

教育部人文社会科学项目“中小学全效学习方案研究与实验”研究成果

全效学习

QUANXIAO XUEXI ZHONGKAO XUE LIAN CE

中考学练测

考点有效管理

数学（湘教版）

《全效学习》编写组 编

CMS 湖南教育出版社
PUBLISHING & MEDIA

活的人才教育不是灌输知识，而是将开发文化宝库的钥匙，尽我们知道的交给学生。——陶行知

活的人才教育不是灌输知识，而是将开发文化宝库的钥匙，尽我们知道的交给学生。——陶行知

活的人才教育不是灌输知识，而是将开发文化宝库的钥匙，尽我们知道的交给学生。——陶行知

活的人才教育不是灌

活的人才教育不是灌输知识，而是将开发文化宝库的

图书在版编目 (CIP) 数据

全效学习·中考学练测·数学：湘教版/
《全效学习》编写组编·—长沙：湖南教育出版社，2016. 11
ISBN 978-7-5539-4570-5

I. ①全… II. ①全… III. ①中学数学课—初中—升学参考资料 IV. ①G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2016) 第 292814 号

全效学习·中考学练测·数学 (湘教版)

《全效学习》编写组 编

责任编辑：钟劲松 张 征

封面设计：田 园

出版发行：湖南教育出版社

地 址：长沙市韶山北路 443 号

网 址：<http://www.hnepsh.com>

电子邮箱：hnjycbs@sina.com

微信服务号：多点学习

客 服：电话 0731 - 85486979

经 销：湖南省新华书店

印 刷：湖南凌宇纸品有限公司

开 本：880 mm × 1230 mm 1/16

印 张：16

字 数：563 千

版 次：2016 年 11 月第 1 版第 1 次印刷

书 号：ISBN 978-7-5539-4570-5

定 价：45.00 元

本书如有印刷、装订错误，可向承印厂调换

版权所有 侵权必究

目 录

◎第一部分 数与代数

第一章 实数

第1课时	实数的有关概念	1
第2课时	实数的运算	2

第二章 代数式

第3课时	整式	4
第4课时	因式分解	5
第5课时	分式	6
第6课时	二次根式	7
单元限时检测卷(一)		219

第三章 方程与方程组

第7课时	一元一次方程及应用	9
第8课时	二元一次方程组	10
第9课时	一元二次方程	12
第10课时	分式方程	14

第四章 不等式(组)

第11课时	一元一次不等式(组)	15
第12课时	一元一次不等式(组)的应用	17
单元限时检测卷(二)		221

第五章 函数及其图象

第13课时	平面直角坐标系	19
第14课时	一次函数(正比例函数)的图象与性质	20
第15课时	一次函数的应用	22
第16课时	反比例函数	25
第17课时	二次函数的图象和性质	28
第18课时	二次函数的应用	31
单元限时检测卷(三)		223

◎第二部分 图形与几何

第六章 线段、角、相交线与平行线

第19课时	线段、角、相交线	34
第20课时	平行线的判定与性质	35

第七章 三角形

第21课时	三角形的基础知识	37
第22课时	全等三角形	38
第23课时	等腰三角形	41
第24课时	直角三角形和勾股定理	43
第25课时	尺规作图	45
单元限时检测卷(四)		225

第八章 四边形

第 26 课时	多边形及其内角和	46
第 27 课时	平行四边形	47
第 28 课时	矩形、菱形、正方形	48
单元限时检测卷(五)		227

第九章 圆

第 29 课时	圆的基本性质	52
第 30 课时	直线与圆的位置关系	54
第 31 课时	弧长及扇形的面积,圆锥的侧面积和全面积	57
单元限时检测卷(六)		229

第十章 相似形

第 32 课时	相似形	60
第 33 课时	相似形的应用	63
单元限时检测卷(七)		231

第十一章 解直角三角形

第 34 课时	锐角三角函数	65
第 35 课时	解直角三角形	67
单元限时检测卷(八)		233

第十二章 图形变换

第 36 课时	轴对称与中心对称	70
第 37 课时	平移与旋转	71

第十三章 投影与视图

第 38 课时	投影与视图	74
单元限时检测卷(九)		235

◎第三部分 统计与概率

第十四章 统计与概率

第 39 课时	数据的收集、整理与描述	76
第 40 课时	数据的整理与分析	78
第 41 课时	概 率	79
单元限时检测卷(十)		237

◎第四部分 综合与实践

第 42 课时	阅读理解型问题	82
第 43 课时	开放与探究型问题	85
第 44 课时	函数应用型问题	87
第 45 课时	实验操作型问题	90
第 46 课时	二次函数综合型问题	93
第 47 课时	动态型问题	96

参考答案	239
------	-----

(3) [2016·张家界]-5 的倒数是 ()

- A. $-\frac{1}{5}$ B. $\frac{1}{5}$ C. -5 D. 5

变式跟进

填空题:

- (1)相反数等于它本身的数是_____。
(2)倒数等于它本身的数是_____。
(3)平方等于它本身的数是_____。
(4)平方根等于它本身的数是_____。
(5)绝对值等于它本身的数是_____。
(6)立方等于它本身的数是_____。
(7)立方根等于它本身的数是_____。

【点悟】(1)求一个数的相反数,直接在这个数的前面加上负号,有时需要化简得出。

(2)负数的绝对值等于它的相反数.反过来,一个数的绝对值等于它的相反数,则这个数是非正数.

(3)解与绝对值和数轴有关的问题时,常用到用字母表示数的思想,分类讨论思想和数形结合思想.

类型之三 实数的大小比较

例3 [2016·常德]下面实数比较大小正确的是 ()

- A. $3 > 7$ B. $\sqrt{3} > \sqrt{2}$
C. $0 < -2$ D. $2^2 < 3$

变式跟进

[2016·资阳] $\sqrt{27}$ 的运算结果应在哪两个连续整数之间? ()

- A. 2 和 3 B. 3 和 4 C. 4 和 5 D. 5 和 6

类型之四 科学记数法

例4 [2016·衢州]据统计,2015年“十一”国庆长假期间,衢州市共接待国内外游客约 319 万人次,与 2014 年同比增长 16.43%,数据 319 万用科学记数法表示为 ()

- A. 3.19×10^5 B. 3.19×10^6
C. 0.319×10^7 D. 319×10^6

变式跟进

[2016·宜宾]科学家在实验中检测出某微生物约长 0.000 003 5 m,将 0.000 003 5 用科学记数法表示为 ()

- A. 3.5×10^{-6} B. 3.5×10^6
C. 3.5×10^{-5} D. 35×10^{-5}

【点悟】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$,其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数.确定 n 的值的方法如下:

(1)当原数大于或等于 1 时, n 等于原数的整数位数减 1;

(2)当原数小于 1 时, n 是负整数,它的绝对值等于原数中左起第一位非零数字前零的个数(含小数点前的零).

类型之五 实数的创新应用

例5 [2016·重庆]下列图形都是由同样大小的小圆圈按一定规律所组成的,其中第(1)个图形中一共有 4 个小圆圈,第(2)个图形中一共有 10 个小圆圈,第(3)个图形中一共有 19 个小圆圈,……,按此规律排列,则第(7)个图形中小圆圈的个数为 ()

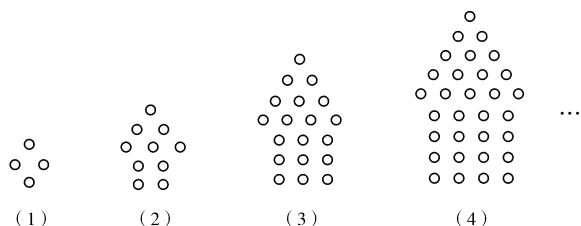


图 1-1

- A. 64 B. 77 C. 80 D. 85

课时作业

(见配套《课时作业本》P100)

第 2 课时 实数的运算

考点管理

1. 实数的运算法则

加法: (1)同号两数相加,取原来的符号,并把绝对值_____;(2)绝对值不相等的异号两数相加,取绝对值_____的加数的符号,并用较大的绝对值_____较小的绝对值;(3)互为相反数的两个数相加得_____,一个数同 0 相加,仍得这个数.

减法: 减去一个数,等于加上这个数的_____.

乘法: (1)两数相乘,同号得_____,异号得_____.

并把绝对值_____.任何数同 0 相乘都得 0.

(2) n 个不是 0 的数相乘,负因数的个数是_____时,积是正数;负因数的个数是奇数时,积是负数.

除法: (1)两数相除,同号得正,异号得负,并把绝对值_____;

(2)除以一个不为 0 的数等于乘这个数的_____;

(3)0 除以任何一个不等于 0 的数都得_____.

乘方: 求_____的积的运算,叫做乘方,乘方的结果叫做_____.在 a^n 中, a 叫做_____, n 叫做_____.

零指数幂： $a^0=1(a\neq 0)$.

负整数指数幂： $a^{-n}=\frac{1}{a^n}(a\neq 0)$, n 为正整数.

(1)注意:实数的运算顺序是先算乘方,开方,再算乘除,最后算加减;如果有括号先算括号里的,同级运算从左至右依次进行.

(2)易错点:零指数幂、负整数指数幂的意义,防止出现下面的错误,如: $3^{-2}=-\frac{1}{9}$, $2a^{-2}=\frac{1}{2a^2}$.

遇到绝对值,一般要先去掉绝对值符号,再进行计算.

2. 实数的运算律

加法交换律： $a+b=$ _____.

加法结合律： $(a+b)+c=$ _____.

乘法交换律： $ab=$ _____.

乘法结合律： $(ab)c=$ _____.

乘法分配律： $a(b+c)=$ _____.

☑ 归类探究

类型之一 实数的运算

例 1 [2016·长沙]计算： $4\sin 60^\circ - |-2| - \sqrt{12} + (-1)^{2016}$.

🔗 变式跟进

[2016·益阳]计算： $(-1)^3 + \left| -\frac{1}{2} \right| - \left(-\frac{3}{2} \right)^0 \times \left(-\frac{2}{3} \right)$.

【点悟】(1)在进行实数的混合运算时,首先要明确与实数有关的概念、性质、运算法则和运算律,要弄清按怎样的运算顺序进行.中考中,实数的混合运算常常与绝对值、锐角三角函数、二次根式结合在一起考查.

(2)要注意零指数幂和负整数指数幂的意义.负整数指数幂的运算 $a^{-p}=\frac{1}{a^p}$ ($a\neq 0$, 且 p 是正整数), 零指数幂的运算 $a^0=1(a\neq 0)$.

类型之二 实数运算的创新应用

例 2 [2016·枣庄]一列数 a_1, a_2, a_3, \dots 满足条件： $a_1=\frac{1}{2}, a_n=\frac{1}{1-a_{n-1}}$ ($n\geq 2$, 且 n 为整数), 则 $a_{2016}=\underline{\hspace{2cm}}$.

🔗 变式跟进

1. [2016·资阳]设一列数中相邻的三个数依次为 m, n, p , 且满足 $p=m^2-n$, 若这列数为 $-1, 3, -2, a, -7, b, \dots$, 则 $b=\underline{\hspace{2cm}}$.

2. [2016·临夏]古希腊数学家把数 $1, 3, 6, 10, 15, 21, \dots$ 叫做三角形数, 它有一定的规律性, 若把第一个三角形数记为 x_1 , 第二个三角形数记为 x_2, \dots , 第 n 个三角形数记为 x_n , 则 $x_n+x_{n+1}=\underline{\hspace{2cm}}$.

【点悟】解答此类新概念型问题时,要弄清楚新数或新运算的定义,在新定义下进行运算.

类型之三 实数中的数字规律问题

例 3 [2016·滨州]观察下列式子:

$$1\times 3+1=2^2,$$

$$7\times 9+1=8^2,$$

$$25\times 27+1=26^2,$$

$$79\times 81+1=80^2,$$

...

可猜想第 2 016 个式子为_____.

🔗 变式跟进

阅读材料:求 $1+2+2^2+2^3+2^4+\dots+2^{2017}$ 的值.

解:设 $S=1+2+2^2+2^3+2^4+\dots+2^{2016}+2^{2017}$, 将等式两边同时乘以 2, 得

$$2S=2+2^2+2^3+2^4+2^5+\dots+2^{2017}+2^{2018}.$$

将下式减去上式, 得 $2S-S=2^{2018}-1$.

$$\text{即 } S=2^{2018}-1.$$

$$\text{即 } 1+2+2^2+2^3+2^4+\dots+2^{2017}=2^{2018}-1.$$

请你仿照此法计算:

(1) $1+2+2^2+2^3+2^4+\dots+2^{10}$;

(2) $1+3+3^2+3^3+3^4+\dots+3^n$ (其中 n 为正整数).

【点悟】此类实数规律性问题的特点是给定一列数或等式或图形,通过必要的观察,计算,猜想,归纳,验证,利用从特殊到一般的数学思想,分析特点,探索规律,总结结论.

☑ 课时作业

(见配套《课时作业本》P101)

第二章 代数式

第3课时 整式

☑ 考点管理

1. 整式的概念

整式: _____ 和多项式统称为整式.

单项式: 数或字母的 _____, 像这样的式子叫做单项式; 单独的一个数或一个字母也是单项式.

单项式的系数: 单项式中的 _____ 叫做单项式的系数.

单项式的次数: 一个单项式中, 所有字母的 _____ 叫做这个单项式的次数.

多项式: 几个单项式的 _____ 叫做多项式.

多项式的次数: 一个多项式中, 次数最高项的 _____ 叫做这个多项式的次数.

2. 整式的加减运算

同类项: 所含 _____ 相同, 并且 _____ 也相同的项叫做同类项; 几个常数项也是同类项.

合并同类项: 把多项式中的 _____ 合并成一项, 叫做合并同类项, 合并同类项所得项的系数是合并前各同类项的系数的和, 且字母部分不变.

注意: (1) 只有同类项才能合并;
(2) 在合并同类项时, 把同类项的系数相加, 字母和字母的指数不变.

整式的加减: 一般地, 几个整式相加减, 如果有括号就先 _____, 然后再 _____.

3. 幂的运算法则

同底数幂乘法: 同底数幂相乘, 底数不变, 指数相加, 即 $a^m \cdot a^n = \underline{\hspace{2cm}}$ (m, n 都为整数).

幂的乘方: 幂的乘方, 底数不变, 指数相乘, 即 $(a^m)^n = \underline{\hspace{2cm}}$ (m, n 都为整数).

积的乘方: 积的乘方等于把积的每一个因式分别乘方, 再把乘方的幂相乘, 即 $(ab)^n = \underline{\hspace{2cm}}$ (n 为整数).

同底数幂除法: 同底数幂相除, 底数不变, 指数相减, 即 $a^m \div a^n = \underline{\hspace{2cm}}$ ($a \neq 0, m, n$ 都为整数).

注意: 不要把同底数幂的乘法与整式的加减相混淆, 不要出现下面的错误: $a^2 + a^3 = a^5$.

4. 整式的乘法

单项式与单项式相乘: 把相同字母的指数分别 _____, 对于只在一个单项式里含有的字母, 则连同它的指数作为积的一个因式.

单项式与多项式相乘: 用单项式去乘多项式的每一项, 再把所得的积相加, 即 $m(a+b+c) = \underline{\hspace{2cm}}$.

多项式与多项式相乘: 先用一个多项式的每一项乘另一个多项式的每一项, 再把所得的积相加, 即 $(m+n)(a+b) = \underline{\hspace{2cm}}$.

单项式的除法: 把系数与同底数幂分别相除作为商的因式, 对于只在被除式里含有的字母, 则连同它的指数作为商的 _____.

多项式除以单项式: 先把这个多项式的每一项除以这个单项式, 再把所得的商相加, 即 $(ma+mb+mc) \div m = ma \div m + mb \div m + mc \div m = \underline{\hspace{2cm}}$.

5. 乘法公式

平方差公式: $(a+b)(a-b) = \underline{\hspace{2cm}}$.

完全平方公式: $(a \pm b)^2 = \underline{\hspace{2cm}}$.

恒等变换: $a^2 + b^2 = (a+b)^2 + \underline{\hspace{2cm}} = (a-b)^2 + \underline{\hspace{2cm}}$.

注意: 不要犯类似下面的错误:
 $(a+b)^2 = a^2 + b^2, (a-b)^2 = a^2 - b^2$.

☑ 归类探究

类型之一 同类项的概念

例1 [2016·潍坊] 若 $3x^{2n}y^m$ 与 $x^{4-n}y^{n-1}$ 是同类项, 则 $m+n = \underline{\hspace{2cm}}$.

变式跟进

[2016·临夏] 如果单项式 $2x^{m+2n}y^{n-2m+2}$ 与 x^5y^7 是同类项, 那么 n^m 的值是 _____.

【点悟】 (1) 同类项必须符合两个条件: 第一, 所含字母相同, 第二, 相同字母的指数也相同; (2) 根据同类项的概念列方程(组)是解此类题的一般方法.

类型之二 整式的运算

例2 [2016·邵阳] 先化简, 再求值: $(m-n)^2 - m(m-2n)$, 其中 $m = \sqrt{3}, n = \sqrt{2}$.

【点悟】 (1) 对于整式的加、减、乘、除、乘方运算, 要充分理解其运算法则, 注意运算顺序, 正确应用乘法公式以及整体和分类讨论等数学思想;

(2) 在应用乘法公式时, 要充分理解乘法公式的结构特点, 分析代数式是否符合乘法公式的结构.

变式跟进

1. [2015·重庆]化简下面的式子:

$$2(a+1)^2+(a+1)(1-2a).$$

2. [2016·衡阳]先化简,再求值: $(a+b)(a-b)+(a+b)^2$,其中 $a=-1, b=\frac{1}{2}$.

类型之三 整式的规律型问题

例3 [2015·济宁]若 $1 \times 2^2 - 2 \times 3^2 = -1 \times 2 \times 7$;

$$(1 \times 2^2 - 2 \times 3^2) + (3 \times 4^2 - 4 \times 5^2) = -2 \times 3 \times 11;$$

$$(1 \times 2^2 - 2 \times 3^2) + (3 \times 4^2 - 4 \times 5^2) + (5 \times 6^2 - 6 \times 7^2) = -3 \times 4 \times 15;$$

$$\text{则 } (1 \times 2^2 - 2 \times 3^2) + (3 \times 4^2 - 4 \times 5^2) + \dots + [(2n-1)(2n)^2 - 2n(2n+1)^2] = \underline{\hspace{2cm}}.$$

第4课时 因式分解

考点管理

1. 因式分解的概念

因式分解:把一个多项式化为几个_____的形式,像这样的式子变形,叫做把这个多项式因式分解,因式分解与整式乘法互为逆变形.

注意:因式分解分解的是多项式,分解的结果是积的形式.

2. 因式分解的方法

公因式:一个多项式的各项都含有的公共的_____,叫做这个多项式各项的公因式.

注意:公因式应满足:系数是各项系数的最大公约数,字母取各项相同的字母,且相同字母的次数就低不就高.

提公因式法:一般地,如果多项式的各项有_____,可以把这个公因式提到括号外面,将多项式写成因式乘积的形式,即 $ma+mb+mc = \underline{\hspace{2cm}}$.

注意:提取公因式时,若有一项全部提出,括号内的项应是1,而不是0.

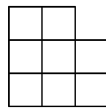
变式跟进

1. [2016·临沂]用大小相等的小正方形按一定规律拼成下列图形,则第 n 个图形中小正方形的个数是

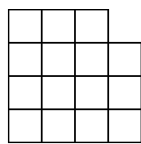
()



第1个图形



第2个图形



第3个图形

图 3-1

A. $2n+1$ B. n^2-1 C. n^2+2n D. $5n-2$

2. 观察下列各式的计算过程:

$$5 \times 5 = 0 \times 1 \times 100 + 25,$$

$$15 \times 15 = 1 \times 2 \times 100 + 25,$$

$$25 \times 25 = 2 \times 3 \times 100 + 25,$$

$$35 \times 35 = 3 \times 4 \times 100 + 25,$$

...

请猜测,第 n 个算式(n 为正整数)应表示为_____.

【点悟】解决整式的规律型问题应充分发挥数形结合的作用,从分析图形或算式的结构入手,分析其形成过程,从简单到复杂,进行归纳猜想,从而获得隐含的数学规律,并用代数式进行描述.

课时作业

(见配套《课时作业本》P105)

公式法:平方差公式: $a^2-b^2 = \underline{\hspace{2cm}}$;

完全平方公式: $a^2 \pm 2ab + b^2 = \underline{\hspace{2cm}}$.

二次三项式型: $x^2+(p+q)x+pq = \underline{\hspace{2cm}}$.

方法:分解因式时,首先应考虑是否有公因式,如果有公因式,一般要先提取公因式,然后再考虑是否能用公式法分解.

归类探究

类型之一 因式分解

例1 [2016·聊城]把 $8a^3-8a^2+2a$ 进行因式分解,结果正确的是 ()

A. $2a(4a^2-4a+1)$ B. $8a^2(a-1)$

C. $2a(2a-1)^2$ D. $2a(2a+1)^2$

变式跟进

1. [2016·丽水]分解因式:

$$am-3a = \underline{\hspace{2cm}}.$$

2. [2016·甘肃白银]分解因式:

$$2x^2-8 = \underline{\hspace{2cm}}.$$

3. [2016·湘西]分解因式:

$$x^2 - 4x + 4 = \underline{\hspace{2cm}}.$$

4. [2016·威海]分解因式:

$$(2a+b)^2 - (a+2b)^2 = \underline{\hspace{2cm}}.$$

【点悟】(1)因式分解时有公因式的要先提取公因式,再考虑是否能用公式法或其他方法继续分解.

(2)提公因式时,若括号内合并的项有公因式应再次提取;注意符号的变换 $y-x=-(x-y)$, $(y-x)^2=(x-y)^2$.

(3)应用公式法因式分解时,要牢记平方差公式和完全平方公式及其特点.

(4)因式分解要分解到每一个多项式都不能再分解为止.

类型之二 因式分解的应用

例2 [2017·中考预测]已知 $ab=2$, $a-2b=-3$, 则 $a^3b-4a^2b^2+4ab^3$ 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

变式跟进

设 $y=kx$, 是否存在实数 k , 使得代数式 $(x^2-y^2)(4x^2-y^2)+3x^2(4x^2-y^2)$ 能化简为 x^4 ? 若能, 请求出所有满足条件的 k 的值; 若不能, 请说明理由.

【点悟】(1)因式分解的运用:利用因式分解解决求值问题;利用因式分解解决证明问题;利用因式分解解决简化计算问题.

(2)两数的和、差、平方和、平方差、积都与乘法公式有联系,此类问题一般先因式分解,再通过整体代入法进行求值.

类型之三 因式分解的开放创新题

例3 给出三个单项式: $a^2, b^2, 2ab$.

(1)在上面三个单项式中任选两个相减,并进行因式分解;

(2)当 $a=2\ 015, b=2\ 016$ 时,求代数式 a^2+b^2-2ab 的值.

【点悟】求多项式的值之类的问题,不宜直接代入数值计算,要先运用因式分解或其他方法化简,再代入数值计算就方便多了.

课时作业

(见配套《课时作业本》P106)

第5课时 分式

考点管理

1. 分式的概念

分式: 一个整式 f 除以一个非零整式 g (g 中含有字母), 所得的商记作 $\frac{f}{g}$, 把代数式 $\frac{f}{g}$ 叫做

注意: (1)分母中必须含有字母,而分子可以含字母也可以不含字母.

(2)分母不能为0.

2. 分式 $\frac{f}{g}$ 的值为零, 分式 $\frac{f}{g}$ 的值不存在的条件

值为零: 当 $\underline{\hspace{2cm}}$ 且分母 $g \neq 0$ 时, 分式的值为0.

值不存在: 当分母 $g=0$ 时, 分式的值不存在, 此时, 也说分式无意义.

3. 分式的基本性质

性质: 分式的分子与分母都乘同一个非零整式, 所得分式与原分式相等. 即对于分式 $\frac{f}{g}$, 有 $\frac{f}{g} =$

$$\frac{f \cdot h}{g \cdot h} (h \neq 0).$$

说明: 对于分式 $\frac{f}{g}$, 有 $\frac{f}{g} = \frac{f \cdot h}{g \cdot h} (h \neq 0)$.

(1)从左到右看表明: 分式的分子与分母都乘同一个非零整式, 所得分式与原分式相等.

(2)从右到左看表明: 分式的分子与分母都除以它们的一个公因式, 所得分式与原分式相等.

4. 约分、最简分式、通分、最简公分母

约分: 根据分式的基本性质, 把一个分式的分子与分母的 $\underline{\hspace{2cm}}$ 约去 (即分子与分母都除以它们的公因式), 叫做分式的约分.

最简分式: 分子与分母没有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 的分式叫做最简分式.

通分: 根据分式的基本性质, 把几个异分母的分式化成同分母的分式的过程, 叫做分式的通分.

最简公分母: 通分时, 关键是确定公分母. 一般取各分母的所有因式的最高次幂的积作为公分母, 这样的公分母称为最简公分母.

5. 分式的运算法则

乘法法则: 分式乘分式, 把分子乘分子、分母乘分母分别作为积的分子、分母, 即 $\frac{f}{g} \cdot \frac{u}{v} = \underline{\hspace{2cm}}$.

除法法则:分式除以分式,把除式的分子、分母颠倒位置后,与被除式相乘,即如果 $u \neq 0$,则规定 $\frac{f}{g} \div$

$$\frac{u}{v} = \frac{f}{g} \cdot \frac{gv}{gu} = \frac{fv}{gu}$$

注意:(1)除法转化为乘法后,不要急于相乘,而要把各个多项式因式分解后,分子与分母约去公因式,再做乘法.

(2)分式运算的结果要化成最简分式或整式.

分式的乘方:对于任意一个正整数 n ,有 $\left(\frac{f}{g}\right)^n =$ _____,

即分式的乘方是把分子、分母各自乘方.

分式的加减:(1)同分母分式相加减:分母 _____,把分子 _____,即 $\frac{f}{g} \pm \frac{h}{g} =$ _____.

(2)异分母分式相加减:先通分,将异分母化成 _____,然后利用同分母的分式加减法的运算法则进行运算.

分式的混合运算:先算乘方,再算乘除,最后算加减,有括号的先算括号内,再算括号外,同级运算从左到右进行.

归类探究

类型之一 使分式有意义的条件

例 1 [2016·重庆]函数 $y = \frac{1}{x+2}$ 中, x 的取值范围是 _____ ()

- A. $x \neq 0$ B. $x > -2$ C. $x < -2$ D. $x \neq -2$

变式跟进

1. [2016·衡阳]如果分式 $\frac{3}{x-1}$ 有意义,则 x 的取值范围是 _____ ()

- A. 全体实数 B. $x \neq 1$
C. $x = 1$ D. $x > 1$

2. [2016·温州]若分式 $\frac{x-2}{x+3}$ 的值为 0,则 x 的值是 _____ ()

- A. -3 B. -2 C. 0 D. 2

【点悟】(1)分式有意义的条件是分母不为 0;

(2)分式的值为零的条件是:分式的分子为零,分母不为零.

类型之二 分式的基本性质的运用

例 2 [2016·滨州]下列分式中,最简分式是 _____ ()

- A. $\frac{x^2-1}{x^2+1}$ B. $\frac{x+1}{x^2-1}$
C. $\frac{x^2-2xy+y^2}{x^2-xy}$ D. $\frac{x^2-36}{2x+12}$

类型之三 分式的化简与计算

例 3 [2016·巴中]先化简: $\frac{x^2+x}{x^2-2x+1} \div \left(\frac{2}{x-1} - \frac{1}{x}\right)$,然后再从 $-2 < x \leq 2$ 的范围内选取一个合适的 x 的整数值代入求值.

变式跟进

1. [2016·成都]化简: $\left(x - \frac{1}{x}\right) \div \frac{x^2-2x+1}{x^2-x}$.

2. [2016·广安]先化简,再求值: $\left(\frac{x}{x-3} - \frac{1}{x-3}\right) \div \frac{x^2-1}{x^2-6x+9}$,其中 x 满足 $2x+4=0$.

【点悟】(1)开放型化简求值问题,题目中给定几个数字,要考虑使代数式有意义的条件,不要盲目代入.(2)解有条件的分式化简与求值时,除了要利用整式化简求值的知识方法外,还常常用到如下的技巧:①取倒数或利用倒数关系;②整体代入;③拆项变形或拆分变形等.

课时作业

(见配套《课时作业本》P107)

第 6 课时 二次根式

考点管理

1. 二次根式的概念

定义:形如 _____ 的式子叫做二次根式.

注意:被开方数 a 只能是正数或 0.

2. 最简二次根式的概念

定义:同时满足:(1)被开方数不含 _____, (2)被开方数中不含 _____,符合这两个条件的二次根式叫做最简二次根式.

3. 二次根式的性质

非负性: \sqrt{a} ($a \geq 0$) 是一个 _____, 并且 a 也是 _____.

重要公式:(1) $(\sqrt{a})^2 =$ _____ ($a \geq 0$).

$$(2) \sqrt{a^2} = |a| = \begin{cases} \text{_____} & (a \geq 0), \\ \text{_____} & (a < 0). \end{cases}$$

积的算术平方根： $\sqrt{ab} = \underline{\hspace{2cm}}$ ($a \geq 0, b \geq 0$).

商的算术平方根： $\sqrt{\frac{a}{b}} = \underline{\hspace{2cm}}$ ($a \geq 0, b > 0$).

4. 二次根式的运算

二次根式的加减：先将二次根式化成 二次根式，再将 的二次根式进行合并.

二次根式的乘法： $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \underline{\hspace{2cm}}$ ($a \geq 0, b \geq 0$).

二次根式的除法： $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \underline{\hspace{2cm}}$ ($a \geq 0, b > 0$).

注 意：二次根式运算的最后结果应化为 .

☑ 归类探究

类型之一 平方根、立方根与算术平方根

例 1 (1)[2016·怀化] $(-2)^2$ 的平方根是 ()

A. 2 B. -2 C. ± 2 D. $\sqrt{2}$

(2)[2017·中考预测] $\sqrt{16}$ 的平方根是 ()

A. ± 4 B. 4 C. ± 2 D. 2

类型之二 二次根式的概念

例 2 [2016·自贡]若代数式 $\frac{\sqrt{x-1}}{x}$ 有意义，则 x 的取值范围是 .

🔗 变式跟进

1. [2016·衢州]二次根式 $\sqrt{x-3}$ 中字母 x 的取值范围是 .

2. 使函数 $y = \sqrt{x+2} + \frac{1}{(x-1)(x+2)}$ 有意义的自变量 x 的取值范围是 .

【点悟】 解决此类有意义的条件问题主要根据二次根式的被开方数大于或等于零，以及分式的分母不为零等列不等式组，转化为求不等式组的解集.

类型之三 二次根式的计算

例 3 [2016·盐城]计算： $(3-\sqrt{7})(3+\sqrt{7}) + \sqrt{2}(2-\sqrt{2})$.

【点悟】 (1)利用二次根式的性质，先把每个二次根式化简，然后进行运算；

(2)在中考中，二次根式常与零指数幂、负整数指数幂、三角函数、绝对值等结合在一起考查.

类型之四 二次根式的化简

例 4 [2016·广东]先化简，再求值： $\frac{a+3}{a}$.

$\frac{6}{a^2+6a+9} + \frac{2a-6}{a^2-9}$ ，其中 $a = \sqrt{3} - 1$.

🔗 变式跟进

[2015·德州]先化简，再求值： $\frac{a^2-b^2}{a} \div (a - \frac{2ab-b^2}{a})$ ，其中 $a = 2 + \sqrt{3}$, $b = 2 - \sqrt{3}$.

【点悟】 (1)此类分式与二次根式综合化简求值问题，一般先化简再代入求值；

(2)最后的结果要化为最简二次根式或整式.

类型之五 二次根式的非负性

例 5 [2016·自贡]若 $\sqrt{a-1} + b^2 - 4b + 4 = 0$ ，则 ab 的值等于 ()

A. -2 B. 0 C. 1 D. 2

【点悟】 (1)常见的有三种类型的非负数：绝对值、平方、二次根式(算术平方根)；

(2)几个非负数的和等于0，则这几个数都为0.

🔗 变式跟进

1. [2016·烟台]已知 $|x-y+2| + \sqrt{x+y-2} = 0$ ，则 $x^2 - y^2$ 的值为 .

2. 若实数 x, y 满足 $|x-4| + \sqrt{y-8} = 0$ ，则以 x, y 的值为边长的等腰三角形的周长为 .

3. [2017·中考预测]已知 x, y 为实数，且 $y = \sqrt{x^2-9} - \sqrt{9-x^2} + 4$ ，则 $x-y = \underline{\hspace{2cm}}$.

4. 已知实数 a 满足 $|2016-a| + \sqrt{a-2017} = a$ ，求 $a-2016^2$ 的值.

☑ 课时作业

(见配套《课时作业本》P108)

第三章 方程与方程组

第7课时 一元一次方程及应用

☑ 考点管理

1. 等式的概念及性质

等式:表示相等关系的式子叫做等式.

等式性质:(1)等式两边加(或减)同一个数(或式子),结果仍相等.即如果 $a=b$,那么 $a\pm c=$ _____.

(2)等式两边乘同一个数,或除以同一个不为0的数,结果仍相等.即如果 $a=b$,那么 $ac=$ _____ ;如果 $a=b, c\neq 0$,那么 $\frac{a}{c}=$ _____.

2. 一元一次方程的概念

方程:含有_____的等式叫做方程.

方程的解:使方程中等号左右两边相等的未知数的值叫做方程的解,只含有一个未知数的方程的解,也叫方程的根.

解方程:求方程的解的过程叫做解方程.

一元一次方程:只含有_____未知数,并且未知数的最高次数是_____的整式方程,叫做一元一次方程.

一元一次方程的一般形式:_____ ($a\neq 0$).

3. 一元一次方程的解法

一般步骤:_____,_____,移项,_____,_____,系数化为1.

- 易错点**:(1)去分母时不要漏乘其中的常数项;
(2)去括号时要注意不要漏乘括号内的任何一项,括号前面是“-”号,去括号时括号内各项都要改变符号;
(3)移项时注意变号.

☑ 归类探究

类型之一 等式的概念及性质

例1 如图7-1,天平中的物体 a, b, c 使天平处于平衡状态,则质量最大的物体是_____.

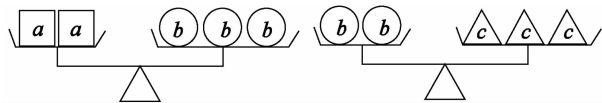


图7-1

【点悟】当天平的左右两边的质量相等时,天平就处于平衡状态,即可找到等量关系.

类型之二 一元一次方程的有关概念

例2 [2017·中考预测]已知关于 x 的方程 $2x+a-5=0$ 的解是 $x=2$,则 a 的值为_____.

☞ 变式跟进

已知1是关于 x 的方程 $x-2m=0$ 的解,则 m 的值为_____.

【点悟】已知方程的解,求其中字母的值,常根据方程的解的定义,把解代入原方程即可求出字母的值.

类型之三 一元一次方程的解法

例3 [2016·株洲]在解方程 $\frac{x-1}{3}+x=\frac{3x+1}{2}$ 时,方程两边同时乘以6,去分母后,正确的是 ()

- A. $2x-1+6x=3(3x+1)$
- B. $2(x-1)+6x=3(3x+1)$
- C. $2(x-1)+x=3(3x+1)$
- D. $(x-1)+x=3(3x+1)$

☞ 变式跟进

依据下列解方程 $\frac{0.3x+0.5}{0.2}=\frac{2x-1}{3}$ 的过程,请在前面的括号内填写变形步骤,在后面的括号内填写变形依据.

解:原方程可变形为 $\frac{3x+5}{2}=\frac{2x-1}{3}$ (_____);

去分母,得 $3(3x+5)=2(2x-1)$ (_____);

去括号,得 $9x+15=4x-2$ (_____);

(_____),得 $9x-4x=-15-2$ (_____);

合并,得 $5x=-17$ (合并同类项法则);

(_____),得 $x=-\frac{17}{5}$ (_____).

【点悟】解一元一次方程的一般步骤是去分母、去括号、移项、合并同类项、系数化为1.

类型之四 一元一次方程的应用

例4 [2015·深圳]为增强居民节约用水意识,深圳市在2011年开始对供水范围内的居民用水实行“阶梯收费”,具体收费标准如下表:

一户居民一个月用水量记为 $x \text{ m}^3$	水费单价 (单位:元/ m^3)
$x \leq 22$	a
超出 22 m^3 的部分	$a + 1.1$

某户居民四月份用水 10 m^3 时,缴纳水费 23 元.

(1)求 a 的值;

(2)若该户居民五月份所缴水费为 71 元,求该户居民五月份的用水量.

【点悟】列一元一次方程解决求两个量的问题的基本方法是,先设一个未知量为 x ,再根据其中的一个等量关系用含 x 的代数式表示另一个量,然后根据另一个相等的关系列出方程.

☑ 课时作业

(见配套《课时作业本》P113)

第 8 课时 二元一次方程组

☑ 考点管理

1. 二元一次方程的有关概念

定义:含有_____未知数,并且含有未知数的项的次数都是_____的整式方程.

二元一次方程的解:使二元一次方程两边的值_____的两个未知数的值,叫做二元一次方程的解.

2. 二元一次方程组的有关概念

定义:把两个含有相同未知数的二元一次方程合在一起就组成一个二元一次方程组.

二元一次方程组的解:一般地,二元一次方程组的两个方程的_____,叫做二元一次方程组的解.

3. 二元一次方程组的解法

代入消元法:在二元一次方程组中选取一个适当的方程,将一个未知数用_____表示出来,再_____另一个方程,消去一个未知数得到一元一次方程,求出这个未知数的值,进而求得这个二元一次方程组的解,这种方法叫做代入消元法,简称代入法.

易错点:(1)在用代入消元法求解时,不能正确地用其中一个未知数去表示另一个未知数;

(2)在求一个未知数时,还原代入了原方程.

加减消元法:两个二元一次方程中同一未知数的系数互为相反数或相等时,将两个方程的两边分别_____或相减,从而消去这个未知数,得到一个一元一次方程,这种求二元一次方程组的解的方法叫做加减消元法,简称加减法.

方法:在解二元一次方程组时,也常用整体代入、换元等方法来解决.

4. 运用二元一次方程组解决实际问题

步骤:(1)设两个未知数 x, y ;

(2)根据已知条件列出与未知数的个数相等的两个独立方程组成的方程组;

(3)解方程组;

(4)检验求得的未知数的值是否符合实际意义.

5. 三元一次方程组的概念和解法

定义:含有_____未知数,每个方程中含未知数的项的次数都是_____,并且一共有_____方程,像这样的方程组叫做三元一次方程组.

思路:用代入法、加减法消去一个未知数,化成二元一次方程组,再解这个二元一次方程组,一般步骤是:

三元一次方程组 $\xrightarrow{\text{消元}}$ 二元一次方程组 $\xrightarrow{\text{消元}}$ 一元一次方程.

☑ 归类探究

类型之一 二元一次方程(组)的有关概念

例 1 [2016·成都] 已知 $\begin{cases} x=3, \\ y=-2 \end{cases}$ 是方程组

$\begin{cases} ax+by=3, \\ bx+ay=-7 \end{cases}$ 的解,则代数式 $(a+b)(a-b)$ 的值为_____.

【点悟】二元一次方程组的解适合方程组中的每一个方程,只要把解代入原方程组,可利用解方程组的方法求出待定字母.

变式跟进

[2017·中考预测]甲、乙两人共同解方程组

$$\begin{cases} ax+5y=15 & \text{①,} \\ 4x-by=-2 & \text{②.} \end{cases}$$

由于甲看错了方程①中的 a , 得到方

程组的解为 $\begin{cases} x=-3, \\ y=-1; \end{cases}$ 乙看错了方程②中的 b , 得到方程

组的解为 $\begin{cases} x=5, \\ y=4. \end{cases}$

(1) 求出 a, b 的值;

(2) 求 $2a-3b+5$ 的立方根.

类型之二 二元一次方程组的解法

例 2 [2016·金华]解方程组: $\begin{cases} x+2y=5, \\ x+y=2. \end{cases}$

变式跟进

[2016·无锡]解方程组: $\begin{cases} 2x=3-y, & \text{①} \\ 3x+2y=2. & \text{②} \end{cases}$

【点悟】当两个方程中的某个未知数的系数相等(或互为相反数),或者相应系数之间存在倍数关系时,一般采用加减消元法求解,其步骤是运用等式性质,把某一个未知数的系数化成相同的数(或相反数),通过相减(或相加)消去一个未知数,达到消元求解的目的.

类型之三 利用二元一次方程组解决生活实际问题

例 3 [2016·邵阳]为了响应“足球进校园”的号召,某校计划为学校足球队购买一批足球,已知购买 2 个 A 品牌的足球和 3 个 B 品牌的足球共需 380 元,购买 4 个 A 品牌的足球和 2 个 B 品牌的足球共需 360 元.

(1) 求 A, B 两种品牌的足球的单价.

(2) 求该校购买 20 个 A 品牌的足球和 2 个 B 品牌的足球的总费用.



图 8-1

变式跟进

[2015·湘西]湘西自治州风景优美,物产丰富,一外地游客到某特产专营店准备购买精加工的豆腐乳和猕猴桃果汁两种盒装特产.若购买 3 盒豆腐乳和 2 盒猕猴桃果汁共需 180 元;购买 1 盒豆腐乳和 3 盒猕猴桃果汁共需 165 元.

(1) 请分别求出每盒豆腐乳和每盒猕猴桃果汁的价格.

(2) 该游客购买了 4 盒豆腐乳和 2 盒猕猴桃果汁,共需多少元?

【点悟】本题考查了二元一次方程组的应用,解答本题的关键是读懂题意,找出合适的等量关系,列方程求解.

课时作业

(见配套《课时作业本》P115)

第9课时 一元二次方程

☑ 考点管理

1. 一元二次方程的概念

定义:含有_____个未知数,并且未知数的最高次数为_____的整式方程,其一般形式为_____.

注意:一元二次方程的一般形式中的隐含条件为_____.

2. 一元二次方程的解法

直接开平方法:它适合于形式为 $(x+a)^2=b(b\geq 0)$ 或 $(ax+b)^2=(cx+d)^2$ 的方程.

配方法:通过配成完全平方形式解一元二次方程的方法,叫做配方法.

步骤:对于方程 $ax^2+bx+c=0(a\neq 0)$;
(1)化二次项系数为1,得 $x^2+\underline{\hspace{2cm}}=0$;
(2)移项,得 $x^2+\frac{b}{a}x=\underline{\hspace{2cm}}$;
(3)配方,得 $x^2+\frac{b}{a}x+\underline{\hspace{2cm}}=\underline{\hspace{2cm}}-\frac{c}{a}$;
(4)整理,得 $(x+\frac{b}{2a})^2=\underline{\hspace{2cm}}$;
(5)直接开平方,得 $x+\frac{b}{2a}=\underline{\hspace{2cm}}$;
(6)移项,得 $x=\underline{\hspace{2cm}}$.

注意:配方的关键是在方程两边同时加上一次项系数的一半的平方.

公式法:一元二次方程 $ax^2+bx+c=0(a\neq 0)$ 的求根公式是_____.

步骤:(1)将方程化成 $ax^2+bx+c=0(a\neq 0)$ 的形式;
(2)确定 a, b, c 的值;
(3)求出 b^2-4ac 的值;
(4)若 $b^2-4ac\geq 0$ 时,则代入求根公式,得出 x_1, x_2 ;若 $b^2-4ac<0$,则方程无实数解.

因式分解法:把方程化为 $ab=0$ 的形式,得 $a=0$ 或 $b=0$.

注意:因式分解的常用方法有提公因式法、公式法.

3. 一元二次方程根的判别式

关系:关于 x 的一元二次方程 $ax^2+bx+c=0(a\neq 0)$ 的根的判别式是 b^2-4ac .

- (1) $b^2-4ac>0\iff$ 方程_____的实数根;
(2) $b^2-4ac=0\iff$ 方程_____的实数根;
(3) $b^2-4ac<0\iff$ 方程_____实数根.

注意:在使用根的判别式解决问题时,如果二次项系数中含有字母,要加上二次项系数不为0这个限制条件.

4. 一元二次方程根与系数的关系

根与系数的关系:一元二次方程 $ax^2+bx+c=0(a\neq 0)$ 的两个根为 x_1, x_2 ,则 $x_1+x_2=-\frac{b}{a}$,
 $x_1x_2=\frac{c}{a}$.

注意:(1)一元二次方程的根与系数的关系为:两根的和等于一次项系数与二次项系数的比的相反数,两根的积等于常数项与二次项系数的比;
(2)利用一元二次方程的根与系数的关系时,要注意根的判别式需要满足 $b^2-4ac\geq 0$.

☑ 归类探究

类型之一 一元二次方程及其解的概念

例1 [2015·永州]已知关于 x 的一元二次方程 $x^2+x+m^2-2m=0$ 有一个实数根为 -1 ,求 m 的值及方程的另一实根.

【点悟】(1)含一个未知数,并且未知数的最高次数为2的整式方程叫做一元二次方程,其一般式为 $ax^2+bx+c=0(a\neq 0)$.

(2)本题考查的是方程根的含义,若已知方程的根,求方程中的其他字母的值,可以直接将这个根代入方程.

☑ 变式跟进

1. [2016·枣庄]已知关于 x 的方程 $x^2+3x+a=0$ 有一个根为 -2 ,则另一个根为_____ ()

- A. 5 B. -1 C. 2 D. -5

2. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2-bx+c=0$ 的两根分别为 $x_1=1, x_2=-2$,则 b 与 c 的值分别为_____ ()

- A. $b=-1, c=2$ B. $b=1, c=-2$
C. $b=1, c=2$ D. $b=-1, c=-2$

类型之二 一元二次方程的解法

例 2 [2016·山西]解方程: $2(x-3)^2=x^2-9$.

变式跟进

1. [2016·淄博]解方程: $x^2+4x-1=0$.

2. 解方程: $3x(x-2)=2(2-x)$.

【点悟】解一元二次方程的方法有直接开方法,因式分解法,配方法,公式法等.一般地,在不能直接用因式分解法时,可选择配方法或公式法来解.

类型之三 一元二次方程根的判别式

例 3 [2016·聊城]如果关于 x 的一元二次方程 $kx^2-3x-1=0$ 有两个不相等的实数根,那么 k 的取值范围是_____.

变式跟进

1. [2016·成都]已知关于 x 的方程 $3x^2+2x-m=0$ 没有实数解,求实数 m 的取值范围.

2. [2017·中考预测]已知关于 x 的方程 $(m-2)x^2-2(m-1)x+m+1=0$.当 m 为何非负整数时:

- (1)方程只有一个实数根?
- (2)方程有两个相等的实数根?
- (3)方程有两个不相等的实数根?

类型之四 (选学)一元二次方程根与系数的关系

例 4 [2016·南充]已知关于 x 的一元二次方程 $x^2-6x+(2m+1)=0$ 有实数根.

(1)求 m 的取值范围;

(2)如果方程的两个实数根为 x_1, x_2 ,且 $2x_1x_2+x_1+x_2 \geq 20$,求 m 的取值范围.

变式跟进

1. [2016·黄冈]若方程 $3x^2-4x-4=0$ 的两个实数根分别为 x_1, x_2 ,则 $x_1+x_2=$ ()

- A. -4 B. 3 C. $-\frac{4}{3}$ D. $\frac{4}{3}$

2. [2016·宜宾]已知一元二次方程 $x^2+3x-4=0$ 的两根为 x_1, x_2 ,则 $x_1^2+x_1x_2+x_2^2=$ _____.

【点悟】(1)用根与系数的关系求字母的值时,要代入 b^2-4ac 检验是否满足 $b^2-4ac \geq 0$;

(2)一元二次方程根与系数的关系常用于求有关的代数式的值,体现了整体思想.

类型之五 一元二次方程的应用

例 5 [2015·长沙]现代互联网技术的广泛应用,催生了快递行业的快速发展,据调查,长沙市某家小型大学生自主创业的快递公司,今年3月份与5月份完成投递的快递总件数分别为10万件和12.1万件,现假定该公司每月投递的快递总件数的增长率相同.

(1)求该快递公司投递总件数的月平均增长率.

(2)如果平均每人每月最多可投递0.6万件,那么该公司现有的21名快递投递业务员能否完成今年6月份的快递投递任务?如果不能,请问至少需要增加几名业务员?

【点悟】本题考查了一元二次方程的应用,解题的关键是根据题目中的等量关系列出方程.

课时作业

(见配套《课时作业本》P116)