JIAOCAIJIEDU

教材解读

源于教材 高于教材

SHU XUE

数学 九年级下册 湘教版

9

湖南教育出版社

JIAOCAIJIEDU

教材解读

源于教材 高于教材

数学 九年级下册 湘教版

SHU XUE 9

湖南教育出版社

图书在版编目（CIP）数据

教材解读．数学九年级．下册 ：湘教版 /《教材解读》编写组编．— 长沙 ：湖南教育出版社，2016.1
ISBN 978-7-5539-3509-6

Ⅰ．①教… Ⅱ．①教… Ⅲ．①中学数学课－初中－教学参考资料 Ⅳ．① G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2016）第 000221 号

教材解读
数　学
九年级下册（湘教版）
《教材解读》编写组　编

责任编辑：邹楚林
出版发行：湖南教育出版社出版发行（长沙市韶山北路 443 号）
网　　址：http://www.hneph.com
电子邮箱：hnjycbs@sina.com　　微信号：多点学习
客　　服：电话 0731-85486979
总 经 销：湖南省新华书店经销
印刷装订：益阳市顺鑫印务有限公司印制

开　　本：787×1092mm　1/16
印　　张：8
字　　数：160 千字

版　　次：2016 年 1 月第 1 版　　2016 年 1 月第 1 次印刷
书　　号：ISBN 978-7-5539-3509-6
定　　价：18.80 元

PREFACE 前言

《教材解读》是一套与现行小学、初中最新教材同步的助学助教类系列丛书。本丛书以“全、细、新、实”为宗旨，内容覆盖教材上所有知识点，对重点、难点、考点详尽解读，兼具知识性与趣味性、典型性与拓展性。

《教材解读》系列丛书集合了众多名牌中小学特级教师和资深教研员的优秀成果，为学生打造出一个自主互动的学习平台。本丛书是学生夯实基础知识、掌握方法技巧的重要辅导资料，也是老师把握教材知识的优秀参考资料；是学生学习和考试的良师，是老师备课和教学的益友。本丛书具有以下几个鲜明特点：

1. 内容全

对教材知识全方位、立体化归纳总结。真正做到了“一册在手，学习内容全都有”，不仅整合了教材上明确列出的必学内容，而且提炼了和实际运用息息相关的隐含知识，注意了课内与课外、课本与生活的联系，触类旁通，形成知识点的全面覆盖。

2. 讲解细

对教材细致入微地讲解。对重点、难点、易错易混点、拓展延伸点等都进行了详细分析。全面讲解了教材中的每一个知识点，由表及里，由易到难，真正做到了课文讲解周密细致，重难点梳理精准易懂，易错易混点剖析透彻，拓展延伸点深入浅出。

3. 题目新

以新课标为导向，以新考纲为依据，结合最新教材来设置题目，讲练结合，以巩固所学知识。所设题目均为近年来考试中的最新题型，以及生活中出现的最新问题，做到紧扣考题趋势，紧贴能力要求，紧跟时代特点，巩固练习、讲练结合。

4. 体例实

结合教学要求和课程进度安排设计体例，包含了课堂、课后等环节，对学生学习的全过程进行了指导，科学实用，既有利于学生随堂学习，又有利于学生课后自主学习。

全解精练、自主互动、整合突破、拓展创新是《教材解读》撰写的四大理念，它充分体现了新课标生本位的自主学习、学用结合、知能结合、发散思维、培养创新能力的目标要求，充分体现了学习的科学程序和认知规律。在这个基础上，《教材解读》已经形成了一整套切实有效的创新学习方法，能够真正帮助学生解疑答惑，提高学习成绩。

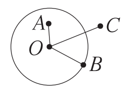
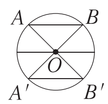
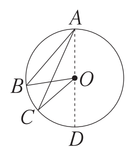
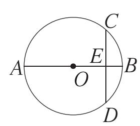
知识背囊

本书必背概念、性质、公式及定理

知识点	内 容	举 例	名师点拨
1. 二次函数	如果函数的表达式是自变量的二次多项式，那么，这样的函数称为二次函数，它的一般形式是$y=ax^2+bx+c$（a，b，c是常数，$a\neq0$）	$y=x^2$ $y=3x^2+5x$ $y=x^2+2x+1$	判断一个函数是不是二次函数，先把函数表达式化成一般形式，再看这个式子是不是整式，如果是整式，则看自变量的最高次数是否为2
2. 抛物线的开口方向	由二次项系数a的符号决定，$a>0$，抛物线的开口向上；$a<0$，抛物线的开口向下	抛物线$y=2x^2$中，$a=2>0$，抛物线的开口向上；抛物线$y=-3x^2$中，$a=-3<0$，抛物线的开口向下	反过来，也可以由抛物线的开口方向判断a的正负
3. 抛物线的顶点坐标，对称轴	抛物线$y=a(x-h)^2+k$（$a\neq0$）的顶点坐标是（h，k），对称轴是直线$x=h$；抛物线$y=ax^2+bx+c$的顶点坐标是$\left(-\frac{b}{2a},\frac{4ac-b^2}{4a}\right)$，对称轴是直线$x=-\frac{b}{2a}$	抛物线$y=2(x-2)^2+3$的顶点坐标是（2，3），对称轴是直线$x=2$	给定顶点式的可以直接写出顶点坐标，给定一般式的可以通过配方法或顶点坐标公式写出顶点坐标，由顶点的横坐标，即可写出抛物线的对称轴
4. 二次函数的增减性	当$a<0$时，在对称轴左侧，y随着x的增大而增大，在对称轴右侧，y随着x的增大而减小；$a>0$时的情况刚好相反	$y=(x-1)^2+3$中，当$x<1$时，y随x的增大而减小；当$x>1$时，y随x的增大而增大	（1）可根据函数的增减性来判断二次项系数a的正负. （2）可利用函数的增减性比较函数值的大小，但要注意分清对应点是否在对称轴的同侧
5. 不共线三点确定二次函数的表达式	若给定不共线三点的坐标，且它们的横坐标两两不等，则可以确定一个二次函数；而给定共线三点的坐标，不能确定二次函数	已知点$A(-1,10)$，$B(1,4)$，$C(2,7)$，问是否有一个二次函数经过这三点？可先设二次函数$y=ax^2+bx+c$，利用待定系数法求a，b，c的值，若求出的值符合题意，则有，否则就没有	二次函数$y=ax^2+bx+c$的图象上任意三个不同的点都不在一条直线上

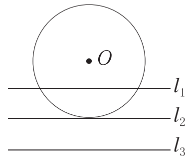
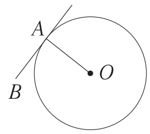
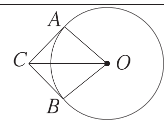
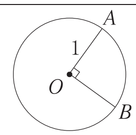
知识背囊

本书必背概念、性质、公式及定理

知识点	内　容	举　例	名师点拨
6.二次函数与对应一元二次方程的关系	对于二次函数$y=ax^2+bx+c$，当$y=0$时，就是一元二次方程$ax^2+bx+c=0$，因此当抛物线与x轴相交时，交点的横坐标就是对应方程的根；反过来，方程的根也是对应交点的横坐标	抛物线$y=x^2-2x-3$中，令$y=0$，则$x^2-2x-3=0$，解得$x_1=3$，$x_2=-1$，则抛物线与x轴的交点坐标为（3，0）（−1，0）	二次函数与一元二次方程是“形”与“数”的有机结合，一方面可以根据函数图象的特征分析方程中的数量关系，另一方面也可由方程中的某些数量关系得出函数图象的特征
7.点与圆的位置关系	设⊙O的半径为r，点P到圆心的距离$OP=d$，则有：$d>r\Leftrightarrow$点P在圆外；$d=r\Leftrightarrow$点P在圆上；$d<r\Leftrightarrow$点P在圆内	 点C在圆外，点B在圆上，点A在圆内	注意“数”与“形”之间的相互转化
8.弧、弦、圆心角之间的关系	在同圆中，如果圆心角相等，那么它们所对的弧相等，所对的弦也相等	 $\angle AOB=\angle A'OB'\Leftrightarrow\overset{\frown}{AB}\Leftrightarrow\overset{\frown}{A'B'}\Leftrightarrow AB=A'B'$	在同圆或等圆中，如果两个圆心角、两条弧、两条弦中有一组量相等，那么它们多对应的其余各组量分别相等
9.圆周角定理及其推论	（1）定理：圆周角的度数等于它所对弧上的圆心角度数的一半. （2）推论：①在同圆（或等圆）中，同弧或等弧所对的圆周角相等；相等的圆周角所对的弧也相等.②直径所对的圆周角是直角；90°的圆周角所对的弦是直径	 $\angle BAC=\frac{1}{2}\angle BOC$	圆周角定理成立的前提是同弧或等弧所对的圆周角，而同弧或等弧只有在同圆或等圆中才能得到
10.垂径定理	垂直于弦的直径平分这条弦，并且平分弦所对的两条弧	 $AB\perp CD\Leftrightarrow CE=DE$，$\overset{\frown}{BC}=\overset{\frown}{BD}$	（1）弦的垂直平分线经过圆心，并平分弦所对的两条弧. （2）平分弦所对的一条弧的直径垂直平分弦，并且平分弦所对的另一条弧. （3）平分弦（非直径）的直径垂直于这条弦，并且平分弦所对的两条弧

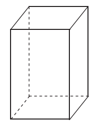
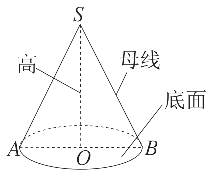
知识背囊

本书必背概念、性质、公式及定理

知识点	内　容	举　例	名师点拨
11. 直线与圆的位置关系	若设直线l到圆心O的距离为d，$\odot O$的半径为r，则有：直线l和$\odot O$相交$\Leftrightarrow d<r$；直线l和$\odot O$相切$\Leftrightarrow d=r$；直线l和$\odot O$相离$\Leftrightarrow d>r$	 l_1与$\odot O$相交，l_2与$\odot O$相切，l_3与$\odot O$相离	也可从圆与直线的交点情况判断直线和圆的位置关系
12. 切线的判定定理和性质定理	（1）判定定理：经过半径的外端并且垂直于这条半径的直线是圆的切线. （2）性质定理：圆的切线垂直于过切点的半径	 AB经过$\odot O$上的点A，且$OA\perp AB\Leftrightarrow AB$是$\odot O$的切线	判定一条直线是否是圆的切线需注意：（1）直线必须经过半径的外端；（2）直线必须与这条半径垂直
13. 切线长及切线长定理	（1）定义：经过圆外一点作圆的切线，这点和切点之间的线段长，叫作这点到圆的切线长. （2）定理：从圆外一点所画的圆的两条切线长相等，圆心和这一点的连线平分这两条切线的夹角	 AC，BC分别切$\odot O$于点A，B，切线长分别为AC，BC，则$AC=BC$，$\angle ACO=\angle BCO$	（1）切线是直线，而切线长是线段；切线不能度量，而切线长可以度量. （2）该定理包括两个内容：线段相等，角相等
14. 弧长公式和扇形面积公式	（1）$n°$的圆心角所对的弧长为$l=\dfrac{n\pi r}{180}$. （2）圆心角为$n°$的扇形面积为$S_{扇形}=\dfrac{n\pi r^2}{360}$	 $l_{\overset{\frown}{AB}}=\dfrac{90\times\pi\times 1}{180}=\dfrac{\pi}{2}$， $S_{扇形AOB}=\dfrac{90\times\pi\times 1^2}{360}=\dfrac{\pi}{4}$	可以用扇形的弧长与半径表示扇形的面积：$S_{扇形}=\dfrac{1}{2}lr$（l为扇形的弧长，r为半径）
15. 平行投影与中心投影	（1）平行投影：由于太阳距离地球很远，从太阳射到地面的光线可以看成平行投影，因此这种投影称为平行投影. （2）中心投影：若一束光线从一点发出，这样的投影称为中心投影	太阳光下旗杆的影子属于平行投影，电影屏幕中的人物属于中心投影	平行投影是在平行光线下所形成的投影，若同一时刻的两个物体平行，则它们的影子相互平行或在同一直线上，且影长与物长成正比例；中心投影的影长与物长不一定成正比例

本书必背概念、性质、公式及定理

知识背囊

知识点	内　容	举　例	名师点拨
16. 直棱柱	直棱柱的特征： （1）有两个面互相平行，称它们为底面； （2）其余各个面均为矩形，称它们为侧面； （3）侧棱（指两个侧面的公共边）垂直于底面	 如图四棱柱，上、下两个为底面，4个侧面都是矩形	直棱柱的命名是根据底面图形的边数来确定，如底面是四边形、五边形的直棱柱分别称为直四棱柱、直五棱柱
17. 圆锥	圆锥的特征： （1）圆锥的所有母线都相等； （2）圆锥的高垂直于底面，与底面圆半径、母线构成一个以母线为斜边的直角三角形； （3）圆锥的横截面是圆，轴截面是等腰三角形		圆锥的母线l、底面圆半径r、圆锥的高h之间的数量关系为$r^2+h^2=l^2$
18. 必然事件、不可能事件、随机事件	在一定条件下，必然发生的事件称为必然事件，一定不发生的事件称为不可能事件.必然事件与不可能事件统称为确定性事件.在随机现象中，如果一件事情可能发生，也可能不发生，那么这件事情称为随机事件	异性电荷，相互吸引属于必然事件；三角形的任意两边之和小于第三边属于不可能事件；抛掷一枚硬币，落地时正面朝上属于随机事件	确定性事件可以理解为事件还没有发生，就能预先知道事件发生后的结果；随机事件（不确定性事件）不能预测结果，要等到事件发生后才知道事件发生的结果
19. 列表法与画树状图法求概率	当一次试验涉及两个因素，并且可能出现的等可能结果数目较多时，为了不重复、不遗漏地列出所有可能的结果，通常采用列表法	如“掷骰子游戏”“转转盘游戏”等	（1）两种求概率法共同的前提是：可能出现的结果为有限多个，各种结果发生的可能性相等. （2）当一次试验涉及两个因素时，用列表法或画树状图法都可以；当一次试验涉及三个或更多的因素时，适合用画树状图法
	当一次试验涉及三个或更多的因素时，列表法就不方便，为了不重复、不遗漏地列出所有可能的结果，通常采用画树状图法	如“三种颜色的小球中的摸球游戏”等	

目录

CONTENTS

第 1 章　二次函数

1.1　二次函数　/1
1.2　二次函数的图象与性质　/7
*1.3　不共线三点确定二次函数的表达式　/19
1.4　二次函数与一元二次方程的联系　/23
1.5　二次函数的应用　/28
第 1 章复习　/35
第 1 章检测　/36

第 2 章　圆

2.1　圆的对称性　/38
2.2　圆心角、圆周角　/44
*2.3　垂径定理　/51
2.4　过不共线三点作圆　/54
2.5　直线与圆的位置关系　/58
2.6　弧长与扇形面积　/65
2.7　正多边形与圆　/69
第 2 章复习　/75
第 2 章检测　/76

第 3 章　投影与视图

3.1　投　影　/78
3.2　直棱柱、圆锥的侧面展开图　/86
3.3　三视图　/91
第 3 章复习　/96
第 3 章检测　/97

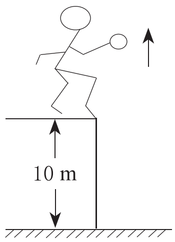
第 4 章　概　率

4.1　随机事件与可能性　/99
4.2　概率及其计算　/103
4.3　用频率估计概率　/108
第 4 章复习　/112
第 4 章检测　/113

期中检测　/115
期末检测　/117

第 1 章 二次函数

在 10 m 高的平台上，将一个小球以 12 m/s 的速度竖直向上抛出，在不计空气阻力的情况下，其距离地面的高度 h(m) 与抛出后的时间 t(s) 满足 $h=-5t^2+12t+10$，则抛出多长时间后，小球距离地面的高度为 14 m？



参考答案 通过这个问题可以看出，$h=-5t^2+12t+10$ 是表示 h 与 t 之间的函数，当 $h=14$ 时，这个函数变为关于 t 的一元二次方程 $-5t^2+12t+10=14$，通过解这个一元二次方程，便可以求出高度为 14 m 时所对应的时间 .

1.1 二次函数

知识详解

知识点 1 二次函数的概念

如果函数的表达式是自变量的二次多项式，那么，这样的函数称为二次函数，它的一般形式是

$y=ax^2+bx+c$(a,b,c是常数，$a\neq 0$).

其中x是自变量，a,b,c分别是函数表达式的二次项系数、一次项系数和常数项.

【解读】(1) 二次函数的表达式 $y=ax^2+bx+c$(a,b,c是常数，$a\neq 0$)是二次函数的一般形式. 任何一个二次函数的表达式都可以转化为$y=ax^2+bx+c$(a,b,c是常数，$a\neq 0$). 特别地，当$b=0$时，二次函数的表达式形如$y=ax^2+c$，当$c=0$时，二次函数的表达式形如$y=ax^2+bx$，当$b=0,c=0$时，二次函数的表达

方法点拨

判定一个函数是否是二次函数，关键看它是否符合二次函数的特征. 若形式比较复杂，则要先化简，再作出判断.

式形如$y=ax^2$，这些都是二次函数的特殊形式.

(2)一般情况下，二次函数中自变量的取值范围是全体实数，但对实际问题，自变量的取值范围必须使实际问题有意义.

例 1 下列函数中，哪些是二次函数？

(1)$y=3x^2$；　　(2)$y=x^2+3x$；

(3)$y=x^2+\frac{1}{x}$；　　(4)$y=3x^2-4-x^3$；

(5)$y=-2-\frac{1}{3}x^2$；　　(6)$y=ax^2+3x+6$；

(7)$y=\sqrt{x^2+2x}+5$.

分析 本题考查对二次函数概念的掌握，由定义可知，(1)(2)(5)符合二次函数的条件；(3)中$x^2+\frac{1}{x}$不是关于x的整式，而是分式；(4)中最高次不是2，是3；(6)中二次项系数可能为0；(7)式不是整式而是根式. 所以(3)(4)(6)(7)均不符合二次函数的条件.

解：(1)(2)(5)是二次函数.

知识点 2　从实际问题中抽象出二次函数关系式

建立实际问题中的函数表达式的基本思路与列方程的思路是一样的. 首先要认真审题，尤其要理解问题中的一些关键词，明确它们的含义；其次是弄清题目中自变量和因变量的意义；再次要弄清楚题目中共有几个条件，它们每个条件和变量可能列出怎样的具有一定意义的代数式；最后确定等量关系，得出表达式.

【解读】列函数关系式的步骤：

(1)审清题意，找出问题中的已知量、未知量，将文字、图形语言转化为数学符号语言；

(2)找等量关系；

(3)列函数关系式，即设出表示变量的字母，把等量关系用含字母的代数式表示，并将关系式写成用自变量表示因变量的形式.

例 2 某果园种有100棵橙子树，每棵树平均结600个橙子. 现准备增种一些橙子树以提高产量，但是如果多种树，那么树之间的距离和每棵树所接受的光照就会减少. 根据经验估计，每增种一棵树，平均每棵树就会少结5个橙子. 由于果园面积的限制，最多可种150棵橙子树.

即学即练

1. 下列函数中属于二次函数的是（　　）

A. $y=2x^2-1$

B. $y=x^2+\frac{1}{x}+1$

C. $y=\frac{1}{2}x$

D. $y=\sqrt{x^2+3}$

方法点拨

建立二次函数模型，列二次函数表达式，常需要用到一些图形的面积、周长公式，以及日常生活中的一些关系式，如路程=时间×速度等.

(1)问题中有哪些变量？其中哪些是自变量？哪些是因变量？

(2)假设果园中增种x棵橙子树，那么果园共有多少棵橙子树？这时平均每棵橙子树结多少橙子？

(3)如果果园中橙子的总产量为y个，那么请你写出y与x之间的表达式，并指出x的取值范围.

分析 (1)这是一个开放性的问题，数值不定，变化的量即为所求.(2)利用“每增种一棵树，平均每棵树就会少结 5 个橙子”的条件列式. 如果增种x棵，果园就会有$(100+x)$棵橙子树，平均每棵树所结的橙子数由原来的 600 个减少 $5x$个，所以平均每棵树结$(600-5x)$个橙子.(3)寻找两个变量之间的关系：总产量＝树的棵数×每棵树所结橙子数.

解：(1)变量有：增种后橙子树的总棵数，增种后平均每棵树所结的橙子数，增种的橙子数的棵数，增种后平均每棵树少结的橙子数.

自变量有：增种的橙子树的棵数.

因变量有：增种后橙子树的总棵数，增种后平均每棵树所结的橙子数，增种后平均每棵树少结的橙子数.

(2)果园共有$(100+x)$棵橙子树，平均每棵树结$(600-5x)$个橙子.

(3)果园中橙子的总产量$y=(600-5x)(100+x)=-5x^2+100x+60\,000$. 由题意知，$x\geqslant 0$ 且 $100+x\leqslant 150$，所以x的取值范围是 $0\leqslant x\leqslant 50$，且x为整数.

即学即练

2. 如图1.1-1所示，在矩形上，以它的长边中点为圆心剪去一个半径为r的半圆（不能把长方形剪断）. 已知矩形的长为10 cm，宽为4 cm. 设剪完剩余部分的面积为S，请写出S关于r的函数表达式，并求出自变量r的取值范围.

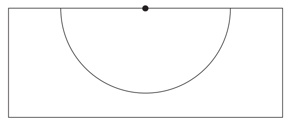


图 1.1-1

拓展提升

类型一：根据二次函数的概念求字母的值

例 3 已知关于x的函数$y=(m^2-4)x^2+(m+2)+3$，则：

(1)m取何值时，函数为二次函数？

(2)m取何值时，函数为一次函数？

分析 类比二次函数和一次函数的定义可知，若二次项系数不为零，即为二次函数，若所给函数二次项系数为零，且一次项系数不为零，则为一次函数.

解：(1)若函数为二次函数，则二次项系数不为零，即$m^2-4\neq 0$，

即学即练

3. 已知函数$y=(k+3)x^{k^2+k-4}+2x-1$是关于x的二次函数，求此函数的表达式.

$\therefore m \neq \pm 2$.

$\therefore$当$m \neq \pm 2$时，函数为二次函数.

(2)若函数为一次函数，

则$\begin{cases} m^2 - 4 = 0, \\ m + 2 \neq 0, \end{cases}$

解得$\begin{cases} m = \pm 2, \\ m \neq -2. \end{cases}$

$\therefore m = 2$时，函数为一次函数.

类型二：建立二次函数模型解决实际问题

例 4 某软件商店销售一种益智游戏软件，如果以每盘 50 元的价格销售，那么一个月能销售 500 盘. 根据市场销售发现，若销售单价每涨 1 元，则月销售量就减少 10 盘，试写出当该游戏软件的销售单价涨x(元)时，该商店月销售额y(元)与x(元)的函数关系式，并指出y是x的什么函数.

分析 商店的月销售额 = 每盘软件的单价 × 商店每月的销售量，因为销售单价每增加 1 元，月销售量就减少 10 盘，所以当每盘涨价x元时，月销售量减少$10x$盘，则涨价后的月销售量为$(500 - 10x)$盘.

解：当每盘游戏软件涨价x元时，月销售量为$(500 - 10x)$盘，

$\therefore y = (50 + x)(500 - 10x)$，即$y = -10x^2 + 25\,000$.

由题意有$\begin{cases} x \geqslant 0, \\ 500 - 10x \geqslant 0, \end{cases}$解得$0 \leqslant x \leqslant 50$.

$\therefore y = -10x^2 + 25\,000 (0 \leqslant x \leqslant 50)$.

显然，y是x的二次函数.

类型三：建立二次函数模型解决几何问题

例 5 如图 1.1-2，有一块形状是直角梯形的铁皮$ABCD$，上底$AD = 15$ cm，下底$BC = 40$ cm，垂直于底的腰$CD = 30$ cm. 现要截一块矩形铁皮$MPCN$，使它的顶点M，P，N分别在AB，BC，CD上，求矩形$MPCN$的面积S(cm^2)关于MN的长x(cm)的函数表达式.

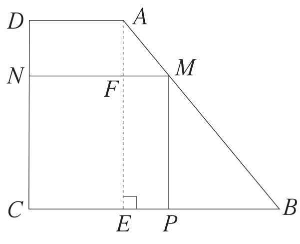


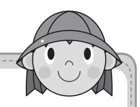
图 1.1-2

即学即练

4. 某体育用品商店购进一批滑板鞋，每件进价100元，售价为130元，每星期可卖80件. 节日将至，商家决定降价促销，根据市场调查，每降价5元，每星期可多卖20件.

（1）商家降价前每星期的销售利润为多少元？

（2）设现在的售价为x元（$100 < x < 130$），商家每星期的销售利润为y元，求y与x的函数表达式.



方法点拨

解此题的关键是作出恰当的辅助线构造相似三角形，从而求得矩形的另一边长关于x的表达式.

分析 根据直角梯形的特征，作出适当的辅助线，将直角梯形进行适当分割，应用矩形对边平行且相等的性质得到相似三角形，再由相似三角形的对应边成比例，可得到矩形的另一边长，从而得到矩形的面积 S 关于 MN 的长 x 的函数表达式.

解： 如图 1.1-2，过点 A 作 $AE \perp BC$ 于点 E，交 MN 于点 F，则 $BE = 25$ cm，$BP = (40 - x)$ cm.

$\because AE \perp BC, MP \perp BC, \therefore AE \parallel MP.$

$\therefore \triangle BMP \backsim \triangle BAE. \therefore \dfrac{PM}{EA} = \dfrac{BP}{BE}.$

$\therefore PM = \dfrac{EA \cdot BP}{BE} = \dfrac{30 \times (40 - x)}{25} = 48 - \dfrac{6}{5}x.$

$\therefore$ 矩形 $MPCN$ 的面积 $S = PM \cdot MN$

$$= \left(48 - \frac{6}{5}x\right) \cdot x$$

$$= -\frac{6}{5}x^2 + 48x\ (15 \leqslant x < 40).$$

即学即练

5. 如图1.1-3，正方形$ABCD$的边长为4，E是BC上一点，F是CD上一点，且$AE=AF$. 设$\triangle AEF$的面积为y，EC的长为x，求y关于x的函数表达式，并写出自变量x的取值范围.

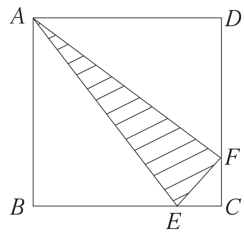


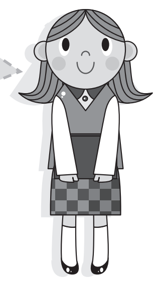
图 1.1-3

我说你讲

二次函数再解读.

我来说说二次函数的概念. 二次函数$y=ax^2+bx+c$（a，b，c是常数，$a \neq 0$）必须满足三个条件：①函数表达式是整式；②化简后自变量的最高次数为2；③二次项系数$a \neq 0$.

我来补充！在二次函数的概念中，二次项系数不为0是定义的一部分，不能遗漏. ①当$a \neq 0$，$b=c=0$时，$y=ax^2$；②当$a \neq 0$，$b=0$，$c \neq 0$时，$y=ax^2+c$；③当$a \neq 0$，$b \neq 0$，$c=0$时，$y=ax^2+bx$，这些函数都是二次函数.



我也来补充！在不考虑实际意义时，二次函数中自变量x的取值范围是全体实数.

我还发现，当二次函数$y = ax^2 + bx + c$（a，b，c是常数，$a \neq 0$）的函数值y为某一常数时，二次函数就转化为一元二次方程啦！

巩固练习

1. 对于任意实数m，下列函数一定是二次函数的是（　　）

A. $y=mx^2+3x-1$

B. $y=(m-1)x^2$

C. $y=(m-1)^2x^2$

D. $y=(-m^2-1)x^2$

2. 设$y=y_1-y_2$，若y_1与x^2成正比例，y_2与$\frac{1}{x}$成反比例，则y是关于x的（　　）

A. 正比例函数　　B. 一次函数

C. 二次函数　　D. 反比例函数

3. 用总长为60 m的篱笆围成矩形场地，设场地面积为S（m^2），矩形的一边长为a（m），则a的取值范围是（　　）

A. $a>0$

B. $0<a<60$

C. $0<a<30$

D. $0\leqslant a\leqslant 30$，且a是整数

4. 下列函数关系中，可以看作二次函数模型的是（　　）

A. 在距离一定时，汽车行驶的速度与行驶的时间的关系

B. 我国人口自然增长率为1%，我国总人口数随年份变化的关系

C. 矩形周长一定时，矩形面积和矩形的长之间的关系

D. 圆的周长与半径的关系

5. 若函数$y=(k^2-4)x^2+(k+2)x+3$（k为常数）是二次函数，则k满足________.

6. 在一定条件下，若物体运动的路程s（m）与时间t（s）之间的函数表达式$s=5t^2+2t$，则当物体经过的路程为88 m时，该物体所用的时间为________.

7. 如图1.1-4，在矩形$ABCD$中，$AB=8$，$BC=6$，P是线段BC上一点（点P不与点B重合），M是线段DB上一点，且$BP=DM$，设$BP=x$，$\triangle MBP$的面积为y，求y与x之间的函数表达式.

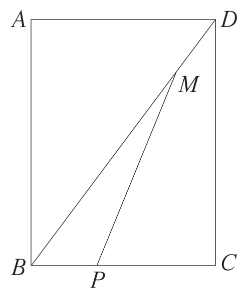


图 1.1-4

8. 银行的储蓄利率随时间的变化而变化，也就是说，利率是一个变量. 设人民币一年定期储蓄的年利率是x，一年到期后，银行将本金和利息自动按一年定期转存. 李飞将10 000元钱存入银行，计划存入两年时间.

(1)请写出两年期满后的本息和y（元）关于年利率x的函数表达式（不考虑利息税），并判断此函数是什么函数；

(2)若存款的年利率3%，两年到期后所得的本息和是多少？

1.2 二次函数的图象与性质

知识详解

知识点 1 二次函数 $y=ax^2(a\neq0)$ 的图象的画法

二次函数$y=ax^2(a\neq0)$是最简单的二次函数，它的图象是一条关于y轴对称的曲线，我们把这样的曲线叫作抛物线.

画二次函数的图象时，具体画法可分为以下几个步骤：

(1)列表：先取原点(0,0)，然后在原点两侧对称地取六个点；

(2)描点：在平面直角坐标系内，以x取的值为横坐标，相应的函数值为纵坐标，描出相应的点；

(3)连线：用一条光滑曲线把原点和y轴右边各点顺次连接起来，然后利用对称性，画出图象在y轴左边的部分(把y轴左边的点和原点用一条光滑曲线顺次连接起来).

【解读】(1)“顺次”是指按自变量从小到大的顺序，或者从左到右的顺序.

(2)“光滑”是指连线时，不出现尖角形. 一般情况下，选点越多，图象会越精确.

要点提示

(1)描点法所画的图象只是整个图象的一部分，且是近似的.

(2)抛物线的两端是无限延伸的，画的时候要“出头”.

例 1 在同一直角坐标系中，分别画出下列二次函数的图象.

(1)$y=2x^2$；　　(2)$y=-2x^2$.

分析 列表时，在顶点的左右两侧对称地选取自变量x的值，一般而言，选点越多，图象会越精确，但是也要具体问题具体分析，抛物线是向两个方向无限延伸的，所以一般取点的时候，包括顶点在内，描出 5 ~ 7 个点来即可. 连线时一定注意用光滑的曲线，两边要伸展出去.

解：①列表.

x	-2	-1	0	1	2
$y=2x^2$	8	2	0	2	8
$y=-2x^2$	-8	-2	0	-2	-8

②描点、连线，如图 1.2-1 所示.

即学即练

1. 在直角坐标系中，画出函数 $y=4x^2$的图象.