

提升解题能力，打造高分攻略



2017

高考小题训练

本书编写组 编

详解详析

★梳理基础 ★归纳知识 ★整合考点

理科数学

CES 湖南教育出版社



2017

高考小题训练


GAOKAO XIAOTI XUNLIAN

详解详析

★梳理基础 ★归纳知识 ★整合考点

理科数学

本书编写组 编
丛书主编：徐 剑
本册主编：叶明灿 田忠正

 湖南教育出版社

图书在版编目(CIP)数据

高考小题训练. 理科数学/《高考小题训练》编写组编. —长沙: 湖南教育出版社, 2016. 6

ISBN 978-7-5539-4165-3

I. ①高… II. ①高… III. ①中学数学课—高中—习题集—升学参考资料 IV. ①G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2016)第 160550 号

高考小题训练 理科数学

本书编写组 编

责任编辑 钟劲松
出版发行 湖南教育出版社(长沙市韶山北路 443 号)
网 址 <http://www.hnepb.com>
电子邮箱 hnjycbs@sina.com
微 信 号 多点学习
客 服 电话 0731-85486979
经 销 湖南省新华书店
印 刷 国防科学技术大学印刷厂
开 本 880×1240 16 开
印 张 9
字 数 259 200
版 次 2016 年 6 月第 1 版第 1 次印刷
书 号 ISBN 978-7-5539-4165-3
定 价 29.80 元
(本书若有印刷、装订错误,可向承印厂调换)



写在前面的181

高中来了，高三也来了，你的高考也倒计时了。高考是与题的对决！面对各类试题，同学们是不是感觉力不从心？因此，通过挖掘、分析和重组，提炼出优质试题供你们复习，助你们从题海中解脱出来，快速提高自己的成绩，在高考时取得高分，是我们唯一的心愿。

名师编写权威指导：瀚华文化命题研究中心和全国各省市一线名师和资深教研员倾力打造，把握近几年知识点的考查方向和变化，精选优质试题，给出有效的小题训练。全套丛书选材科学，设题标准，能帮助同学们有效提升高考小题得分概率。

精准把握设题标准：立足于教材知识点的整合和挖掘，精心设计了难度合适、梯度合理的练习题，这些试题在题型、分值、难度及命题特点方面均与全国卷的考查要求一致，无论基础如何，我们都希望同学们认真完成这些题目，高考是人生关键的转折点，请不要留下遗憾和叹息！

高效答题科学适用：重视基础知识和核心考点的训练。限定专题与综合练习的时间，采用“限时检测”的模式，全套丛书单元与综合相结合均为每堂一页，正反两面，随堂自测。配套答案为活页，解答详尽，以科学实用为原则，帮助同学们构建优化复习的最新模式。

长风破浪会有时，直挂云帆济沧海。我们不奢求金杯、银杯，唯愿赢得师生们良好的口碑！

目录



// contents //

第一篇 专题训练篇

专题训练一 集合的概念与运算	1
专题训练二 常用逻辑用语	3
专题训练三 函数的概念与方程、函数与方程	5
专题训练四 导数的应用	7
专题训练五 三角函数的图象与性质	9
专题训练六 解三角形	11
专题训练七 平面向量与复数	13
专题训练八 数列	15
专题训练九 不等式、推理与证明	17
专题训练十 简单的空间几何体	19
专题训练十一 点、线、面的位置关系	21
专题训练十二 空间向量与立体几何	23
专题训练十三 直线与方程、圆与方程	25
专题训练十四 椭圆、双曲线、抛物线	27
专题训练十五 直线与圆锥曲线的位置关系	29
专题训练十六 圆锥曲线的综合问题	31
专题训练十七 算法、统计与统计案例	33
专题训练十八 排列、组合、二项式定理	35
专题训练十九 概率	37
专题训练二十 离散型随机变量的分布列 正态分布	39

第二篇 滚动练习篇

滚动检测卷一 集合、常用逻辑、函数与导数	41
滚动检测卷二 复数、平面向量、三角函数与解三角形	43

滚动检测卷三 数列、不等式、推理与证明	45
滚动检测卷四 立体几何	47
滚动检测卷五 平面解析几何	49
滚动检测卷六 算法、概率与统计、排列、组合与二项式定理	51

第三篇 综合训练篇

综合训练一	53
综合训练二	55
综合训练三	57
综合训练四	59
综合训练五	61
综合训练六	63
综合训练七	65
综合训练八	67
综合训练九	69
综合训练十	71
综合训练十一	73
综合训练十二	75
综合训练十三	77
综合训练十四	79
综合训练十五	81
综合训练十六	83
综合训练十七	85
综合训练十八	87
综合训练十九	89
综合训练二十	91

答案全解全析

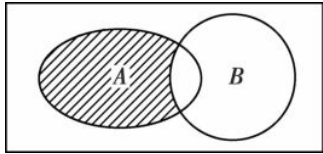
第一篇 专题训练篇

专题训练一 集合的概念与运算

(时量:40分钟 总分:90分)

班级:_____ 姓名:_____ 得分:_____

一、选择题(本大题共12小题,每小题5分,在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的)

- 已知集合 $A = \{x | x^2 - 4x + 3 < 0\}$, $B = \{x | 2 < x < 4\}$, 则 $A \cap B =$ ()
 A. (1,3) B. (1,4)
 C. (2,3) D. (2,4)
- 设集合 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{4, 5\}$, $C = \{x | x = b - a, a \in A, b \in B\}$, 则 C 中元素个数是 ()
 A. 3 B. 4
 C. 5 D. 6
- 已知集合 $U = \{a, b, c, d, e\}$, $M = \{a, d\}$, $N = \{a, c, e\}$, 则 $M \cup (\complement_U N)$ 为 ()
 A. $\{a, c, d, e\}$ B. $\{a, b, d\}$
 C. $\{b, d\}$ D. $\{d\}$
- 若集合 $A = \{0, 1, 2, x\}$, $B = \{1, x^2\}$, $A \cup B = A$, 则满足条件的实数 x 的个数为 ()
 A. 1 B. 2
 C. 3 D. 4
- 集合 $A = \{x | -1 \leq x \leq 2\}$, $B = \{x | x < 1\}$, 则 $A \cap (\complement_{\mathbb{R}} B) =$ ()
 A. $\{x | x > 1\}$
 B. $\{x | x \geq 1\}$
 C. $\{x | 1 < x \leq 2\}$
 D. $\{x | 1 \leq x \leq 2\}$
- 若集合 $M = \{x | (x + 4)(x + 1) = 0\}$, $N = \{x | (x - 4)(x - 1) = 0\}$, 则 $M \cap N =$ ()
 A. $\{1, 4\}$ B. $\{-1, -4\}$
 C. $\{0\}$ D. \emptyset
- 已知全集 $U = \mathbb{R}$, 集合 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{x \in \mathbb{R} | x \geq 2\}$, 如图所示中阴影部分所表示的集合为 ()

 A. $\{1\}$ B. $\{0, 1\}$
 C. $\{1, 2\}$ D. $\{0, 1, 2\}$
- 已知集合 $P = \{x | x^2 - x - 2 \leq 0\}$, $Q = \{x | \log_2(x - 1) \leq 1\}$, 则 $(\complement_{\mathbb{R}} P) \cap Q =$ ()
 A. $[2, 3]$
 B. $(-\infty, -1] \cup [3, +\infty)$
 C. $(2, 3]$
 D. $(-\infty, -1] \cup (3, +\infty)$
- 已知两个非空集合 $A = \{x | x(x - 3) < 4\}$, $B = \{x | \sqrt{x} \leq a\}$, 若 $A \cap B = B$, 则实数 a 的取值范围为 ()
 A. $(-1, 1)$ B. $(-2, 2)$
 C. $[0, 2)$ D. $(-\infty, 2)$

10. 对于集合 M, N , 定义 $M - N = \{x | x \in M \text{ 且 } x \notin N\}$, $M \oplus N = (M - N) \cup (N - M)$, 设 $A = \{y | y = 3^x, x \in \mathbf{R}\}$, $B = \{y | y = -(x-1)^2 + 2, x \in \mathbf{R}\}$, 则 $A \oplus B =$ ()

- A. $[0, 2)$
- B. $(0, 2]$
- C. $(-\infty, 0] \cup (2, +\infty)$
- D. $(-\infty, 0) \cup [2, +\infty)$

11. 已知集合 $A = \left\{x \mid x^2 + \frac{5}{2}x + 1 = 0\right\}$, $B = \{y | y = x^2 + a, x \in \mathbf{R}\}$, 若 $A \cap B \neq \emptyset$, 则 a 的取值范围是 ()

- A. $\left(-\infty, -\frac{1}{2}\right]$
- B. $\left(-\frac{1}{2}, +\infty\right)$
- C. $\left[-4, -\frac{1}{4}\right]$
- D. $(-\infty, -2]$

12. 集合 $M = \{y | y = \lg(x^2 + 1), x \in \mathbf{R}\}$, 集合 $N = \{x | 4^x > 4, x \in \mathbf{R}\}$, 则 $M \cap N =$ ()

- A. $[0, +\infty)$ B. $[0, 1)$
- C. $(1, +\infty)$ D. $(0, 1]$

二、填空题(本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分, 把答案填在题中横线上)

13. 已知集合 $A = \{x | x^2 - 2x - 3 > 0\}$, $B = \{x | x^2 + ax + b \leq 0\}$, 若 $A \cup B = \mathbf{R}$, $A \cap B = \{x | 3 < x \leq 4\}$, 则 $a + b$ 的值等于_____.

14. 已知集合 $A = \left\{x \mid y = \frac{1}{x}\right\}$, $B = \{y | y = x^2\}$, 则 $A \cap B =$ _____.

15. A, B 是两个集合, $A = \{y | y = x^2 - 2017\}$, $B = \{2017, y\}$, 其中 $y \in A$, 则 y 的取值集合是_____.

16. $A = \{x | x^2 - 8x + 15 = 0\}$, $B = \{x | ax - 1 = 0\}$, 若 $A \cap B = B$, 则实数 a 组成的集合的子集有_____个.

三、解答题(本大题共 10 分, 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤)

17. 已知函数 $f(x) = \sqrt{\frac{6}{x+1}} - 1$ 的定义域为集合 A , 函数 $g(x) = \lg(-x^2 + 2x + m)$ 的定义域为集合 B .

(1) 当 $m = 3$ 时, 求 $A \cap (\complement_{\mathbf{R}} B)$;

(2) 若 $A \cap B = \{x | -1 < x < 4\}$, 求实数 m 的值.

专题训练二 常用逻辑用语

(时量:40分钟 总分:90分)

班级: _____ 姓名: _____ 得分: _____

一、选择题(本大题共12小题,每小题5分,在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的)

- 命题 $p: \frac{a}{a-1} \leq 0$; 命题 $q: y = x^a$ (x 为自变量) 在第一象限是增函数, 则 p 是 q 的 ()
 A. 充分不必要条件
 B. 必要不充分条件
 C. 充要条件
 D. 既不充分也不必要条件
- 若 $a, b \in \mathbf{R}$, 则 $\frac{1}{a^3} > \frac{1}{b^3}$ 成立的一个充分不必要条件是 ()
 A. $ab > 0$
 B. $b > a$
 C. $a < b < 0$
 D. $ab(a-b) < 0$
- 已知 $p: 2+2=5; q: 3 \geq 2$, 则下列判断中, 错误的是 ()
 A. $p \vee q$ 为真, $\neg q$ 为假
 B. $p \vee q$ 为真, $\neg p$ 为真
 C. $p \wedge q$ 为假, $\neg p$ 为假
 D. $p \wedge q$ 为假, $p \vee q$ 为真
- 下列说法正确的是 ()
 A. 命题“ $\exists x \in \mathbf{R}, x^2 + x + 2017 > 0$ ”的否定是“ $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 + x + 2017 < 0$ ”
 B. 两个三角形全等是这两个三角形面积相等的必要条件
 C. 函数 $f(x) = \frac{1}{x}$ 在其定义域上是减函数
 D. 给定命题 p, q , 若“ $p \wedge q$ ”是真命题, 则 $\neg p$ 是假命题
- 已知 α, β 为不重合的两个平面, 直线 $m \subset \alpha$, 那么“ $m \perp \beta$ ”是“ $\alpha \perp \beta$ ”的 ()
 A. 充分不必要条件
 B. 必要不充分条件
 C. 充要条件
 D. 既不充分也不必要条件
- 命题“对任意 $x \in [1, 2), x^2 - a \leq 0$ ”为真命题的一个充分不必要条件可以是 ()
 A. $a \geq 4$ B. $a > 4$
 C. $a \geq 1$ D. $a > 1$
- “ $x > 0$ ”是“ $x + \sin x > 0$ ”的 ()
 A. 充分不必要条件
 B. 必要不充分条件
 C. 充要条件
 D. 既不充分也不必要条件
- 命题“若 $\neg p$, 则 q ”是真命题, 则 p 是 $\neg q$ 的 ()
 A. 充分条件 B. 充分不必要条件
 C. 必要条件 D. 必要不充分条件
- 命题 p : 关于 x 的不等式 $x^2 + 2ax + 4 > 0$, 对一切 $x \in \mathbf{R}$ 恒成立; q : 函数 $f(x) = (3-2a)^x$ 是增函数, 若 $p \vee q$ 为真, $p \wedge q$ 为假, 则实数 a 的取值范围是 ()
 A. $\{a \mid 1 \leq a < 2 \text{ 或 } a \leq -2\}$
 B. $\{a \mid a \leq -2\}$
 C. $\{a \mid 1 \leq a < 2\}$
 D. $\{a \mid 1 < a < 2\}$
- 下列说法中正确的有
 ①命题“若 $x^2 - 3x + 2 = 0$, 则 $x = 1$ ”的逆否命题为“若 $x \neq 1$, 则 $x^2 - 3x + 2 \neq 0$ ”;



②“ $x > 2$ ”是“ $x^2 - 3x + 2 > 0$ ”的充分不必要条件;

③对于命题 $p: \exists x \in \mathbf{R}, x^2 + x + 1 < 0$, 则 $\neg p: \forall x \in \mathbf{R}, x^2 + x + 1 \geq 0$;

④若 $p \wedge q$ 为假命题, 则 p, q 均为假命题. ()

A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

11. 命题“ $\forall n \in \mathbf{N}^*, f(n) \in \mathbf{N}^*$ 且 $f(n) \leq n$ ”的否定形式是 ()

A. $\forall n \in \mathbf{N}^*, f(n) \notin \mathbf{N}^*$ 且 $f(n) > n$

B. $\forall n \in \mathbf{N}^*, f(n) \notin \mathbf{N}^*$ 或 $f(n) > n$

C. $\exists n_0 \in \mathbf{N}^*, f(n_0) \notin \mathbf{N}^*$ 且 $f(n_0) > n_0$

D. $\exists n_0 \in \mathbf{N}^*, f(n_0) \notin \mathbf{N}^*$ 或 $f(n_0) > n_0$

12. $a < 0$ 是方程 $ax^2 + 2x + 1 = 0$ 至少有一个负数根的 ()

A. 必要不充分条件

B. 充分不必要条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

二、填空题(本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分, 把答案填在题中横线上)

13. 命题: $\exists x_0 \in \mathbf{R}$, 使得 $x_0^2 + 2x_0 + 5 = 0$ 的否定是 _____.

14. 若“ $\forall x \in [0, \frac{\pi}{4}], \tan x \leq m$ ”是真命题, 则实数 m 的最小值为 _____.

15. 命题“若 $m > 0$, 则关于 x 的方程 $x^2 + x - m = 0$ 有实数根”与它的逆命题、否命题、逆否命题中, 真命题的个数为 _____.

16. 已知直线 $l_1: ax - y + 2a + 1 = 0$ 和直线 $l_2: 2x - (a - 1)y + 2 = 0 (a \in \mathbf{R})$, 则 $l_1 \perp l_2$ 的充要条件是 $a =$ _____.

三、解答题(本大题共 10 分, 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤)

17. 设命题 $p: \forall x \in [1, 2], \frac{1}{2}x^2 - \ln x - a \geq 0$, 命题 $q: \exists x_0 \in \mathbf{R}$, 使得 $x_0^2 + 2ax_0 - 8 - 6a \leq 0$, 如果命题“ $p \vee q$ ”是真命题, 命题“ $p \wedge q$ ”是假命题, 求实数 a 的取值范围.

专题训练三 函数的概念与方程、函数与方程

(时量:40分钟 总分:90分)

班级:_____ 姓名:_____ 得分:_____

一、选择题(本大题共12小题,每小题5分,在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的)

- 下列函数 $f(x)$ 中,满足“ $\forall x_1, x_2 \in (0, +\infty)$, 且 $x_1 \neq x_2, (x_1 - x_2)[f(x_1) - f(x_2)] < 0$ ”的是 ()
 - $f(x) = \frac{1}{x} - x$
 - $f(x) = x^3$
 - $f(x) = \ln x$
 - $f(x) = 2^x$
- 已知 $a = 2^{-\frac{1}{3}}, b = \log_2 \frac{1}{3}, c = \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{3}$, 则 ()
 - $a > b > c$
 - $a > c > b$
 - $c > a > b$
 - $c > b > a$
- 下列函数中,既是偶函数又在区间 $(1, 2)$ 上单调递增的是 ()
 - $y = \log_2 |x|$
 - $y = \cos 2x$
 - $y = \frac{2^x - 2^{-x}}{2}$
 - $y = \log_2 \frac{2-x}{2+x}$
- 下列函数中,是奇函数的是 ()
 - $y = x^3 + 2x^2$
 - $y = \sin x$
 - $y = 2^x$
 - $y = \ln |x|$
- 下列函数中,是奇函数且在区间 $(0, 1)$ 内单调递减的函数是 ()
 - $y = \log_{\frac{1}{2}} x$
 - $y = \frac{1}{x}$
 - $y = x^3$
 - $y = \tan x$
- 函数 $y = e^{|\ln x|} - |x-1|$ 的图象大致是 ()

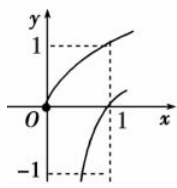
A

B
- 设函数 $f(x) = x^2 + x + a (a > 0)$ 满足 $f(m) < 0$, 则 $f(m+1)$ 的符号是 ()
 - $f(m+1) \geq 0$
 - $f(m+1) \leq 0$
 - $f(m+1) > 0$
 - $f(m+1) < 0$
- 已知函数 $y = \frac{1}{x-1}$, 那么 ()
 - 函数的单调递减区间为 $(-\infty, 1), (1, +\infty)$
 - 函数的单调递减区间为 $(-\infty, 1] \cup (1, +\infty)$
 - 函数的单调递增区间为 $(-\infty, 1), (1, +\infty)$
 - 函数的单调递增区间为 $(-\infty, 1] \cup (1, +\infty)$
- 在同一直角坐标系中,函数 $f(x) = x^a (x \geq 0)$, $g(x) = \log_a x$ 的图象可能是 ()

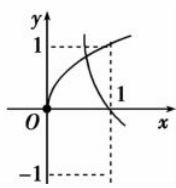
A

B





C



D

10. 下列函数中,既是奇函数又在区间 $(0, +\infty)$ 上单调递增的是 ()

- A. $y = x + \frac{1}{x}$ B. $y = e^x - e^{-x}$
 C. $y = x^3 - x$ D. $y = x \ln x$

11. 已知函数 $y = f(x)$ 的图象与函数 $y = \frac{1}{x+1}$ 的图象关于原点对称,则 $f(x) =$ ()

- A. $\frac{1}{x+1}$ B. $\frac{1}{x-1}$
 C. $-\frac{1}{x+1}$ D. $-\frac{1}{x-1}$

12. 在实数集 \mathbf{R} 中定义一种运算“ \oplus ”,具有性质:

- ① 对任意 $a, b \in \mathbf{R}, a \oplus b = b \oplus a$;
 ② 对任意 $a \in \mathbf{R}, a \oplus 0 = a$;
 ③ 对任意 $a, b, c \in \mathbf{R}, (a \oplus b) \oplus c = c \oplus (ab) + (a \oplus c) + (b \oplus c) - 2c$.

函数 $f(x) = x \oplus \frac{1}{x} (x > 0)$ 的最小值为 ()

- A. 4 B. 3
 C. $2\sqrt{2}$ D. 1

二、填空题(本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分,把答案填在题中横线上)

13. 若 $f(x) = \ln(e^{3x} + 1) + ax$ 是偶函数,则 $a =$ _____.

14. 定义运算 $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$,若函数 $f(x) = \begin{vmatrix} x-1 & 2 \\ -x & x+3 \end{vmatrix}$ 在 $(-\infty, m)$ 上单调递减,则实数 m 的取值范围是_____.

15. 定义在 \mathbf{R} 上的奇函数 $f(x)$,当 $x \in (0, +\infty)$ 时, $f(x) = \log_2 x$,则不等式 $f(x) < -1$ 的解集是_____.

16. 已知 $f(x) = \begin{cases} \log_2 x, & x > 0, \\ \cos 2\pi x, & x \leq 0, \end{cases}$ 则 $f\left(\frac{1}{2}\right) + f\left(-\frac{1}{2}\right) =$ _____.

三、解答题(本大题共 10 分,解答应写出文字说明,证明过程或演算步骤)

17. 已知函数 $f(x) = \frac{2-x}{x+1}$.

(1) 证明:函数 $f(x)$ 在 $(-1, +\infty)$ 上为减函数;

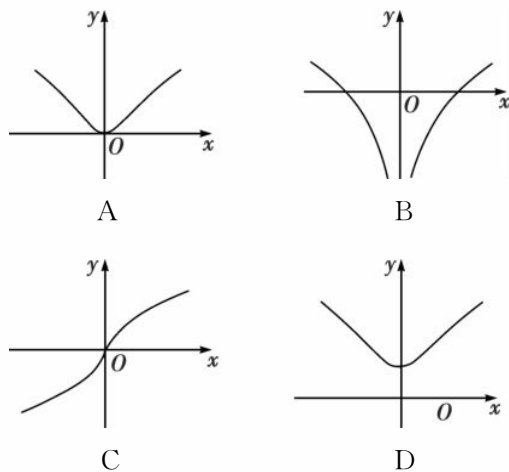
(2) 是否存在负数 x_0 ,使得 $f(x_0) = 3^{x_0}$ 成立,若存在,求出 x_0 ;若不存在,请说明理由.

专题训练四 导数的应用

(时量:40分钟 总分:90分)

班级:_____ 姓名:_____ 得分:_____

一、选择题(本大题共12小题,每小题5分,在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的)

- 从空中自由下落的一物体,在第1 s末恰经过电视塔顶,在第2 s末物体落地.已知自由落体的运动速度为 $v=gt$ (g 为常数),则电视塔高为()
 A. $\frac{1}{2}g$ B. g
 C. $\frac{3}{2}g$ D. $2g$
- 设曲线 $y=\frac{x+1}{x-1}$ 在点(3,2)处的切线与直线 $ax+y+1=0$ 垂直,则 $a=$ ()
 A. 2 B. -2
 C. $-\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{2}$
- 曲线 $y=e^x$ 在点(2, e^2)处的切线与坐标轴所围三角形的面积为 ()
 A. $\frac{3}{2}e^2$ B. $2e^2$
 C. e^2 D. $\frac{1}{2}e^2$
- 曲线 $f(x)=\frac{x}{x^2+1}$ 在点(1, $f(1)$)处的切线方程是 ()
 A. $x=1$ B. $y=\frac{1}{2}$
 C. $x+y=1$ D. $x-y=1$
- 已知函数 $f(x)$ 在 $x=x_0$ 处导数存在.若 $p: f'(x_0)=0; q: x=x_0$ 是 $f(x)$ 的极值点,则 p 是 q 的 ()
 A. 充要条件
 B. 充分不必要条件
 C. 必要不充分条件
 D. 既不充分也不必要条件
- 已知 $f(x)=\frac{1}{x}\cos x$, 则 $f(\pi)+f'(\frac{\pi}{2})=$ ()
 A. $-\frac{2}{\pi}$ B. $\frac{3}{\pi}$
 C. $-\frac{1}{\pi}$ D. $-\frac{3}{\pi}$
- 函数 $f(x)=\ln(x^2+1)$ 的图象大致是 ()

- 函数 $y=\ln x (x>0)$ 的图象与直线 $y=\frac{1}{2}x+a$ 相切,则 $a=$ ()
 A. $2\ln 2$ B. $\ln 2+1$
 C. $\ln 2$ D. $\ln 2-1$
- 把函数 $f(x)=\sin x, x\in[0, 2\pi]$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度后,得到 $g(x)$ 的图象,则 $f(x)$ 与 $g(x)$ 的图象所围成的图形的面积为 ()
 A. 4 B. $2\sqrt{2}$
 C. $2\sqrt{3}$ D. 2
- 若函数 $f(x)=\frac{x^3}{3}-\frac{a}{2}x^2+x+1$ 在区间 $(\frac{1}{2}, 3)$ 上有极值点,则实数 a 的取值范围是 ()



- A. $(2, \frac{5}{2})$ B. $[2, \frac{5}{2})$
 C. $(2, \frac{10}{3})$ D. $[2, \frac{10}{3})$

11. 以下判断正确的是 ()

- A. 函数 $y=f(x)$ 为 \mathbf{R} 上可导函数, 则 $f'(x_0)=0$ 是 x_0 为函数 $f(x)$ 极值点的充要条件
 B. 命题“ $\exists x \in \mathbf{R}, x^2+x-1 < 0$ ”的否定是“ $\forall x \in \mathbf{R}, x^2+x-1 > 0$ ”
 C. 命题“在锐角 $\triangle ABC$ 中, 有 $\sin A > \cos B$ ”为真命题
 D. “ $b=0$ ”是“函数 $f(x)=ax^2+bx+c$ 是偶函数”的充分不必要条件

12. 定义在 \mathbf{R} 上的函数 $f(x)$ 满足 $f(1)=1$, 且对任意 $x \in \mathbf{R}$ 都有 $f'(x) < \frac{1}{2}$, 则不等式 $f(x^2) > \frac{x^2+1}{2}$ 的解集为 ()

- A. $(1, 2)$ B. $(0, 1)$
 C. $(1, +\infty)$ D. $(-1, 1)$

二、填空题(本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分, 把答案填在题中横线上)

13. 计算 $\int_{-3}^{-1} \sqrt{1-(x+2)^2} dx =$ _____.

14. 已知点 P 是曲线 $y=x^2-\ln x$ 上的一个动点, 则点 P 到直线 $l: y=x-2$ 的距离的最小值为 _____.

15. 已知函数 $f(x)=x+\frac{3a^2}{x}-2a \ln x$ 在区间 $(1, 2)$ 内是增函数, 则实数 a 的取值范围是 _____.

16. 若函数 $f(x)=x^2-e^x-ax$ 在 \mathbf{R} 上存在单调递增区间, 则实数 a 的取值范围是 _____.

三、解答题(本大题共 10 分, 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤)

17. 已知函数 $f(x)=\frac{kx^2}{e^x}$, 其中 $k \in \mathbf{R}$ 且 $k \neq 0$.

(1) 求函数 $f(x)$ 的单调区间;

(2) 当 $k=1$ 时, 若存在 $x > 0$, 使 $\ln f(x) > ax$ 成立, 求实数 a 的取值范围.

专题训练五 三角函数的图象与性质

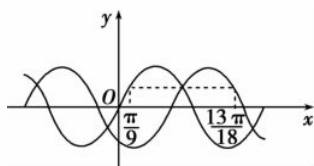
(时量:40分钟 总分:90分)

班级:_____ 姓名:_____ 得分:_____

一、选择题(本大题共12小题,每小题5分,在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的)

1. 设 θ 是第三象限角, $|\cos \frac{\theta}{2}| = \cos \frac{\theta}{2}$, 则 $\frac{\theta}{2}$ 是 ()
 A. 第一象限 B. 第二象限
 C. 第三象限 D. 第四象限
2. 已知 $x \in (0, \pi)$, 且 $\sin 2x = \frac{1}{5}$, 则 $\sin(\frac{\pi}{4} + x) =$ ()
 A. $\frac{\sqrt{15}}{5}$ B. $-\frac{\sqrt{15}}{5}$
 C. $\frac{\sqrt{5}}{5}$ D. $-\frac{\sqrt{5}}{5}$
3. 已知 $\cos(\frac{\pi}{2} + \alpha) = \frac{3}{5}$, 且 $\alpha \in (\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2})$, 则 $\tan \alpha =$ ()
 A. $\frac{4}{3}$ B. $\frac{3}{4}$
 C. $-\frac{3}{4}$ D. $\pm \frac{3}{4}$
4. 已知 $\tan \theta = 2$, 则 $\sin^2 \theta + \sin \theta \cos \theta - 2\cos^2 \theta =$ ()
 A. $-\frac{4}{3}$ B. $\frac{5}{4}$
 C. $-\frac{3}{4}$ D. $\frac{4}{5}$
5. 已知 α 为锐角, 且 $2\tan(\pi - \alpha) - 3\cos(\frac{\pi}{2} + \beta) + 5 = 0$, $\tan(\pi + \alpha) + 6\sin(\pi + \beta) = 1$, 则 $\sin \alpha$ 的值是 ()
 A. $\frac{3\sqrt{5}}{5}$ B. $\frac{3\sqrt{7}}{7}$
 C. $\frac{3\sqrt{10}}{10}$ D. $\frac{1}{3}$

6. 已知函数 $y = g(x)$ 的图象由 $f(x) = \sin 2x$ 的图象向右平移 $\varphi (0 < \varphi < \pi)$ 个单位得到, 这两个函数的部分图象如图所示, 则 $\varphi =$ ()



- A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{4}$ C. $\frac{\pi}{3}$ D. $\frac{3\pi}{8}$
7. 设 $0 \leq x < 2\pi$, 且 $\sqrt{1 - \sin 2x} = \sin x - \cos x$, 则 ()
 A. $0 \leq x \leq \pi$ B. $\frac{\pi}{4} \leq x \leq \frac{5\pi}{4}$
 C. $\frac{\pi}{4} \leq x \leq \frac{7\pi}{4}$ D. $\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{3\pi}{2}$
8. 已知曲线 $f(x) = \sin \omega x + \sqrt{3} \cos \omega x (\omega > 0)$ 的两条相邻的对称轴之间的距离为 $\frac{\pi}{2}$, 且曲线关于点 $(x_0, 0)$ 成中心对称, 若 $x_0 \in [0, \frac{\pi}{2}]$, 则 $x_0 =$ ()
 A. $\frac{\pi}{12}$ B. $\frac{\pi}{6}$
 C. $\frac{\pi}{3}$ D. $\frac{5\pi}{12}$
9. 若 $\sin(\frac{\pi}{6} - \alpha) = \frac{1}{3}$, 则 $\cos(\frac{2\pi}{3} + 2\alpha) =$ ()
 A. $\frac{1}{3}$ B. $-\frac{1}{3}$
 C. $-\frac{7}{9}$ D. $\frac{7}{9}$
10. 已知函数 $f(x) = \sin(\omega x + \frac{\pi}{6}) - 1 (\omega > 0)$ 的最小正周期为 $\frac{2\pi}{3}$, 则 $f(x)$ 的图象的一条对称轴方程是 ()

A. $x = \frac{\pi}{9}$ B. $x = \frac{\pi}{6}$

C. $x = \frac{\pi}{3}$ D. $x = \frac{\pi}{2}$

11. 函数 $y = \cos^2\left(x - \frac{\pi}{6}\right) + \sin^2\left(x + \frac{\pi}{6}\right) - 1$ 是 ()

- A. 周期为 $\frac{\pi}{3}$ 的函数
- B. 周期为 $\frac{\pi}{2}$ 的函数
- C. 周期为 π 的函数
- D. 周期为 2π 的函数

12. 已知函数 $f(x) = 2\sin\left(\omega x - \frac{\pi}{6}\right)$ ($\omega > 0$) 的最小正周期为 π , 则 $f(x)$ 的单调递增区间为 ()

- A. $\left[k\pi + \frac{\pi}{3}, k\pi + \frac{5\pi}{6}\right]$ ($k \in \mathbf{Z}$)
- B. $\left[2k\pi - \frac{\pi}{6}, 2k\pi + \frac{\pi}{3}\right]$ ($k \in \mathbf{Z}$)
- C. $\left[k\pi - \frac{\pi}{3}, k\pi + \frac{\pi}{6}\right]$ ($k \in \mathbf{Z}$)
- D. $\left[k\pi - \frac{\pi}{6}, k\pi + \frac{\pi}{3}\right]$ ($k \in \mathbf{Z}$)

二、填空题(本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分, 把答案填在题中横线上)

13. 计算: $\frac{\tan 12^\circ - \sqrt{3}}{(4\cos^2 12^\circ - 2)\sin 12^\circ} = \underline{\hspace{2cm}}$.

14. 若函数 $f(x) = \sqrt{3}\sin\left(\omega x - \frac{\pi}{3}\right)$ ($\omega > 0$) 的最小正周期为 $\frac{\pi}{2}$, 则 $f\left(\frac{\pi}{3}\right) = \underline{\hspace{2cm}}$.

15. 若 $\tan \alpha + \frac{1}{\tan \alpha} = \frac{10}{3}$, $\alpha \in \left(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right)$, 则 $\sin\left(2\alpha + \frac{\pi}{4}\right) + 2\cos \frac{\pi}{4} \cos^2 \alpha$ 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

16. 已知 $f(x) = \cos(2x + \varphi)$, 其中 $\varphi \in [0, 2\pi)$, 若 $f\left(\frac{\pi}{6}\right) = f\left(\frac{\pi}{3}\right)$, 且 $f(x)$ 在区间 $\left(\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}\right)$ 上有最小值, 无最大值, 则 $\varphi = \underline{\hspace{2cm}}$.

三、解答题(本大题共 10 分, 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤)

17. 已知函数 $f(x) = -2\sin^2 x + 2\sqrt{3}\sin x \cos x + 1$.

(1) 求 $f(x)$ 的最小正周期及对称中心;

(2) 若 $x \in \left[-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}\right]$, 求 $f(x)$ 的最大值和最小值.

专题训练六 解三角形

(时量:40分钟 总分:90分)

班级:_____ 姓名:_____ 得分:_____

一、选择题(本大题共12小题,每小题5分,在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的)

- 在 $\triangle ABC$ 中,角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c ,若 $a=1, b=\sqrt{2}, B=45^\circ$,则 $\angle A=$ ()
A. 30° B. 60°
C. 30° 或 150° D. 60° 或 120°
- 已知在 $\triangle ABC$ 中, $\sin^2 A = \sin^2 B + \sin^2 C + \sin B \sin C$,则 $\angle A=$ ()
A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{3}$
C. $\frac{2\pi}{3}$ D. $\frac{5\pi}{6}$
- 在锐角 $\triangle ABC$ 中, $BC=1, B=2A$,则 $\frac{AC}{\cos A}$ 的值为 ()
A. 3 B. 2
C. -2 D. 0
- 在 $\triangle ABC$ 中,角 A, B, C 的对应边分别为 a, b, c ,满足 $\frac{b}{a+c} + \frac{c}{a+b} \geq 1$,则 $\angle A$ 的范围是 ()
A. $(0, \frac{\pi}{3}]$
B. $(0, \frac{\pi}{6}]$
C. $[\frac{\pi}{3}, \pi)$
D. $[\frac{\pi}{6}, \pi)$
- 设 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c ,若 $b \cos C + c \cos B = a \sin A$,则 $\triangle ABC$ 的形状为 ()
A. 锐角三角形
B. 直角三角形
C. 钝角三角形
D. 不确定
- 一艘海轮从 A 处出发,以每小时40海里的速度沿南偏东 40° 的方向直线航行,30分钟后到达 B 处,在 C 处有一座灯塔,海轮在 A 处观察灯塔,其方向是南偏东 70° ,在 B 处观察灯塔,其方向是北偏东 65° ,那么 B, C 两点间的距离是 ()
A. $10\sqrt{2}$ 海里
B. $10\sqrt{3}$ 海里
C. $20\sqrt{3}$ 海里
D. $20\sqrt{2}$ 海里
- 在 $\triangle ABC$ 中, $a=2, A=45^\circ$,若此三角形有两解,则 b 的范围为 ()
A. $2 < b < 2\sqrt{2}$
B. $b > 2$
C. $b < 2$
D. $\frac{1}{2} < b < \sqrt{2}$
- 在 $\triangle ABC$ 中, $\sin A = \frac{3}{5}, \vec{AB} \cdot \vec{AC} = 8$,则 $\triangle ABC$ 的面积为 ()
A. 3 B. 4
C. 6 D. $\frac{12}{5}$
- 在 $\triangle ABC$ 中,角 A, B, C 所对的边长分别为 a, b, c ,且满足 $c \sin A = \sqrt{3} a \cos C$,则 $\sin A + \sin B$ 的最大值是 ()
A. 1 B. $\sqrt{2}$
C. 3 D. $\sqrt{3}$



10. 在 $\triangle ABC$ 中, $a=15, b=10, A=60^\circ$,则 $\cos B=$ ()

- A. $-\frac{2\sqrt{2}}{3}$ B. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$
C. $-\frac{\sqrt{6}}{3}$ D. $\frac{\sqrt{6}}{3}$

11. 在 $\triangle ABC$ 中,已知 $A=\frac{\pi}{4}, B=\frac{\pi}{3}, AB=1$,则 $BC=$ ()

- A. $\sqrt{3}-1$ B. $\sqrt{3}+1$
C. $\frac{\sqrt{6}}{3}$ D. $\sqrt{2}$

12. 已知锐角 A 是 $\triangle ABC$ 的一个内角, a, b, c 是三角形中各角的对应边,若 $\sin^2 A - \cos^2 A = \frac{1}{2}$,则下列各式中正确的是 ()

- A. $b+c=2a$
B. $b+c < 2a$
C. $b+c \leq 2a$
D. $b+c \geq 2a$

二、填空题(本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分,把答案填在题中横线上)

13. 在 $\triangle ABC$ 中, $B=120^\circ, AC=7, AB=5$,则 $\triangle ABC$ 的面积为_____.

14. 从某电线杆的正东方向的 A 点处测得电线杆顶端的仰角是 60° ,从电线杆正西偏南 30° 的 B 处测得电线杆顶端的仰角是 45° , A, B 间距离为 35 m,则此电线杆的高度是_____.

15. 在 $\triangle ABC$ 中,角 A, B, C 所对应的边分别为 a, b, c ,已知 $b \cos C + c \cos B = 2b$,则 $\frac{a}{b} =$ _____.

16. 已知 $\triangle ABC$ 的三边 a, b, c 满足 $\frac{1}{a+b} + \frac{1}{b+c} = \frac{3}{a+b+c}$,则角 $B =$ _____.

三、解答题(本大题共 10 分,解答应写出文字说明,证明过程或演算步骤)

17. 如图所示,在 $\triangle ABC$ 中, D 为 AB 边上一点, $DA=DC$,已知 $B=\frac{\pi}{4}, BC=1$.

(1)若 $\triangle ABC$ 是锐角三角形, $DC=\frac{\sqrt{6}}{3}$,求角 A 的大小;

(2)若 $\triangle BCD$ 的面积为 $\frac{1}{6}$,求边 AB 的长.

