ”、“ $<$ ”或“ $=$ ”) $\frac{5}{8}$.

【答案】(1)C (2) $<$

📖 变式练习

7. (2016·广东) 下列四个数中, 最小的正数是 ()
- A. -1 B. 0 C. 1 D. 2

★ 考点 5 正数和负数

例 6 (2016·咸宁) 冰箱冷藏室的温度零上 5°C , 记作 $+5^\circ\text{C}$, 保鲜室的温度零下 7°C , 记作 ()

- A. 7°C B. -7°C
- C. 2°C D. -12°C

【答案】B

📖 变式练习

8. (2016·贵州) 如果盈利 20 元记作 $+20$ 元, 那么亏本 50 元记作 ()
- A. $+50$ 元 B. -50 元
- C. $+20$ 元 D. -20 元



考点 6 实数与数轴

例 7 (2016·北京) 实数 a, b 在数轴上的对应点的位置如图所示, 则正确的结论是 ()

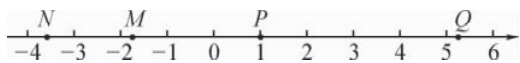


- A. $a > -2$ B. $a < -3$
C. $a > -b$ D. $a < -b$

【答案】D

变式练习

9. (2016·湖南) 已知点 M, N, P, Q 在数轴上的位置如图所示, 则其中对应的数的绝对值最大的点是 ()



- A. M B. N C. P D. Q

10. (2016·河北) 点 A, B 在数轴上的位置如图所示, 其对应的数分别是 a 和 b . 对于以下结论:



甲: $b - a < 0$; 乙: $a + b > 0$; 丙: $|a| < |b|$; 丁: $\frac{b}{a} > 0$.

其中正确的是 ()

- A. 甲乙 B. 丙丁 C. 甲丙 D. 乙丁

考点 7 科学记数法

例 8 (2015·成都) 今年 5 月, 在成都举行的世界机场城市大会上, 成都新机场规划蓝图首次亮相. 新机场建成后, 成都将成为继北京、上海之后, 国内第三个拥有双机场的城市, 按照远期规划, 新机场将新建的 4 个航站楼的总面积约为 126 万平方米, 用科学记数法表示 126 万为 ()

- A. 126×10^4 B. 1.26×10^5
C. 1.26×10^6 D. 1.26×10^7

【答案】C

变式练习

11. (2016·潍坊) 近日, 记者从潍坊市统计局获悉, 2016 年第一季度潍坊全市实现生产总值 1256.77 亿元, 将 1256.77 亿元用科学记数法可表示为 (精确到百亿位) ()

- A. 1.2×10^{11} B. 1.3×10^{11}
C. 1.26×10^{11} D. 0.13×10^{12}

12. (2016·宜宾) 科学家在实验中检测出某微生物约为 0.0000035 米, 将 0.0000035 用科学记数法表示

为 ()

- A. 3.5×10^{-6} B. 3.5×10^6
C. 3.5×10^{-5} D. 35×10^{-5}

考点 8 实数的运算

例 9 (1) (2016·成都) $(-2)^3 + \sqrt{16} - 2\sin 30^\circ + (2016 - \pi)^0$.

【解】原式 $= -8 + 4 - 2 \times \frac{1}{2} + 1$
 $= -4 - 1 + 1$
 $= -4$.

(2) (2016·北京) 计算: $(3 - \pi)^0 + 4\sin 45^\circ - \sqrt{8} + |1 - \sqrt{3}|$.

【解】原式 $= 1 + 2\sqrt{2} - 2\sqrt{2} + \sqrt{3} - 1$
 $= \sqrt{3}$.

变式练习

13. (2016·岱岳) 下列各式计算正确的是 ()

- A. $a^0 = 1$ B. $\sqrt{18} - \sqrt{32} = -\sqrt{2}$
C. $(-3)^{-2} = -\frac{1}{9}$ D. $\sqrt{(-2)^2} = -2$

14. (2016·罗平) 已知: $|a| = 3, \sqrt{b^2} = 5$, 且 $|a + b| = a + b$, 则 $a - b$ 的值为 ()

- A. 2 或 8 B. 2 或 -8
C. -2 或 8 D. -2 或 -8

15. (2016·攀枝花) 计算: $\sqrt{4} + 2016^0 - |\sqrt{3} - 2| + 1$.

16. (2016·荆州) 计算: $|-\sqrt{2}| + \sqrt{9} \times \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} -$

$$\sqrt{4} \times \sqrt{\frac{1}{2}} - (\pi - 1)^0.$$

考点 9 实数中的规律探索

例 10 (2016·重庆) 我们知道, 任意一个正整数 n 都可以进行这样的分解: $n = p \times q$ (p, q 是正整数, 且 $p \leq q$), 在 n 的所有这种分解中, 如果 p, q 两因数之差的绝对值最小, 我们就称 $p \times q$ 是 n 的最佳分解, 并规定: $F(n) = \frac{p}{q}$. 例如 12 可以分解成 $1 \times 12, 2 \times 6$ 或 3×4 , 因为 $12 - 1 > 6 - 2 > 4 - 3$, 所以 3×4 是 12 的最佳分解, 所以 $F(12) = \frac{3}{4}$.

(1) 如果一个正整数 a 是另外一个正整数 b 的平方, 我们称正整数 a 是完全平方数. 求证: 对任意一个完全平方数 m , 总有 $F(m) = 1$;

(2) 如果一个两位正整数 $t, t = 10x + y$ ($1 \leq x \leq y \leq 9, x, y$ 为自然数), 交换其个位上的数与十位上的数得到的新数减去原来的两位正整数所得的差为 18, 那么我们称这个数 t 为“吉祥数”, 求所有“吉祥数”中 $F(t)$ 的最大值.

【分析】(1) 根据题意可设 $m = n^2$, 由最佳分解定义可得 $F(m) = \frac{n}{n} = 1$; (2) 根据“吉祥数”定义知 $(10y + x) - (10x + y) = 18$, 即 $y = x + 2$, 结合 x 的范围可得两位数的“吉祥数”, 求出每个“吉祥数”的 $F(t)$, 比较后可得最大值.

【解】(1) 对任意一个完全平方数 m , 设 $m = n^2$ (n 为正整数),

$$\because |n - n| = 0,$$

$\therefore n \times n$ 是 m 的最佳分解.

$$\therefore \text{对任意一个完全平方数 } m, \text{ 总有 } F(m) = \frac{n}{n} = 1.$$

(2) 设交换 t 的个位上的数与十位上的数得到的新数为 t' , 则 $t' = 10y + x$.

$\therefore t$ 为“吉祥数”,

$$\therefore t' - t = (10y + x) - (10x + y) = 9(y - x) = 18.$$

$$\therefore y = x + 2.$$

$\therefore 1 \leq x \leq y \leq 9, x, y$ 为自然数,

\therefore “吉祥数”有: 13, 24, 35, 46, 57, 68, 79.

$$\therefore F(13) = \frac{1}{13}, F(24) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}, F(35) = \frac{5}{7},$$

$$F(46) = \frac{2}{23}, F(57) = \frac{3}{19}, F(68) = \frac{4}{17}, F(79) = \frac{1}{79}.$$

$$\therefore \frac{5}{7} > \frac{2}{3} > \frac{4}{17} > \frac{3}{19} > \frac{2}{23} > \frac{1}{13} > \frac{1}{79},$$

\therefore 所有“吉祥数”中, $F(t)$ 的最大值是 $\frac{5}{7}$.

变式练习

17. (2016 春·庐江) 在进行二次根式的运算时, 如遇到 $\frac{2}{\sqrt{3}+1}$ 这样的式子, 还需做进一步的化简:

$$\frac{2}{\sqrt{3}+1} = \frac{2(\sqrt{3}-1)}{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)} = \frac{2(\sqrt{3}-1)}{(\sqrt{3})^2-1^2} = \frac{2(\sqrt{3}-1)}{3-1} = \sqrt{3}-1.$$

还可以用以下方法化简:

$$\frac{2}{\sqrt{3}+1} = \frac{3-1}{\sqrt{3}+1} = \frac{(\sqrt{3})^2-1^2}{\sqrt{3}+1} = \frac{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)}{\sqrt{3}+1} = \sqrt{3}-1.$$

这种化去分母中根号的运算叫分母有理化.

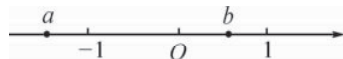
分别用上述两种方法化简: $\frac{2}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$.

课后精练

A 组

- (2016·桂林)下列实数中小于0的数是 ()
A. 2016 B. -2016 C. $\sqrt{2016}$ D. $\frac{1}{2016}$
- (2016·怀化) $(-2)^2$ 的平方根是 ()
A. 2 B. -2 C. ± 2 D. $\sqrt{2}$
- (2016·自贡)若 $\sqrt{a-1} + b^2 - 4b + 4 = 0$,则 ab 的值等于 ()
A. -2 B. 0 C. 1 D. 2
- (2016·河北模拟)已知 $a = \sqrt{2}, b = \sqrt{3}$,则 $\sqrt{18} =$ ()
A. $2a$ B. ab C. a^2b D. ab^2
- (2016·平南)若 a, b 为实数,且 $|a+1| + \sqrt{b-1} = 0$,则 $(ab)^{2016}$ 的值是 ()
A. 0 B. 1 C. -1 D. ± 1
- (2016·资阳) $\sqrt{27}$ 的运算结果应在哪两个连续整数之间 ()
A. 2和3 B. 3和4 C. 4和5 D. 5和6
- (2016·安徽)定义运算 $a \otimes b = a(b-1)$,下面给出了关于这种运算的四个结论:
① $2 \otimes (-1) = -4$;
② $a \otimes b = b \otimes a$;
③若 $a+b=1$,则 $a \otimes a = b \otimes b$;
④若 $b \otimes a = 0$,则 $a=0$ 或 $b=1$.
其中正确结论的序号是 ()
A. ②④ B. ②③ C. ①④ D. ①③
- (2016·眉山)下列等式一定成立的是 ()
A. $a^2 \times a^5 = a^{10}$ B. $\sqrt{a+b} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$
C. $(-a^3)^4 = a^{12}$ D. $\sqrt{a^2} = a$
- (2016春·自贡期末)下列计算正确的是 ()
A. $\sqrt{2} \times \sqrt{\frac{1}{2}} = 1$ B. $\sqrt{4} - \sqrt{3} = 1$
C. $\sqrt{6} \div \sqrt{3} = 2$ D. $\sqrt{8} = \pm\sqrt{2}$
- (2016·黄冈) $|\sqrt{6}-3| + |2-\sqrt{6}|$ 的值为 ()
A. 5 B. $5-2\sqrt{6}$
C. 1 D. $2\sqrt{6}-1$
- (2016·江西)实数36的平方根是_____.
- (2016·广州)代数式 $\sqrt{9-x}$ 有意义时,实数 x 的取值范围是_____.
- (2016·安徽) $2-\sqrt{3}$ 的相反数是_____.

- (2016·芜湖)我们用符号 $[x]$ 表示一个不大于实数 x 的最大整数,如: $[3.69] = 3, [-0.56] = -1$,则按这个规律 $[-\sqrt{5}-1] =$ _____.
- (2016·梅州)计算 $\sqrt{25} - (-1)^2 =$ _____.
- (2016·黄冈)计算: $|1-\sqrt{3}| - \sqrt{12} =$ _____.
- (2016·南京)比较大小: $\sqrt{5}-3$ _____ $\frac{\sqrt{5}-2}{2}$.
- (2016·常熟)实数 a, b 在数轴上的位置如图所示,则化简 $\sqrt{(-a)^2} + \sqrt{b^2} - \sqrt{(a+b)^2}$ 的结果为_____.



第18题图

B 组

- (2016·宜宾)规定: $\log_a b (a > 0, a \neq 1, b > 0)$ 表示 a, b 之间的一种运算.
现有如下的运算法则: $\log_a a^n = n, \log_a M = \frac{\log_n M}{\log_n a}$
($a > 0, a \neq 1, N > 0, N \neq 1, M > 0$).
例如: $\log_2 2^3 = 3, \log_2 5 = \frac{\log_{10} 5}{\log_{10} 2}$,则 $\log_{100} 1000 =$ _____.
- (2016·泉州)计算: $(\pi-3)^0 + |-2| - \sqrt{20} \div \sqrt{5} + (-1)^{-1}$.
- (2016·苏州)计算: $(\sqrt{5})^2 + |-3| - (\pi + \sqrt{3})^0$.
- (2016·茂名)计算: $(-1)^{2016} + \sqrt{8} - |-\sqrt{2}| - (\pi-3.14)^0$.
- (2016·连云港)计算: $(-1)^{2016} - (2-\sqrt{3})^0 + \sqrt{25}$.

第二讲

整式

知识要点	知识技能目标				过程性目标		
	了解	理解	掌握	运用	经历	体验	探索
代数式的相关概念		✓					
代数式求值			✓		✓		
整式的有关概念			✓				
乘法公式			✓				
探索规律		✓					✓

一、整式的有关概念

1. 整式: 单项式中的_____叫做单项式的系数, 所有字母的_____叫做单项式的次数. 组成多项式的每一个单项式叫做多项式的_____, 多项式的每一项都要带着前面的符号.

2. 同类项

- (1) 定义: 所含_____相同, 并且相同字母的指数也相同的项叫做同类项, 常数项都是同类项.
- (2) 合并同类项法则: 把同类项的_____相加, 所得的和作为合并后的项的系数, _____不变. 单独的一个数字或字母都是_____式. 判断同类项要抓住两个相同: 一是_____相同, 二是_____相同. 与系数的大小和字母的顺序无关.

二、整式的运算

1. 整式的加减

- (1) 去括号法则: $a + (b + c) = a + \underline{\hspace{2cm}}$, $a - (b + c) = a - \underline{\hspace{2cm}}$.
- (2) 添括号法则: $a + b + c = a + (b + c)$, $a - b - c = a - (b + c)$.
- (3) 整式加减的步骤是先_____, 再_____. 在整式的加减过程中有括号时一般要_____.

先去括号内的.

特别强调: 括号前是负号, 去括号时括号内每一项都要_____.

2. 整式的乘法

- (1) 单项式乘单项式: 把它们的系数、相同字母分别_____, 对于只在一个单项式里含有的字母, 则连同它的_____作为积的一个因式.
- (2) 单项式乘多项式: 用单项式去乘多项式的每一项, 再把所得的积_____, 即 $m(a + b + c) = \underline{\hspace{2cm}}$.
- (3) 多项式乘多项式: 先用第一个多项式的每一项去乘另一个多项式的每一项, 再把所得的积_____, 即 $(m + n)(a + b) = \underline{\hspace{2cm}}$.
- (4) 乘法公式: I. 平方差公式: $(a + b)(a - b) = \underline{\hspace{2cm}}$, II. 完全平方公式: $(a \pm b)^2 = \underline{\hspace{2cm}}$.

3. 整式的除法

- (1) 单项式除以单项式, 把_____, _____分别相除, 作为商的因式, 对于只在被除式里含有的字母, 则连同它的指数作为商的一个因式.
- (2) 多项式除以单项式, 先用这个多项式的每一项_____这个单项式, 再把所得的商_____. 即 $(am + bm) \div m = \underline{\hspace{2cm}}$.

三、幂的运算性质

1. 同底数幂的乘法: _____ 不变、_____ 相加,
即: $a^m a^n =$ _____ ($a > 0, m, n$ 为整数).
2. 幂的乘方: _____ 不变、_____ 相乘, 即:
(a^m) $^n =$ _____ ($a > 0, m, n$ 为整数).

3. 积的乘方: 等于积中每一个因式分别乘方, 再把所得的幂 _____.
即: $(ab)^n =$ _____ ($a > 0, b > 0, n$ 为整数).
4. 同底数幂的除法: _____ 不变、_____ 相减,
即: $a^m \div a^n =$ _____ ($a > 0, m, n$ 为整数).

★ 课堂精讲 ★

考点 1 整式的相关概念

例 1 (2016·古冶区三模) 若单项式 $2x^3y^{a+b}$ 与 $-x^{a-b}y^5$ 是同类项, 则 a, b 的值分别为 ()

- A. $a = -4, b = -1$ B. $a = -4, b = 1$
C. $a = 4, b = -1$ D. $a = 4, b = 1$

【分析】 结合同类项的定义: 所含字母相同, 并且相同字母的指数也相同, 分别求出 a, b 的值. \therefore 单项式

$2x^3y^{a+b}$ 与 $-x^{a-b}y^5$ 是同类项, $\therefore \begin{cases} 3 = a - b, \\ 5 = a + b. \end{cases}$ 解得

$$\begin{cases} a = 4, \\ b = 1. \end{cases} \text{ 故选 D.}$$

【答案】D

变式练习

- 若 $-2x^{m-n}y^2$ 与 $3x^4y^{2m+n}$ 是同类项, 则 $m-3n$ 的立方根是 _____.
- 如果单项式 $5mx^a y$ 与 $-5nx^{2a-3}y$ 是关于 x, y 的单项式, 且它们是同类项. 求:
 - $(7a-22)^{2016}$ 的值;
 - 若 $5mx^a y - 5nx^{2a-3}y = 0$, 且 $xy \neq 0$, 求 $(5m-5n)^{2017}$ 的值.

考点 2 代数式求值

例 2 (2016·淄博) 若 $x = 3 - \sqrt{2}$, 则代数式 $x^2 - 6x + 9$ 的值为 _____.

【分析】 $x^2 - 6x + 9 = (x-3)^2$, 当 $x = 3 - \sqrt{2}$ 时,

原式 $= (3 - \sqrt{2} - 3)^2 = 2$.

【答案】2

例 3 (2014·乌鲁木齐) 实数 x 满足 $x^2 - 2x - 1 = 0$, 求代数式 $(2x-1)^2 - x(x+4) + (x-2)(x+2)$ 的值.

【解】 $\because x^2 - 2x - 1 = 0$,

$\therefore x^2 - 2x = 1$.

\therefore 原式 $= 4x^2 - 4x + 1 - x^2 - 4x + x^2 - 4$
 $= 4x^2 - 8x - 3$
 $= 4(x^2 - 2x) - 3$
 $= 1$.

变式练习

- (2016·桂林模拟) 若 $(x-1)^2 = 2$, 则代数式 $2x^2 - 4x + 5$ 的值为 ()
A. 11 B. 6 C. 7 D. 8
- (2016·威海) 若 $x^2 - 3y - 5 = 0$, 则 $6y - 2x^2 - 6$ 的值为 ()
A. 4 B. -4 C. 16 D. -16
- (2014·威海) 已知 $x^2 - 2 = y$, 则 $x(x-3y) + y(3x-1) - 2$ 的值是 ()
A. -2 B. 0 C. 2 D. 4

考点 3 单项式与多项式

例 4 (2016·富顺县校级模拟) 在 $-3, \pi^2 - 1, -2x^{-2}, -\frac{1}{\pi}x^2y, -\frac{a-1}{2}, -\sqrt{x^4}$ 六个代数式中, 单项式的个数有 ()

- A. 2 个 B. 3 个 C. 4 个 D. 5 个

【分析】 根据单项式是数与字母的乘积, 单独一个数或一个字母也是单项式, 可得答案. $-3, -\frac{1}{\pi}x^2y, -\sqrt{x^4}$ 是单项式.

【答案】B



变式练习

6. 多项式 $2a^2b - a^2b - ab$ 的项数及次数分别是 ()
 A. 3, 3 B. 3, 2 C. 2, 3 D. 2, 2
7. (2016春·江阴市校级期中)若 A 是五次多项式, B 是三次多项式, 则 $A+B$ 一定是 ()
 A. 五次整式 B. 八次多项式
 C. 三次多项式 D. 次数不能确定

考点 4 幂的运算

- 例 5** (2016·株洲)下列等式错误的是 ()
 A. $(2mn)^2 = 4m^2n^2$
 B. $(-2mn)^2 = 4m^2n^2$
 C. $(2m^2n^2)^3 = 8m^6n^6$
 D. $(-2m^2n^2)^3 = -8m^5n^5$

【分析】根据幂的乘方和积的乘方分别求出每个式子的值,再判断即可. A. 结果是 $4m^2n^2$, 故本选项不符合题目要求; B. 结果是 $4m^2n^2$, 故本选项不符合题目要求; C. 结果是 $8m^6n^6$, 故本选项不符合题目要求; D. 结果是 $-8m^6n^6$, 故本选项符合题目要求; 故选 D.

【答案】D

变式练习

8. (2016·荆门)下列运算正确的是 ()
 A. $a + 2a = 2a^2$ B. $(-2ab^2)^2 = 4a^2b^4$
 C. $a^6 \div a^3 = a^2$ D. $(a-3)^2 = a^2 - 9$
9. (2016·白云区校级二模)若 $2 \cdot 4^m \cdot 8^m = 2^{16}$, 则 $m = \underline{\hspace{2cm}}$.
10. (2014·永州)在求 $1 + 6 + 6^2 + 6^3 + 6^4 + 6^5 + 6^6 + 6^7 + 6^8 + 6^9$ 的值时, 小林发现: 从第二个加数起每一个加数都是前一个加数的 6 倍, 于是她设:
 $S = 1 + 6 + 6^2 + 6^3 + 6^4 + 6^5 + 6^6 + 6^7 + 6^8 + 6^9$ ①
 然后在①式的两边都乘 6, 得:
 $6S = 6 + 6^2 + 6^3 + 6^4 + 6^5 + 6^6 + 6^7 + 6^8 + 6^9 + 6^{10}$ ②
 ② - ①, 得 $6S - S = 6^{10} - 1$, 即 $5S = 6^{10} - 1$.
 所以 $S = \frac{6^{10} - 1}{5}$, 得出答案后, 爱动脑筋的小林想: 如果把“6”换成字母“ a ”($a \neq 0$ 且 $a \neq 1$), 能否求出 $1 + a + a^2 + a^3 + a^4 + \dots + a^{2014}$ 的值? 你的答案是 ()

- A. $\frac{a^{2014} - 1}{a - 1}$ B. $\frac{a^{2015} - 1}{a - 1}$
 C. $\frac{a^{2014} - 1}{a}$ D. $a^{2014} - 1$

考点 5 乘法公式

- 例 6** (2016·临夏州)若 $x^2 + 4x - 4 = 0$, 则 $3(x-2)^2 - 6(x+1)(x-1)$ 的值为 ()
 A. -6 B. 6 C. 18 D. 30

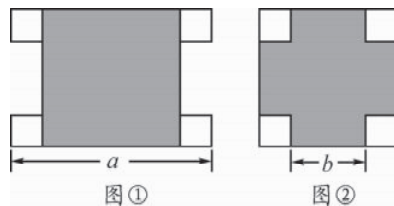
【分析】原式利用完全平方公式, 平方差公式化简, 去括号整理后, 将已知等式代入计算即可求出值. $\because x^2 + 4x - 4 = 0$, 即 $x^2 + 4x = 4$, \therefore 原式 $= 3(x^2 - 4x + 4) - 6(x^2 - 1) = -3(x^2 + 4x) + 18 = -12 + 18 = 6$. 故选 B.

【答案】B

变式练习

11. (2016·怀化)下列计算正确的是 ()
 A. $(x+y)^2 = x^2 + y^2$
 B. $(x-y)^2 = x^2 - 2xy - y^2$
 C. $(x+1)(x-1) = x^2 - 1$
 D. $(x-1)^2 = x^2 - 1$
12. (2016·湖州)当 $a=3, b=-1$ 时, 求下列代数式的值.
 (1) $(a+b)(a-b)$;
 (2) $a^2 + 2ab + b^2$.

13. (2016·沧州校级模拟)一个大正方形和四个全等的小正方形按图①、②两种方式摆放, 则图②的大正方形中未被小正方形覆盖部分的面积是(用含 a, b 的式子表示) ()



- A. $(a+b)^2$ B. $(a-b)^2$
 C. $2ab$ D. ab

例7 (2016·凉山州)若实数 x 满足 $x^2 - 2\sqrt{2}x - 1 = 0$, 则 $x^2 + \frac{1}{x^2} =$ _____.

【分析】根据 $x^2 - 2\sqrt{2}x - 1 = 0$, 可以求得 $x - \frac{1}{x}$ 的值, 从而可以利用完全平方公式得到 $x^2 + \frac{1}{x^2}$ 的值, 本题得以解决. $\because x^2 - 2\sqrt{2}x - 1 = 0, \therefore x - 2\sqrt{2} - \frac{1}{x} = 0. \therefore x - \frac{1}{x} = 2\sqrt{2}. \therefore \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = 8.$ 即 $x^2 - 2 + \frac{1}{x^2} = 8. \therefore x^2 + \frac{1}{x^2} = 10.$

【答案】10

变式练习

14. (2016·福州)若 $x + y = 10, xy = 1$, 则 $x^3y + xy^3$ 的值是_____.
15. 已知 $a + b = 4, a - b = 3$, 则 $a^2 - b^2 =$ _____.
16. 已知非零实数 a 满足 $a^2 + 1 = 3a$, 求 $a^2 + \frac{1}{a^2}$ 的值.

考点6 整式的运算

例8 计算 $(2x+1)(x-1) - (x^2+x-2)$ 的结果, 与下列哪一个式子相同? ()

- A. $x^2 - 2x + 1$ B. $x^2 - 2x - 3$
C. $x^2 + x - 3$ D. $x^2 - 3$

【分析】原式利用多项式乘多项式法则计算, 去括号合并得到最简结果, 即可作出判断. 原式 $= (2x^2 - 2x + x - 1) - (x^2 + x - 2) = 2x^2 - x - 1 - x^2 - x + 2 = x^2 - 2x + 1$, 故选 A.

【答案】A

变式练习

17. (2016·沈阳)下列计算正确的是 ()
- A. $x^4 + x^4 = 2x^8$ B. $x^3 \cdot x^2 = x^6$
C. $(x^2y)^3 = x^6y^3$ D. $(x-y)(y-x) = x^2 - y^2$
18. 现有边长为 a 的 A 类正方形卡片和边长为 b 的 B 类正方形卡片, 及长为 a , 宽为 b 的 C 类长方形卡片各若干张, 如果要拼成一个长为 $(a+2b)$ 、宽为

$(2a+b)$ 的大长方形, 需要 A 类卡片 _____ 张, B 类卡片 _____ 张, C 类卡片 _____ 张.

考点7 整式的化简求值

例9 (2016·湖北)先化简, 再求值: $(2x+1)(2x-1) - (x+1)(3x-2)$, 其中 $x = \sqrt{2} - 1$.

【分析】首先利用整式乘法运算法则化简, 进而去括号合并同类项, 再将已知代入并求出答案.

【解】原式 $= 4x^2 - 1 - (3x^2 + 3x - 2x - 2) = 4x^2 - 1 - 3x^2 - x + 2 = x^2 - x + 1.$

把 $x = \sqrt{2} - 1$ 代入, 得

原式 $= (\sqrt{2} - 1)^2 - (\sqrt{2} - 1) + 1 = 3 - 2\sqrt{2} - \sqrt{2} + 2 = 5 - 3\sqrt{2}.$

变式练习

19. 先化简, 再求值: $2(a^2b + 3ab^2) - 3(a^2b - 1) - 2a^2b - 2$, 其中 $a = -2, b = 2$.

20. 已知 $\left|a + \frac{1}{2}\right| + (b-3)^2 = 0$, 求代数式 $[(2a+b)^2 + (2a+b)(b-2a) - 6b] \div 2b$ 的值.

考点8 探索规律

例10 (2016·新疆)如图, 下面每个图形中的四个数都是按相同的规律填写的, 根据此规律确定 x 的值为_____.

1	1	2	3	3	5	4	7	...	n	m
2	1	4	10	6	27	8	52	...	20	x

【分析】首先观察规律, 求得 n 与 m 的值, 再由右下角数字第 n 个的规律: $2n(2n-1) - n$ 求得答案.

由前面 4 个图形得规律 $2n=20, m=2n-1$.

解得 $n=10, m=19$.

∴ 右下角数字: 第一个: $1=1 \times 2 - 1$;

第二个: $10=3 \times 4 - 2$;

第三个: $27=5 \times 6 - 3$;

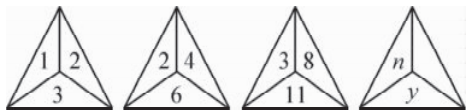
∴ 第 n 个: $2n(2n-1) - n$.

∴ $x=19 \times 20 - 10 = 370$.

【答案】370

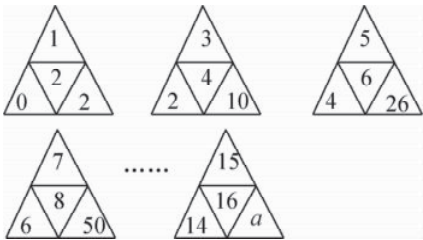
变式练习

21. (2016·邵阳) 如图所示, 下列各三角形中的三个数之间均具有相同的规律, 根据此规律, 最后一个三角形中 y 与 n 之间的关系是 ()



- A. $y=2n+1$ B. $y=2^n+n$
C. $y=2^{n+1}+n$ D. $y=2^n+n+1$

22. (2016·泉州) 找出下列各图形中数的规律, 依此, a 的值为 _____.



例 11 (2016·济宁) 按一定规律排列的一列数:

$\frac{1}{2}, 1, 1, \square, \frac{9}{11}, \frac{11}{13}, \frac{13}{17}, \dots$, 请你仔细观察, 按照此规律方框内的数字应为 _____.

【分析】 把整数 1 化为 $\frac{3}{3}$ 和 $\frac{5}{5}$, 得 $\frac{1}{2}, \frac{3}{3}, \frac{5}{5}, (\quad)$,

$\frac{9}{11}, \frac{11}{13}, \frac{13}{17}, \dots$ 可以发现分子是连续奇数, 分母是连续质数. 所以, 第 4 个数的分子是 7, 分母是 7.

【答案】1

变式练习

23. (2016·资阳) 设一列数中相邻的三个数依次为 m, n, p , 且满足 $p=m^2-n$, 若这列数为 $-1, 3, -2, a, -7, b, \dots$, 则 $b=$ _____.

24. (2016·枣庄) 一列数 a_1, a_2, a_3, \dots , 满足条件: $a_1 = \frac{1}{2}, a_n = \frac{1}{1-a_{n-1}}$ ($n \geq 2$, 且 n 为整数), 则 $a_{2016} =$ _____.

课后精练

A 组

1. (2016·成都) 计算 $(-x^3y)^2$ 的结果是 ()
A. $-x^5y$ B. x^6y C. $-x^3y^2$ D. x^6y^2
2. 下列说法中正确的是 ()
A. x 的系数是 0 B. 2^4 与 4^2 不是同类项
C. y 的次数是 0 D. 2^3xyz 是三次单项式
3. (2015·临沂) 观察下列关于 x 的单项式, 探究其规律: $x, 3x^2, 5x^3, 7x^4, 9x^5, 11x^6, \dots$
按照上述规律, 第 2015 个单项式是 ()
A. $2015x^{2015}$ B. $4029x^{2014}$
C. $4029x^{2015}$ D. $4031x^{2015}$
4. (2015 秋·东台市期中) 下列代数式:
(1) $|a+1|$; (2) $-3^2-5 \times |-3| + (-2)^2 \div 4$;
(3) $\frac{1}{2}$; (4) $\frac{b}{a}$; (5) $2m+1$; (6) $\frac{x-y}{5}$;

(7) $\frac{2x+y}{x-y}$; (8) $x^2+2x+\frac{2}{3}$ 中, 整式有 ()

A. 3 个 B. 4 个 C. 6 个 D. 7 个

5. (2015 秋·庐江县期末) $\frac{4\pi x^2 y^4}{9}$ 的系数与次数分别为 ()

A. $\frac{4}{9}, 7$ B. $\frac{4}{9}\pi, 6$

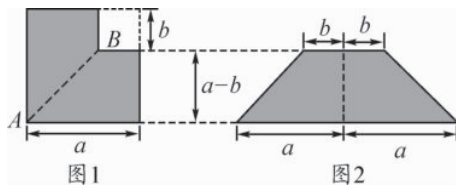
C. $4\pi, 6$ D. $\frac{4}{9}\pi, 4$

6. (2016·白云区一模) 下列各组的两项是同类项的为 ()

A. $3m^2n^2$ 与 $-m^2n^3$ B. $\frac{1}{2}xy$ 与 $2yx$

C. 5^3 与 a^3 D. $3x^2y^2$ 与 $4x^2z^2$

7. 下列运算正确的是 ()
- A. $a^2 \cdot a^3 = a^6$ B. $-2(a-b) = -2a-2b$
- C. $2x^2 + 3x^2 = 5x^4$ D. $(\frac{1}{2})^{-2} = 4$
8. (2016·桂林模拟)若 $(x-1)^2 = 2$, 则代数式 $2x^2 - 4x + 5$ 的值为 ()
- A. 11 B. 6 C. 7 D. 8
9. (2016·菏泽)已知 $4x = 3y$, 则代数式 $(x-2y)^2 - (x-y)(x+y) - 2y^2$ 的值为 ()
- A. 1 B. 2 C. 0 D. -1
10. (2014秋·淄川区期末)已知 $x+y+2(-x-y+1) = 3(1-y-x) - 4(y+x-1)$, 则 $x+y$ 等于 ()
- A. $-\frac{6}{5}$ B. $\frac{6}{5}$ C. $-\frac{5}{6}$ D. $\frac{5}{6}$
11. (2016·安徽)2014年我省财政收入比2013年增长8.9%, 2015年比2014年增长9.5%, 若2013年和2015年我省财政收入分别为 a 亿元和 b 亿元, 则 a, b 之间满足的关系式为 ()
- A. $b = a(1+8.9\%+9.5\%)$
- B. $b = a(1+8.9\% \times 9.5\%)$
- C. $b = a(1+8.9\%)(1+9.5\%)$
- D. $b = a(1+8.9\%)^2(1+9.5\%)$
12. (2015·西藏)已知 $-2a^{m-2}b^4$ 与 $3ab^{n+2}$ 是同类项, 则 $(n-m)^m =$ _____.
13. (2015秋·莒南县期末)已知 $x^2 + kxy + 64y^2$ 是一个完全平方式, 则 k 的值是 _____.
14. 已知 $x^m = a, x^n = b (x \neq 0)$, 则 x^{3m-2n} 的值等于 _____.
15. 计算: (1) $(5a^2 + 2a) - 4(2 + 2a^2)$;
- (2) $5x^2(x+1)(x-1)$;
- (3) $3a^3b^2 \div a^2 + b \cdot (a^2b - 3ab - 5a^2b)$.
17. 已知 $a_1 + a_2 + \dots + a_{30} + a_{31}$ 与 $b_1 + b_2 + \dots + b_{30} + b_{31}$ 均为等差级数, 且皆有31项. 若 $a_2 + b_{30} = 29, a_{30} + b_2 = -9$, 则此两等差级数的和相加的结果为 ()
- A. 300 B. 310 C. 600 D. 620
18. (2015·威海一模)如果 $0 < m < 10$, 并且 $m \leq x \leq 10$, 那么代数式 $|x-m| + |x-10| + |x-m-10|$ 化简的结果是 ()
- A. $x-2m+20$ B. $x-2m$
- C. $x-20$ D. $20-x$
19. (河南模拟)已知 $A = 2x+1, B$ 是多项式, 在计算 $B+A$ 时, 某同学把 $B+A$ 看成了 $B \div A$, 结果得 x^2-3 , 则 $B+A =$ _____.
20. (2016·乐亭县二模)已知 $x^2 - 4x - 1 = 0$, 则代数式 $2x(x-3) - (x-1)^2 + 3$ 的值为 _____.
21. (2016·西宁)已知 $x^2 + x - 5 = 0$, 则代数式 $(x-1)^2 - x(x-3) + (x+2)(x-2)$ 的值为 _____.
22. 如图1所示, 从边长为 a 的正方形纸片中减去一个边长为 b 的小正方形, 再沿着线段 AB 剪开, 把剪成的两张纸拼成如图2的等腰梯形.
- (1) 设图1中阴影部分面积为 S_1 , 图2中阴影部分面积为 S_2 , 请直接用含 a, b 的代数式表示 S_1 和 S_2 ;
- (2) 请写出上述过程所揭示的乘法公式;
- (3) 运用你所得到的公式, 计算下列各题:
- ① 10.3×9.7 ;
- ② $(2m+n-p)(2m-n+p)$.



第22题图

B组

16. 计算 $(0.04)^{2003} \times [(-5)^{2003}]^2$ 得 ()
- A. 1 B. -1 C. $\frac{1}{5^{2003}}$ D. $-\frac{1}{5^{2003}}$