

JIAOCAIJIEDU

教材 解读

源于教材 高于教材

数学

八年级上册 RJ 版

8

《教材解读》编写组 编

CTS

湖南教育出版社

湖南教育出版社

JIAOCAIJIEDU

教材 解读

源于教材 高于教材

数学 八年级上册 RJ 版

《教材解读》编写组 编

 湖南教育出版社

图书在版编目 (C I P) 数据

教材解读. 数学八年级. 上册: RJ版 / 《教材解读》
编写组编. — 长沙: 湖南教育出版社, 2015. 8

ISBN 978-7-5539-2783-1

I. ①教… II. ①教… III. ①中学数学课—初中—教
学参考资料 IV. ①G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2015) 第 201661 号

JIAOCAI JIEDU

教材解读

数学 八年级上册

(RJ 版)

《教材解读》编写组 编

责任编辑: 邹伟华

出版发行: 湖南教育出版社出版发行 (长沙市韶山北路 443 号)

网 址: <http://www.hnepb.com>

电子邮箱: hnjycbs@sina.com 微信号: 多点学习

客 服: 电话 0731-85486979

总 经 销: 湖南省新华书店经销

印刷装订: 长沙银都印务有限公司印制

开 本: 787mm×1092mm 1/16

印 张: 9

字 数: 180 千字

版 次: 2015 年 8 月第 1 版 2016 年 8 月第 2 次印刷

书 号: ISBN 978-7-5539-2783-1

定 价: 18.80 元

(本书若有印刷、装订错误, 可向承印厂调换)

《教材解读》是一套与现行小学、初中最新教材同步的助学助教类系列丛书。本丛书以“全、细、新、实”为宗旨，内容覆盖教材上所有知识点，对重点、难点、考点详尽解读，兼具知识性与趣味性、典型性与拓展性。

《教材解读》系列丛书集合了众多名牌中小学特级教师和资深教研员的优秀成果，为学生打造出一个自主互动的学习平台。本丛书是学生夯实基础知识、掌握方法技巧的重要辅导资料，也是老师把握教材知识的优秀参考资料；是学生学习和考试的良师，是老师备课和教学的益友。本丛书具有以下几个鲜明特点：

1. 内容全

对教材知识全方位、立体化归纳总结。真正做到了“一册在手，学习内容全都有”，不仅整合了教材上明确列出的必学内容，而且提炼了和实际运用息息相关的隐含知识，注意了课内与课外、课本与生活的联系，触类旁通，形成知识点的全面覆盖。

2. 讲解细

对教材细致入微地讲解。对重点、难点、易错易混点、拓展延伸点等都进行了详细分析。全面讲解了教材中的每一个知识点，由表及里，由易到难，真正做到了教材讲解周密细致，重难点梳理精准易懂，易错易混点剖析透彻，拓展延伸点深入浅出。

3. 题目新

以新课标为导向，以新考纲为依据，结合最新教材来设置题目，讲练结合，以巩固所学知识。所设题目均为近年来考试中的最新题型，以及生活中出现的最新问题，做到紧扣考题趋势，紧贴能力要求，紧跟时代特点，巩固练习、讲练结合。

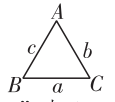
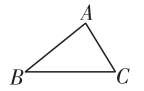
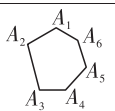
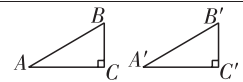
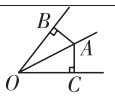
4. 体例实

结合教学要求和课程进度安排设计体例，包含了课堂、课后等环节，对学生学习的全过程进行了指导，科学实用，既有利于学生随堂学习，又有利于学生课后自主学习。

全解精练、自主互动、整合突破、拓展创新是《教材解读》撰写的四大理念，它充分体现了新课标生本位的自主学习、学用结合、知能结合、发散思维、培养创新能力的目标要求，充分体现了学习的科学程序和认知规律。在这个基础上，《教材解读》已经形成了一整套切实有效的创新学习方法，能够真正帮助学生解疑答惑，提高学习成绩。



本书必背概念、性质、公式及定理

| 知识点 | 内容 | 举例 | 名师点拨 |
|------------------|---|---|--|
| 1. 三角形 | 由不在同一条直线上的三条线段首尾顺次相接所组成的图形叫做三角形 |  <p>记作“$\triangle ABC$”，点A, B, C为三角形的三个顶点</p> | 三角形只能用“ \triangle ”和表示顶点的大写字母的组合来表示 |
| 2. 三角形内角和定理 | 三角形三个内角的和等于 180° |  <p>$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$</p> | 该结论常作为隐含条件在题中出现 |
| 3. 多边形的内角和 | n 边形内角和等于 $(n-2) \times 180^\circ$ ($n \geq 3$) |  <p>六边形的内角和为$(6-2) \times 180^\circ = 720^\circ$</p> | 三角形也是多边形，三角形的内角和也符合多边形的内角和公式 |
| 4. 全等形 | 能够完全重合的两个图形叫做全等形 | 同一张底片洗出的两张1寸相片是全等形 | 两个图形是全等形，则这两个图形的形状相同，大小相等，与位置没有关系 |
| 5. 全等三角形 | 能够完全重合的两个三角形叫做全等三角形 | 若 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 完全重合，则 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ | 图形经过平移、翻折、旋转后，得到的三角形与原三角形全等 |
| 6. 全等三角形的性质 | 全等三角形的对应边相等，全等三角形的对应角相等 | 若 $\triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$ ，则 $AB = A'B'$ ， $BC = B'C'$ ， $CA = C'A'$ ， $\angle A = \angle A'$ ， $\angle B = \angle B'$ ， $\angle C = \angle C'$ | 该性质可用来求边长和角度，结合图形找准全等三角形的对应边和对应角，并根据题目需要，灵活使用等量代换 |
| 7. 全等三角形的判定 | 判定三角形全等的方法有“SSS”“SAS”“ASA”“AAS” | 若 $AB = A'B'$ ， $BC = B'C'$ ， $CA = C'A'$ ，则 $\triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$ (SSS) | 特别注意“SAS”判定方法“两边和它们的夹角”这一条件，而“SSA”和“AAA”均不能判定三角形全等 |
| 8. “HL”判定直角三角形全等 | 斜边和一条直角边分别相等的两个直角三角形全等(可以简写成“斜边、直角边”或“HL”) |  <p>若$\angle C = \angle C' = 90^\circ$，$AB = A'B'$，$CA = C'A'$，则$\text{Rt} \triangle ABC \cong \text{Rt} \triangle A'B'C'$</p> | 判定一般三角形全等的四种方法均可以用来判定两直角三角形全等，在实际证明中可根据条件灵活选用不同的方法 |
| 9. 角的平分线的性质 | 角的平分线上的点到角的两边的距离相等 |  <p>OA是$\angle BOC$的平分线，$AB \perp OB$，$AC \perp OC$，则$AB = AC$</p> | 角的平分线的性质能够证明线段相等或为证明三角形全等提供条件 |



本书必背概念、性质、公式及定理



| 知识点 | 内容 | 举例 | 名师点拨 |
|--------------|--|---|--|
| 10. 轴对称图形 | 如果一个平面图形沿一条直线折叠, 直线两旁的部分能够互相重合, 这个图形就叫做轴对称图形, 这条直线就是它的对称轴 | | 轴对称图形的对称轴可以是一条, 也可以是多条, 甚至是无数条 |
| 11. 轴对称 | 把一个图形沿着某一条直线折叠, 如果它能够与另一个图形重合, 那么就说这两个图形关于这条直线对称, 这条直线叫做对称轴 | | 成轴对称的两个图形沿对称轴折叠, 能够完全重合, 所以它们一定全等 |
| 12. 轴对称图形的性质 | 轴对称图形的对称轴是任何一对对应点所连线段的垂直平分线 | | 作对称轴时, 要注意选取不同的对应点, 作出其所有的对称轴 |
| 13. 线段的垂直平分线 | 经过线段中点并且垂直于这条线段的直线, 叫做这条线段的垂直平分线 | | ① 线段垂直平分线上的点与这条线段两个端点的距离相等; ② 与一条线段两个端点距离相等的点在这条线段的垂直平分线上 |
| 14. 等腰三角形 | 有两条边相等的三角形是等腰三角形 | | 求等腰三角形的一边长时, 如果没有明确指出腰和底, 一定要分类讨论, 且所得的三边长要满足三角形三边关系 |
| 15. 等腰三角形的性质 | ① 等腰三角形的两个底角相等(等边对等角); ② 等腰三角形的顶角平分线、底边上的高、底边上的中线相互重合(三线合一); ③ 等腰三角形是轴对称图形 | 在等腰 $\triangle ABC$ 中, $\angle B = \angle C$, 若 $\angle 1 = \angle 2$, 则 $BD = CD, AD \perp BC$ | ① 等腰三角形两腰上的中线、高分别相等; ② 在等腰三角形中, 作底边上的中线或底边上的高是常见的一种辅助线 |
| 16. 等腰三角形的判定 | ① 有两条边相等的三角形是等腰三角形(定义); ② 如果在一个三角形中有两个角相等, 则这两个角所对的边也相等(等角对等边) | 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B = \angle C$, 则 $\triangle ABC$ 为等腰三角形 | 在同一个三角形中, “欲证边相等, 先证角相等”; “欲证角相等, 先证边相等” |
| 17. 等边三角形的性质 | 等边三角形的三条边都相等, 三个内角都相等, 并且都等于 60° | 在等边 $\triangle ABC$ 中, $AD \perp BC$ 交 BC 于点 D , 则 AD 平分 $\angle BAC$, $BD = CD = \frac{1}{2}BC$ | 等边三角形是特殊的等腰三角形, 具有等腰三角形的一切性质 |



本书必背概念、性质、公式及定理

| 知识点 | 内容 | 举例 | 名师点拨 |
|-----------------------------|--|---|--|
| 18. 含 30° 角的直角三角形的性质 | 在直角三角形中, 如果有一个锐角等于 30° , 那么它所对的直角边等于斜边的一半 | 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $\angle B=30^\circ$, 则 $AC=\frac{1}{2}AB$ | 在直角三角形中, 如果一条直角边等于斜边的一半, 则这条直角边所对的角为 30° |
| 19. 同底数幂的乘法 | $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ (m, n 都是正整数) | $a^5 \cdot a^2 = a^7$ | 底数 a 可以是单项式也可以是多项式, 必要时可对底数进行适当变形 |
| 20. 幂的乘方 | $(a^m)^n = a^{mn}$ (m, n 都是正整数) | $(x^3)^5 = x^{15}$ | 公式也可以逆用 |
| 21. 积的乘方 | $(ab)^n = a^n b^n$ (n 为正整数) | $(2x)^4 = 2^4 \cdot x^4 = 16x^4$ | 对系数是 -1 的项不可忽略 -1 的乘方 |
| 22. 单项式乘单项式 | 单项式与单项式相乘, 把它们的系数、同底数幂分别相乘, 对于只在一个单项式里含有的字母, 连同它的指数作为积的一个因式 | $2x^4 \cdot 4xy^3 = (2 \times 4)(x^4 \cdot x)y^3 = 8x^5y^3$ | ①单项式相乘的结果仍是单项式; ②如含有乘法和乘方运算, 要先乘方后乘法 |
| 23. 单项式乘多项式 | 单项式与多项式相乘, 就是用单项式去乘多项式的每一项, 再把所得的积相加 | $m(a+b+c) = ma+mb+mc$ | ①相乘结果的项数与乘数中多项式的项数相同; ②先判定各项符号, 避免符号出错 |
| 24. 多项式乘多项式 | 先用多项式的每一项乘另一个多项式的每一项, 再把所得的积相加 | $(a+b)(m+n) = am+an+bm+bn$ | 多项式相乘的结果中, 若有同类项, 应合并使结果最简 |
| 25. 同底数幂的除法 | $a^m \div a^n = a^{m-n}$ ($a \neq 0$, m, n 都是正整数, 并且 $m > n$) | $3^{15} \div 3^5 = 3^{15-5} = 3^{10}$ | ①可用同底数幂的乘法验证运算结果正确与否; ② $a^0 = 1$ ($a \neq 0$) |
| 26. 单项式除以单项式 | 把系数与同底数幂分别相除作为商的因式, 对于只在被除数里含有的字母, 连同它的指数作为商的一个因式 | $6xyz^2 \div 2xz = 3yz$ | ①系数相除时, 要包括它前面的符号; ②字母相除时, 尽量按字母的顺序去写, 防止漏项 |
| 27. 多项式除以单项式 | 先把多项式的每一项除以这个单项式, 再把所得的商相加 | $(4x^2y+6xy^2) \div 2xy = 2x+3y$ | 将多项式除以单项式转化成单项式相除, 再把商相加 |
| 28. 平方差公式 | $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ | $(y+2)(y-2) = y^2 - 4$ | 关键是确定 a 和 b , 其中 a 与 b 可以是单项式也可以是多项式 |
| 29. 完全平方公式 | $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$ | $(p+1)^2 = p^2 + 2p + 1$ | 中间项是两数积的2倍, 且注意保持前后“符号”的一致性 |



本书必背概念、性质、公式及定理



| 知识点 | 内容 | 举例 | 名师点拨 |
|-------------|--|--|--|
| 30. 公因式 | 一个多项式中各项都含有的一个公共的因式 | $12x^4+3x^2-6x$ 的公因式是 $3x$ | 各项系数的最大公因数作为公因式的系数,各项中相同的字母作为公因式的字母,且字母的指数取各项最低的 |
| 31. 分式 | 一般地,如果A, B 表示两个整式,并且B中含有字母,那么式子 $\frac{A}{B}$ 叫做分式 | $\frac{S}{a}, \frac{60}{20-v}$ 是分式, $\frac{70}{\pi}, \frac{x+1}{2}$ 不是分式 | 分式的三要素:形如 $\frac{A}{B}$ 的式子; A, B是整式;分母B中含有字母 |
| 32. 分式的基本性质 | 分式的分子与分母乘或除以一个不为0的整式,分式的值不变 | $\frac{a}{b} = \frac{a \cdot c}{b \cdot c}, \frac{a}{b} = \frac{a \div c}{b \div c}$ ($c \neq 0$), 其中a, b, c 是整式 | 使用此性质时要注意“同一个”的含义,避免犯只乘(或除以)分子或只乘(或除以)分母的错误 |
| 33. 最简分式 | 分子与分母没有公因式的分式 | $\frac{1}{x+2}$ 是最简分式 | 分式的结果必须化为最简分式或整式 |
| 34. 最简公分母 | 通分时要先确定各分式的公分母,一般取各分母的所有因式的最高次幂的积作公分母 | $\frac{b}{2ac}, \frac{a}{3bc}$ 的最简公分母是 $6abc$ | ①系数取最小公倍数;②字母为分母中所含的所有字母;③次数取各字母的最高次幂 |
| 35. 负整数指数幂 | 一般的,当n是正整数时, $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ ($a \neq 0$) | $a^{-5} = \frac{1}{a^5}$ | 随着指数的取值范围由正整数推广到全体整数,正整数指数幂的运算性质可推广到整数指数幂 |
| 36. 科学记数法 | 小于1的正数也可以用科学记数法表示为 $a \times 10^{-n}$ 的形式,其中 $1 \leq a < 10, n$ 是正整数 | $0.000\ 000\ 2 = 2 \times 10^{-7}$ | 反过来,也可以将用科学记数法形式表示的数写成小数,如 $2.4 \times 10^{-3} = 0.002\ 4$ |
| 37. 分式方程 | 分母中含有未知数的方程叫做分式方程 | $\frac{1}{x} + 1 = x$ 是分式方程 | 分式方程的特征:①是方程;②分母中含有未知数 |



第十一章 三角形

| | |
|----------------|-----|
| 11.1 与三角形有关的线段 | /1 |
| 11.2 与三角形有关的角 | /9 |
| 11.3 多边形及其内角和 | /15 |
| 第十一章复习 | /20 |
| 第十一章检测 | /21 |

第十二章 全等三角形

| | |
|---------------|-----|
| 12.1 全等三角形 | /23 |
| 12.2 三角形全等的判定 | /29 |
| 12.3 角的平分线的性质 | /39 |
| 第十二章复习 | /45 |
| 第十二章检测 | /46 |

第十三章 轴对称

| | |
|------------------|-----|
| 13.1 轴对称 | /48 |
| 13.2 画轴对称图形 | /56 |
| 13.3 等腰三角形 | /63 |
| 13.4 课题学习 最短路径问题 | /72 |

| | |
|--------|-----|
| 第十三章复习 | /76 |
| 第十三章检测 | /77 |

第十四章 整式的乘法与因式分解

| | |
|------------|------|
| 14.1 整式的乘法 | /79 |
| 14.2 乘法公式 | /88 |
| 14.3 因式分解 | /93 |
| 第十四章复习 | /99 |
| 第十四章检测 | /100 |

第十五章 分式

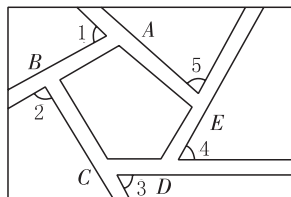
| | |
|------------|------|
| 15.1 分式 | /102 |
| 15.2 分式的运算 | /110 |
| 15.3 分式方程 | /118 |
| 第十五章复习 | /126 |
| 第十五章检测 | /127 |
| 期中检测 | /129 |
| 期末检测 | /132 |

第十一章



三角形

清晨,小强沿着一个五边形广场周围的小路,按逆时针方向跑步.如图,他每从一条街道转到下一条街道时,身体都需要转过一个角.小强的爸爸笑着对他说:“我知道你每跑完一圈身体转过的角度之和.”小强不相信,问爸爸度数之和是多少.爸爸说是 360° ,且不管广场的形状是五边形还是六边形或者其他的多边形,其度数之和都是 360° .



同学们,你觉得小强的爸爸说的对吗?为什么?

参考答案 说的对.因为小强跑一圈转过的角度即为图上的 $\angle 1$ 、 $\angle 2$ 、 $\angle 3$ 、 $\angle 4$ 、 $\angle 5$,即各角是五边形的外角,而这五边形的外角和即为这5个外角的和,而根据已知有多边形的外角和都是 360° ,所以小强的爸爸说的对.

11.1 与三角形有关的线段



知识详解

知识点 1

三角形的有关概念及表示方法

三角形的概念:由不在同一条直线上的三条线段首尾顺次相接所组成的图形叫做三角形.

有关概念:(1)顶点——即三角形两边的公共点;(2)边——即组成三角形的三条线段;(3)内角——即相邻两边组成的角.

【解读】(1)三角形要满足“不在同一条直线上”“三条线段”“首尾顺次相接”三个条件,缺少其中任何一个条件得到的图形都不是三角形.

(2)三角形的表示:三角形用符号“ \triangle ”表示,顶点为 A, B, C 的三角形记作“ $\triangle ABC$ ”.注:这三个字母没有先后顺序,只要三个字母相同就表示同一个三角形.

例 1 如图 11.1-1 所示,

(1)图中共有_____个三角形,它们分别是_____;

(2) $\triangle ABC$ 的三个顶点分别是_____,三个内角分别是_____;

巧记乐背



若问何为三角形,
首尾相接三线段,
三角形有三条边,
三个内角三顶点.

(3) $\angle C$ 所对的边是_____.

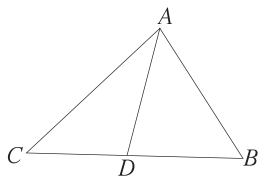


图 11.1-1

分析 按照一定的顺序或规律数三角形的个数可以不重不漏;确定 $\angle C$ 所对的边主要看 $\angle C$ 在哪个三角形中.

解:(1)3 $\triangle ABD, \triangle ACD, \triangle ABC$

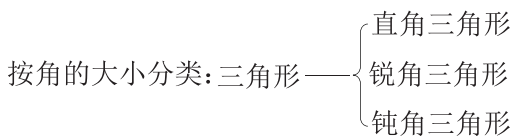
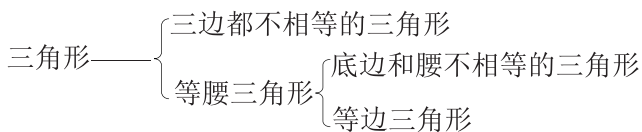
(2)点A, B, C, $\angle BAC, \angle B, \angle C$

(3)AD或AB

知识点 2

三角形的分类

按边的相等关系分类:



【解读】三角形的两种分类方法是各自独立的,但是同一个三角形可以属于两种不同类别.例如,等腰直角三角形既是等腰三角形,又是直角三角形.

知识点 3

三角形的三边关系

三角形的三边关系:三角形两边的和大于第三边,三角形两边的差小于第三边.

【解读】(1)这里的“两边”指的是任意的两边,对于“两边之差”,它可能是正数,也可能是负数,一般取“差”的绝对值.

(2)三角形两边的和大于第三边的依据是“两点之间,线段最短”.此性质可以用来判定给出的三条线段能否组成三角形以及已知三角形两边长求第三边长的取值范围.

例 2 以下列各组线段为边,能组成三角形的是()

- A. 2 cm, 3 cm, 5 cm
- B. 5 cm, 6 cm, 10 cm
- C. 1 cm, 1 cm, 3 cm
- D. 3 cm, 4 cm, 9 cm

要点提示

数复杂图形中的三角形个数时,要按一定的次序去数:既可以按大小顺序数,也可以按图形形成的过程数.

即学即练

1. 如图11.1-2, AB是哪些三角形的边? $\angle ADE$ 是哪些三角形的内角?

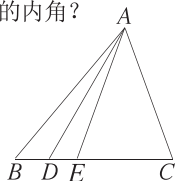


图 11.1-2

巧记乐背



三角形有三边,
三边关系不一般,
两边和大于第三边,
两边差小于第三边.

分析 三角形的三条边必须满足“两边之和大于第三边”，因而三条线段能构成三角形的边的条件是任意两条线段长度之和大于第三条线段. 一般情况下只需证明最短的两边之和大于第三边即可. A中, $2\text{ cm} + 3\text{ cm} = 5\text{ cm}$, 不能构成三角形; B中, $5\text{ cm} + 6\text{ cm} > 10\text{ cm}$, 能构成三角形; C中, $1\text{ cm} + 1\text{ cm} < 3\text{ cm}$, 不能构成三角形; D中, $3\text{ cm} + 4\text{ cm} < 9\text{ cm}$, 不能构成三角形. 故选B.

解: B.

知识点 4

三角形的高、中线、角平分线

三角形的高: 从三角形的一个顶点向它的对边作垂线, 顶点和垂足之间的线段叫做三角形的高. 如图 11.1-3, AD 是 $\triangle ABC$ 的边 BC 上的高.

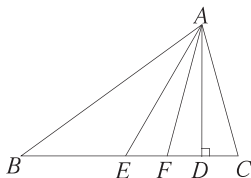


图 11.1-3

三角形的中线: 在三角形中, 连接一个顶点和它对边中点的线段叫做三角形的中线. 如图 11.1-3, AE 是 $\triangle ABC$ 的 BC 边上的中线.

三角形的角平分线: 在三角形中, 一个内角的平分线和它对边相交, 这个角的顶点与交点之间的线段叫做三角形的角平分线. 如图 11.1-3, AF 是 $\triangle ABC$ 的角平分线.

【解读】(1) 三角形的高是一条线段. 三角形的三条高相交于一点, 这一点叫做三角形的垂心. 锐角三角形的三条高都在三角形内部, 垂心也在三角形内部; 钝角三角形有两条高位于三角形的外部, 一条高位于三角形内部, 垂心位于三角形外部; 直角三角形有两条高恰好是三角形的两条直角边, 另一条高在三角形内部, 它们的垂心就是直角顶点.

(2) 三角形的中线是一条线段. 三条中线都在三角形的内部, 并且三条中线相交于三角形内一点, 这一点叫做三角形的重心. 三角形的每一条中线都将三角形分成面积相等的两个三角形.

(3) 三角形的角平分线是一条线段. 三条角平分线都在三角形内部, 并且相交于三角形内一点, 这一点叫做三角形的内心.

即学即练

2. 如果一个三角形的两边长分别为 2 和 4, 那么第三边长可能是 ()

- A. 2 B. 4
C. 6 D. 8

巧记乐背

中线高角平分线,
各为三条是线段,
有高可得线垂直,
中线可得等线段,
平分内角角平分线,
灵活运用真简单.

即学即练

3. 三角形的下列线段中能将三角形的面积分成相等的两部分的是 ()

- A. 中线
B. 角平分线
C. 高
D. 最长边上的高

例3 如图 11.1-4 ①所示, 已知 $\triangle ABC$, 按要求作图.

- (1) 画出 $\angle ABC$ 的平分线, 并指出相等的角.
- (2) 画出 BC 边上的中线, 并指出相等的线段.
- (3) 画出 BC 边上的高, 并指出图中所有的直角三角形.

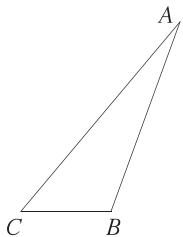


图 11.1-4 ①

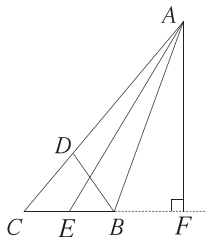


图 11.1-4 ②

分析 按要求作图, 利用角平分线、中线的定义找出相等的关系. 在作三角形高的时候, 分清过哪个顶点作哪条边的垂线, 图中所说的是 BC 边上的高, 即所对的顶点是 A , 垂足应在 BC 或 BC 的延长线上.

解: (1) 如图 11.1-4 ②所示, BD 是 $\angle ABC$ 的平分线, $\angle ABD = \angle CBD$.

(2) 如图 11.1-4 ②所示, BE 是 BC 边上的中线, $BE = CE$.

(3) 如图 11.1-4 ②所示, 延长 CB , 过点 A 作 $AF \perp BC$, 垂足为 F , 线段 AF 即为 BC 边上的高, 所以 $\angle AFC = 90^\circ$, 图中的直角三角形有 $\triangle AFB$, $\triangle AFE$ 和 $\triangle AFC$.

例4 如图 11.1-6, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, AC 边上的中线将 $\triangle ABC$ 的周长分为 12 cm 和 21 cm 两部分, 求 AB 的长度.

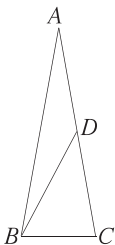


图 11.1-6

分析 涉及等腰三角形边的问题时, 常常要分情况讨论, 先确定已知边是腰还是底边, 同时还须检验两边的和是否大于第三边.

解: 设 $AB = AC = x$ cm, $BC = y$ cm, D 为 AC 的中点.

① 当 $AB + AD = 12$ cm 时, 即 $x + \frac{1}{2}x = 12$, 解得 $x = 8$. 故 $AB = AC = 8$ cm, 此时 $BC = y = 21 - CD = 17$ cm. 而 $8 + 8 < 17$, 不符合三角形三边关系的性质, 理应舍去.

即学即练

4. 如图 11.1-5, 在 $\triangle ABC$ 中:

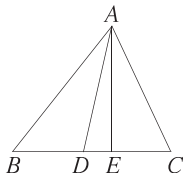


图 11.1-5

(1) 若 AD 是 BC 边上的中线,

则有 $BD = \underline{\hspace{2cm}} = \frac{1}{2} \underline{\hspace{2cm}}$;

(2) 若过 A 点作 BC 边上的高 AE , 利用三角形的面积公式可

求得 $S_{\triangle ABD} = \underline{\hspace{2cm}} = \frac{1}{2} S_{\triangle ABC}$;

(3) 如何在现有的基础上将 $\triangle ABC$ 的面积四等分? 说说你的方法.

即学即练

5. 等腰三角形一腰上的中线把该三角形的周长分为 13.5 和 11.5 两部分, 求这个等腰三角形各边的长.

②当 $AB + AD = 21$ cm时, 即 $x + \frac{1}{2}x = 21$, 解得 $x = 14$. 故 $AB = AC = 14$ cm, 此时 $BC = y = 12 - CD = 5$ cm. 而 $5 + 14 > 14$, 符合三角形三边关系的性质.

综上所述, AB 的长度是 14 cm.

知识点 5

三角形的稳定性

三角形的三条边确定后, 三角形的形状和大小就确定了, 这个性质叫三角形的稳定性.

【解读】(1) 三角形的稳定性在生产和生活中的应用很广泛, 很多需要稳定的东西都制成三角形的形状. 三角形的稳定性说明三角形三条边的长度确定后, 其形状和大小也随之确定.

(2) 四边形不具有稳定性.

例 5 如图 11.1-7 所示, 具有稳定性的图形有()

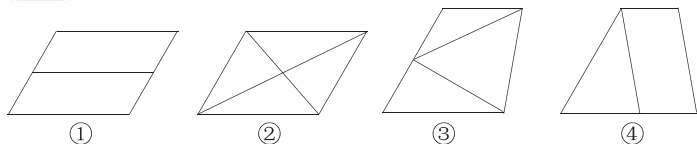


图 11.1-7

- A. 只有①和②
- B. 只有③和④
- C. 只有②和③
- D. ①②和③

【分析】 本题考查三角形稳定性的实际应用. 根据三角形的稳定性, 图中具有稳定性的有②和③, 而④虽然含有三角形, 但右侧的四边形不具稳定性, 所以整体也就不具稳定性. 故选 C.

解: C.



拓展提升

类型一: 根据三角形三边关系找第三边

例 6 某同学手里拿着长为 3 和 2 的两根木棍, 想要找一根木棍, 用它们围成一个三角形. 那么他要找的这根木棍长应满足的条件中的整数解有()

- A. 1, 3, 5
- B. 1, 2, 3
- C. 2, 3, 4
- D. 3, 4, 5

【分析】 此题主要考查了三角形三边关系, 掌握三角形三边关

即学即练

6. 要使四边形木架(用四根木条钉成)不变形, 至少要钉上几根木条? 五边形木架呢? 在下面空白处画出草图. 由此你能推出使 n 边形木架不变形, 又至少要钉多少根木条吗?

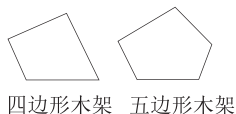


图 11.1-8

即学即练

7. 现有 3cm, 4cm, 7cm, 9cm 长的四根木棒, 任取其中三根组成一个三角形, 那么可以组成的三角形的个数是()

- A. 1个
- B. 2个
- C. 3个
- D. 4个

系的性质是解题的关键. 若设他所找的这一根木棍长为 x , 由题意得: $3-2 < x < 3+2$, 故 $1 < x < 5$. 因为 x 为整数, 所以 $x = 2, 3, 4$.

解:C.

类型二: 三角形的三边关系与绝对值的综合应用

例7 已知 a, b, c 为 $\triangle ABC$ 的三边长, 化简 $|a+b+c|+|a-c-b|$.

分析 由三角形三边之间的关系, 可确定去掉绝对值后各项的符号.

解: 因为 a, b, c 为 $\triangle ABC$ 的三边长, 所以 $a+b+c > 0, a < b+c$.

即 $a-c-b < 0$.

所以 $|a+b+c|+|a-c-b|$

$$= a+b+c-(a-c-b)$$

$$= a+b+c-a+c+b$$

$$= 2b+2c.$$

类型三: 三角形的“三线”的应用

例8 如图 11.1-9 所示是一块三角形的菜地. 要把这块菜地分成面积相等的四块, 应该怎样分?

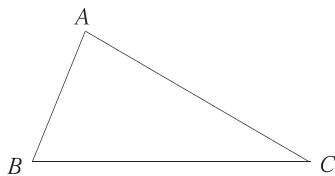


图 11.1-9

分析 要求面积 n 等分, 我们知道等底同高的三角形面积相等, 因此可将求面积相等转化为将线段 n 等分, 而中线恰好可以将线段 n 等分.

解: 有很多种方法, 以下两种仅供参考. 在图 11.1-10 ①中, $BD = DE = EF = FC$; 在图 11.1-10 ②中, D 为 BC 的中点, E 为 AD 的中点.

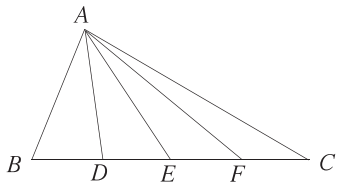


图 11.1-10 ①

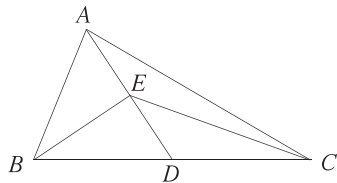


图 11.1-10 ②

即学即练

8. 已知 a, b, c 是 $\triangle ABC$ 的三边长, b, c 满足 $(b-2)^2 + |c-3| = 0$, 且 a 为方程 $|x-4|=2$ 的解, 求 $\triangle ABC$ 的周长.

即学即练

9. 如何将一块三角形的菜地分成面积比为 $2:3:4$ 的三块?

类型四：规律探究题

例9 如图 11.1-11 ①是一个三角形，分别连接这个三角形的中点得到图②，再分别连接图②中间的小三角形的中点得到图③，按此方法继续下去，请你根据每个图中三角形个数的规律，完成下列问题.

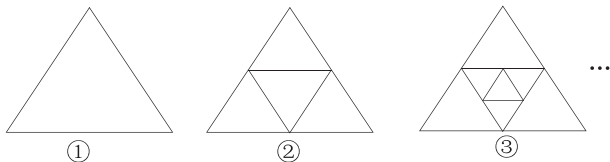


图 11.1-11

(1)将下表填写完整:

| | | | | | | |
|-------|---|---|---|---|---|-----|
| 图形编号 | ① | ② | ③ | ④ | ⑤ | ... |
| 三角形个数 | 1 | 5 | 9 | | | ... |

(2)在第 n 个图形中有三角形_____个.(用含 n 的式子表示)

分析 由观察可得出前几个图形编号中对应的三角形个数，再观察这些数以及图的特点，归纳出结论.

解:(1)13 17 (2) $4n - 3$

即学即练

10. 图 11.1-12 中有多少个三角形? 三角形的个数与 AB 上线段的条数有什么关系?

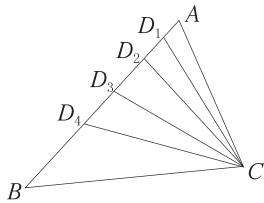


图 11.1-12

我说你讲

如何理解三角形的高?



当然首先要理解三角形的高的概念，从三角形的一个顶点向它的对边所在的直线作垂线，顶点和垂足之间的线段叫做三角形的高. 三角形的高是一条线段，注意与垂线的区别.

我知道三角形的高的位置特征，锐角三角形、直角三角形和钝角三角形都有三条高，但三种三角形的三条高的交点位置不同. 锐角三角形三条高的交点在三角形的内部，直角三角形三条高的交点在直角三角形的直角顶点，钝角三角形三条高的交点在三角形的外部.



在画三角形的高时要注意以下几点:(1)明确要求作的是三角形中哪一条边上的高;(2)注意三角形的高是一条线段;(3)当三角形是钝角三角形时，有两条边上的高的垂足在该两边的延长线上.