

艺术生高考一轮复习指南丛书

文考帮  
Wen Kao Bang

2018届

数学

全国卷地区卷通用

艺考生

石艳方 主编

名校名师·直击高考

高度浓缩·精准点拨

- 重庆市第一中学校
- 重庆市第八中学校
- 重庆南开中学
- 重庆外国语学校
- 重庆第二外国语学校
- 重庆求精中学

重庆大学出版社



图书在版编目(CIP)数据

文考帮：艺术生高考一轮复习指南丛书. 数学 / 石艳方

主编. -- 重庆：重庆大学出版社，2017.11

ISBN 978-7-5689-0831-3

I. ①文… II. ①石… III. ①数学—成人高等教育—  
入学考试—自学参考资料 IV. ①G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2017)第 257203 号

文考帮——艺考生高考一轮复习指南丛书

数 学

SHUXUE

石艳方 主 编

策划编辑：贾 曼 向文平 唐启秀 林佳木 曾显跃

责任编辑：文 鹏 版式设计：曾显跃

责任校对：邹 忌 责任印制：赵 晟

\*

重庆大学出版社出版发行

出版人：易树平

社址：重庆市沙坪坝区大学城西路 21 号

邮编：401331

电话：(023)88617190 88617185(中小学)

传真：(023)88617186 88617166

网址：<http://www.cqup.com.cn>

邮箱：[fxk@cqup.com.cn](mailto:fxk@cqup.com.cn) (营销中心)

全国新华书店经销

重庆升光电力印务有限公司印刷

\*

开本：890mm×1240mm 1/16 印张：18.25 字数：617 千

2017 年 11 月第 1 版 2017 年 11 月第 1 次印刷

印数：1—5 000

ISBN 978-7-5689-0831-3 定价：68.00 元

---

本书如有印刷、装订等质量问题，本社负责调换

版权所有，请勿擅自翻印和用本书

制作各类出版物及配套用书，违者必究

## 编写委员会



**主编：**石艳方

**编委：**石艳方 王 霞

何 军 刘 勇

# 致艺考生

艺考生想要升入理想的大学,必须跨过两道门槛。第一道门槛是专业课,各省联考相对比较简单,容易拿下。对于基础较好、足够勤奋努力的艺考生来说拿到清华大学、中央美术学院、中国美术学院等校考专业合格证也不是问题。但是第二道门槛——文化课,对于艺考生简直可以用“鬼门关”来形容了。因为从高三开始,有的艺考生甚至从高二下学期就开始准备专业课的考试,使文化课复习一度处于停滞或半停滞的状态。因此在专业课考试结束后,复习文化课便成为艺考生的头等大事。现在全国卷的普及范围越来越广,考试难度加大对艺考生更是“雪上加霜”。那么如何成功地迈过文化课这一关呢?选择正确的复习资料、高效的复习方法以及靠谱的复习机构就至关重要了!

基于此,“文考帮——艺考生文化课专用复习资料”经过三年的市场调研、实践,在众多高考命题专家、一线优秀名师的倾力打造下终于与读者见面了。它适合包括美术、声乐、器乐、舞蹈、播音主持、编导、空乘等多个专业的所有艺考生,是学生在集训期间自己复习及一轮复习、机构老师带领学生复习的好搭档。“文考帮”由一轮基础知识复习、二轮专题讲解、三轮真题演练三个部分构成完整体系。其突出特点是:名校名师、直击高考;高度浓缩、精准点拨;急艺考生所急,想艺考生所想。全国卷地区卷艺考生均适用。

我们深深地知道,作为艺考生的你们:

承载着——父母的期盼、恩师的厚望;背负着——天赐的智慧、青春的理想!

我们也殷切地希望——你们庄严地承诺:

从今天起,从此刻起;

不作懦弱的退缩,不作无益的彷徨;

你们将——带着从容的微笑、踏着稳健的步伐,

去赢取志在必得的辉煌!

“文考帮”编写委员会

2017年8月8日

# 目录

- 第一部分 集合与常用逻辑用语/1**
  - 第1讲 集合/1
  - 第2讲 命题及其相互关系,充分条件与必要条件/4
  - 第3讲 简单的逻辑联结词,全称量词与存在量词/8
- 第二部分 函数/11**
  - 第1讲 函数的概念及其表示/11
  - 第2讲 函数的单调性与最值/14
  - 第3讲 函数的奇偶性与周期性/16
  - 第4讲 幂函数与二次函数/20
  - 第5讲 指数与指数函数/22
  - 第6讲 对数与对数函数/25
  - 第7讲 函数的图像/29
  - 第8讲 函数与方程/32
  - 第9讲 函数模型及其应用/34
- 第三部分 导数/37**
  - 第1讲 变化率与导数、导数的计算/37
  - 第2讲 导数在研究函数中的应用/41
  - 第3讲 定积分与微积分基本定理/45
- 第四部分 三角函数与解三角形/50**
  - 第1讲 任意角和弧度制及任意角的三角函数/50
  - 第2讲 同角三角函数的基本关系式与诱导公式/53
  - 第3讲 三角函数的图像与性质/56
  - 第4讲 函数  $y = A \sin(\omega x + \varphi)$  的图像及应用/61
  - 第5讲 两角和与差的正弦、余弦和正切/65
  - 第6讲 正弦定理和余弦定理/69
- 第五部分 向量/76**
  - 第1讲 平面向量的概念及其线性运算/76
  - 第2讲 平面向量基本定理及坐标表示/79
  - 第3讲 平面向量的数量积/82
  - 第4讲 平面向量应用举例/84
- 第六部分 数列/88**
  - 第1讲 数列的概念与简单表示法/88



- 第2讲 等差数列及其前  $n$  项和/92
- 第3讲 等比数列及其前  $n$  项和/96
- 第4讲 数列求和/98
- 第5讲 数列的综合应用/102
- 第七部分 不等式与线性规划/106**
  - 第1讲 不等关系与不等式/106
  - 第2讲 一元二次不等式及其解法/107
  - 第3讲 二元一次不等式(组)与简单的线性规划问题/111
  - 第4讲 基本不等式/114
- 第八部分 空间立体几何/118**
  - 第1讲 空间几何体的结构及其三视图和直观图/118
  - 第2讲 空间几何体的表面积与体积/121
  - 第3讲 空间点、直线、平面之间的位置关系/125
  - 第4讲 直线、平面平行的判定与性质/128
  - 第5讲 直线、平面垂直的判定与性质/133
  - 第6讲 空间向量及其运算/137
  - 第7讲 立体几何中的向量方法(一)——证明平行与垂直/140
  - 第8讲 立体几何中的向量方法(二)——求空间角与距离/144
- 第九部分 直线与圆/152**
  - 第1讲 直线与方程/152
  - 第2讲 两条直线的位置关系/154
  - 第3讲 圆的方程/157
  - 第4讲 直线与圆、圆与圆的位置关系/160
- 第十部分 圆锥曲线/164**
  - 第1讲 椭圆/164
  - 第2讲 双曲线/169
  - 第3讲 抛物线/174
  - 第4讲 曲线与方程/177
  - 第5讲 圆锥曲线的热点问题/180
- 第十一部分 统计/188**
  - 第1讲 随机抽样/188
  - 第2讲 用样本估计总体/192
  - 第3讲 变量间的相关关系、统计案例/198
- 第十二部分 排列组合与二项式定理/208**
  - 第1讲 分类加法计数原理与分步乘法计数原理/208
  - 第2讲 排列与组合/211
  - 第3讲 二项式定理/214
- 第十三部分 概率/218**
  - 第1讲 随机事件的概率/218
  - 第2讲 古典概型/223
  - 第3讲 几何概型/228
  - 第4讲 离散型随机变量及其分布列/231
  - 第5讲 二项分布与正态分布/237
  - 第6讲 离散型随机变量的均值与方差/242

<b>第十四部分 推理与证明/249</b>
第1讲 合情推理与演绎推理/249
第2讲 直接证明与间接证明/252
第3讲 数学归纳法及其应用/255
<b>第十五部分 算法/260</b>
第1讲 算法与程序框图/260
<b>第十六部分 复数/269</b>
第1讲 复数/269
<b>选考部分/273</b>
第1讲 相似三角形的判定及有关性质/273
第2讲 直线与圆/273
第3讲 坐标系/275
第4讲 参数方程/276
第5讲 不等式、含有绝对值的不等式/279
第6讲 不等式的证明/282

# 第一部分 集合与常用逻辑用语

## 第 1 讲 集合



### 最新考纲

1. 了解集合的含义、元素与集合的属于关系.
2. 理解集合之间包含与相等的含义,能识别给定集合的子集.
3. 在具体情境中,了解全集与空集的含义.
4. 理解两个集合的并集与交集的含义,会求两个简单集合的并集与交集.
5. 理解在给定集合中一个子集的补集的含义,会求给定子集的补集.
6. 能使用韦恩(Venn)图表达集合的关系及运算.

### 诊断 · 基础知识

由浅入深 夯基固本



### 知识梳理

1. 元素与集合
  - (1) 集合中元素的三个特征:确定性、互异性、无序性.
  - (2) 元素与集合的关系是属于或不属于关系,用符号  $\in$  或  $\notin$  表示.
2. 集合间的基本关系

表示关系		文字语言	符号语言
集合间的 基本关系	相等	集合 $A$ 与集合 $B$ 中的所有元素都相同	$A = B$
	子集	$A$ 中任意一个元素均为 $B$ 中的元素	$A \subseteq B$
	真子集	$A$ 中任意一个元素均为 $B$ 中的元素,且 $B$ 中至少有一个元素不是 $A$ 中的元素	$A \subsetneq B$
空集		空集是任何集合的子集,是任何非空集合的真子集	

### 3. 集合的基本运算

	集合的并集	集合的交集	集合的补集
图形语言			
符号语言	$A \cup B = \{x   x \in A, \text{或 } x \in B\}$	$A \cap B = \{x   x \in A, \text{且 } x \in B\}$	$\complement_U A = \{x   x \in U, \text{且 } x \notin A\}$

### 4. 集合关系与运算的常用结论

- (1) 若有限集  $A$  中有  $n$  个元素,则  $A$  的子集有  $2^n$  个,真子集有  $2^n - 1$  个.
- (2) 子集的传递性:  $A \subseteq B, B \subseteq C \Rightarrow A \subseteq C$ .



(3)  $A \subseteq B \Leftrightarrow A \cap B = A \Leftrightarrow A \cup B = B$ .

(4)  $\complement_U(A \cap B) = (\complement_U A) \cup (\complement_U B)$ ,  $\complement_U(A \cup B) = (\complement_U A) \cap (\complement_U B)$ .



易错防范

1. 求集合的基本运算时,要认清集合元素的属性(是点集、数集或其他情形)和化简集合,这是正确求解集合运算的两个先决条件.

2. 忽视元素的互异性;运算不准确,尤其是运用数轴图示法时要特别注意端点是实心还是空心.

3. 集合的运算性质:①  $A \cup B = B \Leftrightarrow A \subseteq B$ ;②  $A \cap B = A \Leftrightarrow A \subseteq B$ ;③  $A \cup (\complement_U A) = U$ ;④  $A \cap (\complement_U A) = \emptyset$ .

突破 · 高频考点

以例求法 举一反三

考点一 集合的基本概念

【例1】(1)若集合  $A = \{x \in \mathbf{R} \mid ax^2 + ax + 1 = 0\}$  中只有一个元素,则  $a =$  ( ).

- A. 4                                      B. 2                                      C. 0                                      D. 0 或 4

(2)已知集合  $A = \{0, 1, 2\}$ , 则集合  $B = \{x - y \mid x \in A, y \in A\}$  中元素的个数是( ).

- A. 1                                      B. 3                                      C. 5                                      D. 9

[规律方法]集合中元素的互异性对解题影响较大,特别是含有字母的集合,在求出字母的值后,要注意检验集合中的元素是否满足互异性.

【训练1】已知  $a \in \mathbf{R}, b \in \mathbf{R}$ , 若  $\left\{a, \frac{b}{a}, 1\right\} = \{a^2, a + b, 0\}$ , 则  $a^{2018} + b^{2018} =$  \_\_\_\_\_.

考点二 集合间的基本关系

【训练2】(1)已知集合  $A = \{x \mid x^2 - 3x + 2 = 0, x \in \mathbf{R}\}$ ,  $B = \{x \mid 0 < x < 5, x \in \mathbf{N}\}$ , 则满足条件  $A \subseteq C \subseteq B$  的集合  $C$  的个数为( ).

- A. 1                                      B. 2                                      C. 3                                      D. 4

(2)已知集合  $A = \{-1, 1\}$ ,  $B = \{x \mid ax + 1 = 0\}$ , 若  $B \subseteq A$ , 则实数  $a$  的所有可能取值的集合为( ).

- A.  $\{-1\}$                                       B.  $\{1\}$                                       C.  $\{-1, 1\}$                                       D.  $\{-1, 0, 1\}$

考点三 集合的基本运算

【训练3】(1)已知全集  $U = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ , 集合  $A = \{1, 2, 3\}$ ,  $B = \{2, 4\}$ , 则  $(\complement_U A) \cup B$  为( ).

- A.  $\{1, 2, 4\}$                                       B.  $\{2, 3, 4\}$                                       C.  $\{0, 2, 4\}$                                       D.  $\{0, 2, 3, 4\}$

(2)已知全集  $U = \mathbf{R}$ , 集合  $A = \{x \mid -1 \leq x \leq 3\}$ , 集合  $B = \{x \mid \log_2(x - 2) < 1\}$ , 则  $A \cap (\complement_U B) =$  \_\_\_\_\_.

课时 · 题组训练

阶梯训练 练出高分

基础过关题

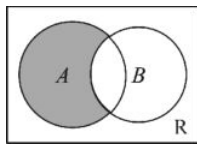
一、选择题

1. 已知集合  $A = \{x \mid x^2 - 2x > 0\}$ ,  $B = \{x \mid -\sqrt{5} < x < \sqrt{5}\}$ , 则( ).

- A.  $A \cap B = \emptyset$                                       B.  $A \cup B = \mathbf{R}$                                       C.  $B \subseteq A$                                       D.  $A \subseteq B$



2. 设集合  $S = \{x | x^2 + 2x = 0, x \in \mathbf{R}\}$ ,  $T = \{x | x^2 - 2x = 0, x \in \mathbf{R}\}$ , 则  $S \cap T =$  ( ).  
 A.  $\{0\}$                       B.  $\{0, 2\}$                       C.  $\{-2, 0\}$                       D.  $\{-2, 0, 2\}$
3. 已知集合  $M = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ ,  $N = \{1, 3, 5\}$ ,  $P = M \cap N$ , 则  $P$  的子集共有 ( ) 个.  
 A. 2                              B. 4                              C. 6                              D. 8
4. 已知集合  $A = \{x | 0 < \log_4 x < 1\}$ ,  $B = \{x | x \leq 2\}$ , 则  $A \cap B =$  ( ).  
 A.  $(0, 1)$                       B.  $(0, 2]$                       C.  $(1, 2)$                       D.  $(1, 2]$
5. 设集合  $A = \{x | x^2 + 2x - 8 < 0\}$ ,  $B = \{x | x < 1\}$ , 则图中阴影部分表示的集合为 ( ).  
 A.  $\{x | x \geq 1\}$                       B.  $\{x | -4 < x < 2\}$                       C.  $\{x | -8 < x < 1\}$                       D.  $\{x | 1 \leq x < 2\}$



## 二、填空题

6. 集合  $\{-1, 0, 1\}$  共有 \_\_\_\_\_ 个子集.
7. 集合  $A = \{0, 2, a\}$ ,  $B = \{1, a^2\}$ , 若  $A \cup B = \{0, 1, 2, 4, 16\}$ , 则  $a$  的值为 \_\_\_\_\_.



## 能力提高题

## 一、选择题

1. 若集合  $A = \{-1, 1\}$ ,  $B = \{0, 2\}$ , 则集合  $\{z | z = x + y, x \in A, y \in B\}$  中的元素有 ( ) 个.  
 A. 5                              B. 4                              C. 3                              D. 2
2. 设全集  $U = \mathbf{R}$ , 集合  $M = \{x | y = \lg(x^2 - 1)\}$ ,  $N = \{x | 0 < x < 2\}$ , 则  $N \cap (\complement_U M) =$  ( ).  
 A.  $\{x | -2 \leq x < 1\}$                       B.  $\{x | 0 < x \leq 1\}$                       C.  $\{x | -1 \leq x \leq 1\}$                       D.  $\{x | x < 1\}$

## 二、填空题

3. 已知集合  $A = \{x \in \mathbf{R} | |x + 2| < 3\}$ , 集合  $B = \{x \in \mathbf{R} | (x - m)(x - 2) < 0\}$ , 且  $A \cap B = (-1, n)$ , 则  $m =$  \_\_\_\_\_,  $n =$  \_\_\_\_\_.

## 三、解答题

4. 已知集合  $A = \{y | y = 2x - 1, 0 < x \leq 1\}$ ,  $B = \{x | (x - a)[x - (a + 3)] < 0\}$ . 分别根据下列条件, 求实数  $a$  的取值范围.  
 (1)  $A \cap B = A$ ; (2)  $A \cap B \neq \emptyset$ .

## 直通高考

1. (2017 · 新课标全国 I 文科) 已知集合  $A = \{x | x < 2\}$ ,  $B = \{x | 3 - 2x > 0\}$ , 则 ( ).  
 A.  $A \cap B = \left\{x \mid x < \frac{3}{2}\right\}$                       B.  $A \cap B = \emptyset$   
 C.  $A \cup B = \left\{x \mid x < \frac{3}{2}\right\}$                       D.  $A \cup B = \mathbf{R}$
2. (2017 · 新课标全国 II 文科) 设集合  $A = \{1, 2, 3\}$ ,  $B = \{2, 3, 4\}$ , 则  $A \cup B =$  ( ).  
 A.  $\{1, 2, 3, 4\}$                       B.  $\{1, 2, 3\}$                       C.  $\{2, 3, 4\}$                       D.  $\{1, 3, 4\}$
3. (2017 · 新课标全国 III 文科) 已知集合  $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ,  $B = \{2, 4, 6, 8\}$ , 则  $A \cap B$  中元素的个数为 ( ).  
 A. 1                              B. 2                              C. 3                              D. 4
4. (2017 · 北京文科) 已知全集  $U = \mathbf{R}$ , 集合  $A = \{x | x < -2 \text{ 或 } x > 2\}$ , 则  $\complement_U A =$  ( ).  
 A.  $(-2, 2)$                       B.  $(-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$

- C.  $[-2, 2]$  D.  $(-\infty, -2] \cup [2, +\infty)$
5. (2017 · 天津文科) 设集合  $A = \{1, 2, 6\}$ ,  $B = \{2, 4\}$ ,  $C = \{1, 2, 3, 4\}$ , 则  $(A \cup B) \cap C =$  ( ).  
 A.  $\{2\}$  B.  $\{1, 2, 4\}$  C.  $\{1, 2, 4, 6\}$  D.  $\{1, 2, 3, 4, 6\}$
6. (2017 · 新课标全国 I 理科) 已知集合  $A = \{x | x < 1\}$ ,  $B = \{x | 3^x < 1\}$ , 则 ( ).  
 A.  $A \cap B = \{x | x < 0\}$  B.  $A \cup B = \mathbf{R}$  C.  $A \cup B = \{x | x > 1\}$  D.  $A \cap B = \emptyset$
7. (2017 · 新课标全国 II 理科) 设集合  $A = \{1, 2, 4\}$ ,  $B = \{x | x^2 - 4x + m = 0\}$ . 若  $A \cap B = \{1\}$ , 则  $B =$  ( ).  
 A.  $\{1, -3\}$  B.  $\{1, 0\}$  C.  $\{1, 3\}$  D.  $\{1, 5\}$
8. (2017 · 新课标全国 III 理科) 已知集合  $A = \{(x, y) | x^2 + y^2 = 1\}$ ,  $B = \{(x, y) | y = x\}$ , 则  $A \cap B$  中元素的个数为 ( ).  
 A. 3 B. 2 C. 1 D. 0
9. (2016 · 新课标全国卷 I 理科) 设集合  $A = \{x | x^2 - 4x + 3 < 0\}$ ,  $B = \{x | 2x - 3 > 0\}$ , 则  $A \cap B =$  ( ).  
 A.  $(-3, -\frac{3}{2})$  B.  $(-3, \frac{3}{2})$  C.  $(1, \frac{3}{2})$  D.  $(\frac{3}{2}, 3)$
10. (2016 · 新课标全国卷 II 理科) 已知集合  $A = \{1, 2, 3\}$ ,  $B = \{x | (x+1)(x-2) < 0, x \in \mathbf{Z}\}$ , 则  $A \cup B =$  ( ).  
 A.  $\{1\}$  B.  $\{1, 2\}$  C.  $\{0, 1, 2, 3\}$  D.  $\{-1, 0, 1, 2, 3\}$
11. (2016 · 新课标全国卷 III 理科) 设集合  $S = \{x | (x-2) \cdot (x-3) \geq 0\}$ ,  $T = \{x | x > 0\}$ , 则  $S \cap T =$  ( ).  
 A.  $[2, 3]$  B.  $(-\infty, 2] \cup [3, +\infty)$   
 C.  $[3, +\infty)$  D.  $(0, 2] \cup [3, +\infty)$
12. (2015 · 新课标全国卷 II 理科) 已知集合  $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ ,  $B = \{x | (x-1)(x+2) < 0\}$ , 则  $A \cap B =$  ( ).  
 A.  $\{-1, 0\}$  B.  $\{0, 1\}$  C.  $\{-1, 0, 1\}$  D.  $\{0, 1, 2\}$

## 第 2 讲 命题及其相互关系, 充分条件与必要条件



### 最新考纲

1. 理解命题的概念.
2. 了解“若  $p$ , 则  $q$ ”形式的命题的逆命题、否命题与逆否命题, 会分析四种命题的相互关系.
3. 理解充分条件、必要条件与充要条件的含义.

## 诊断 · 基础知识

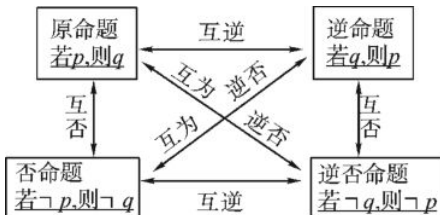
由浅入深 夯基固本



### 知识梳理

#### 1. 四种命题及其关系

(1) 四种命题间的相互关系:



(2) 四种命题的真假关系:

- ① 两个命题互为逆否命题, 它们具有相同的真假性.
- ② 两个命题为互逆命题或互否命题时, 它们的真假性没有关系.

## 2. 充分条件、必要条件与充要条件的概念

若 $p \Rightarrow q$ , 则 $p$ 是 $q$ 的充分条件, $q$ 是 $p$ 的必要条件	
$p$ 是 $q$ 的充分不必要条件	$p \Rightarrow q$ 且 $q \not\Rightarrow p$
$p$ 是 $q$ 的必要不充分条件	$p \not\Rightarrow q$ 且 $q \Rightarrow p$
$p$ 是 $q$ 的充要条件	$p \Leftrightarrow q$
$p$ 是 $q$ 的既不充分也不必要条件	$p \not\Rightarrow q$ 且 $q \not\Rightarrow p$



## 易错防范

1. 否命题与命题的否定是两个不同的概念. 否命题同时否定原命题的条件和结论, 命题的否定仅仅否定原命题的结论(条件不变).

2. 分清命题中的条件和结论, 并搞清楚其中的关键词, 如“ $\neq$ ”与“ $=$ ”, “ $>$ ”与“ $\leq$ ”, “且”与“或”, “是”与“不是”, “都不是”与“至少一个是”, “都是”与“不都是”等互为否定; 弄清先后顺序: “ $A$  的充分不必要条件是  $B$ ”是指  $B \Rightarrow A$ , 且  $A \not\Rightarrow B$ ; 而“ $A$  是  $B$  的充分不必要条件”则是指  $A \Rightarrow B$  且  $B \not\Rightarrow A$ ; 三是注意题中的大前提.

## 突破 · 高频考点

以例求法 举一反三

## 考点一 命题及其相互关系

【例 1】已知: 命题“若函数  $f(x) = e^x - mx$  在  $(0, +\infty)$  上是增函数, 则  $m \leq 1$ ”, 则下列结论正确的是( ).

- A. 否命题是“若函数  $f(x) = e^x - mx$  在  $(0, +\infty)$  上是减函数, 则  $m > 1$ ”, 是真命题  
 B. 逆命题是“若  $m \leq 1$ , 则函数  $f(x) = e^x - mx$  在  $(0, +\infty)$  上是增函数”, 是假命题  
 C. 逆否命题是“若  $m > 1$ , 则函数  $f(x) = e^x - mx$  在  $(0, +\infty)$  上是减函数”, 是真命题  
 D. 逆否命题是“若  $m > 1$ , 则函数  $f(x) = e^x - mx$  在  $(0, +\infty)$  上不是增函数”, 是真命题

[规律方法] (1) 在判断四种命题的关系时, 首先要分清命题的条件与结论. 当确定了原命题时, 要能根据四种命题的关系写出其他三种命题.

(2) 当一个命题有大前提时, 若要写出其他三种命题, 大前提需保持不变.

(3) 要判断一个命题为真命题, 需给出推理证明; 而说明一个命题是假命题, 只需举出反例即可.

(4) 根据“原命题与逆否命题同真同假, 逆命题与否命题同真同假”这一性质, 当一个命题直接判断不易进行时, 可转化为判断其等价命题的真假.

【训练 1】命题“若  $a^2 + b^2 = 0$ , 则  $a = 0$  且  $b = 0$ ”的逆否命题是( ).

- A. 若  $a^2 + b^2 \neq 0$ , 则  $a \neq 0$  且  $b \neq 0$   
 B. 若  $a^2 + b^2 \neq 0$ , 则  $a \neq 0$  或  $b \neq 0$   
 C. 若  $a = 0$  且  $b = 0$ , 则  $a^2 + b^2 \neq 0$   
 D. 若  $a \neq 0$  或  $b \neq 0$ , 则  $a^2 + b^2 \neq 0$

## 考点二 充分条件、必要条件的判断

【例 2】(1) “ $a \leq 0$ ”是“函数  $f(x) = |(ax - 1)x|$  在区间  $(0, +\infty)$  内单调递增”的( ).

- A. 充分不必要条件  
B. 必要不充分条件  
C. 充分必要条件  
D. 既不充分也不必要条件

(2) 如果  $a = (1, k)$ ,  $b = (k, 4)$ , 那么 “ $a // b$ ” 是 “ $k = -2$ ” 的 ( ).

- A. 充分不必要条件  
B. 必要不充分条件  
C. 充分必要条件  
D. 既不充分也不必要条件

**[规律方法]** 判断  $p$  是  $q$  的什么条件, 需要从两方面分析: 一是由条件  $p$  能否推得条件  $q$ ; 二是由条件  $q$  能否推得条件  $p$ . 对于带有否定性的命题或比较难判断的命题, 除借助集合思想把抽象、复杂问题形象化、直观化外, 还可利用原命题和逆否命题、逆命题和否命题的等价性, 将原命题转化为等价命题.

**【训练 2】** “ $\varphi = \pi$ ” 是 “曲线  $y = \sin(2x + \varphi)$  过坐标原点” 的 ( ).

- A. 充分不必要条件  
B. 必要不充分条件  
C. 充分必要条件  
D. 既不充分也不必要条件

### 考点三 充分条件、必要条件的探求

**【例 3】**(1) 若集合  $A = \{x | x^2 - x - 2 < 0\}$ ,  $B = \{x | -2 < x < a\}$ , 则 “ $A \cap B \neq \emptyset$ ” 的充要条件是 ( ).

- A.  $a > -2$                       B.  $a \leq -2$                       C.  $a > -1$                       D.  $a \geq -1$

(2) 函数  $f(x) = \begin{cases} \log_2 x, & x > 0 \\ 2^x - a, & x \leq 0 \end{cases}$  有且只有一个零点的充分不必要条件是 ( ).

- A.  $a \leq 0$  或  $a > 1$               B.  $0 < a < \frac{1}{2}$                       C.  $\frac{1}{2} < a < 1$                       D.  $a < 0$

**[规律方法]** 有关探求充要条件的选择题, 破题关键是: 首先, 判断是选项 “推” 题干, 还是题干 “推” 选项; 其次, 利用以小推大的技巧, 即可得结论.

**【训练 3】** “直线  $x - y - k = 0$  与圆  $(x - 1)^2 + y^2 = 2$  有两个不同的交点” 的一个充分不必要条件可以是 ( ).

- A.  $-1 < k < 3$                       B.  $-1 \leq k \leq 3$                       C.  $0 < k < 3$                       D.  $k < -1$  或  $k > 3$

#### 课堂小结

1. 当一个命题有大前提而要写出其他三种命题时, 必须保留大前提. 对于由多个并列条件组成的命题, 在写其他三种命题时, 应把其中一个 (或几个) 作为大前提.

2. 数学中的定义、公理、公式、定理都是命题, 但命题与定理是有区别的: 命题有真假之分, 而定理都是真的.

3. 命题的充要关系的判断方法:

(1) 定义法: 直接判断若  $p$  则  $q$ 、若  $q$  则  $p$  的真假.

(2) 等价法: 对于条件或结论是否定式的命题, 一般运用等价法.

(3) 利用集合间的包含关系判断: 若  $A \subseteq B$ , 则  $A$  是  $B$  的充分条件或  $B$  是  $A$  的必要条件; 若  $A = B$ , 则  $A$  是  $B$  的充要条件.

## 课时 · 题组训练

阶梯训练 练出高分

### 基础过关题

#### 一、选择题

1. 已知  $a, b, c \in \mathbf{R}$ , 命题 “若  $a + b + c = 3$ , 则  $a^2 + b^2 + c^2 \geq 3$ ” 的否命题是 ( ).

- A. 若  $a + b + c \neq 3$ , 则  $a^2 + b^2 + c^2 < 3$                       B. 若  $a + b + c = 3$ , 则  $a^2 + b^2 + c^2 < 3$   
C. 若  $a + b + c \neq 3$ , 则  $a^2 + b^2 + c^2 \geq 3$                       D. 若  $a^2 + b^2 + c^2 \geq 3$ , 则  $a + b + c = 3$

2. 设  $a \in \mathbf{R}$ , 则“ $a=2$ ”是“直线  $y = -ax + 2$  与  $y = \frac{a}{4}x - 1$  垂直”的( ).
- A. 充分不必要条件      B. 必要不充分条件      C. 充要条件      D. 既不充分也不必要条件
3. 命题“若  $x, y$  都是偶数, 则  $x + y$  也是偶数”的逆否命题是( ).
- A. 若  $x + y$  是偶数, 则  $x$  与  $y$  不都是偶数      B. 若  $x + y$  是偶数, 则  $x$  与  $y$  都不是偶数
- C. 若  $x + y$  不是偶数, 则  $x$  与  $y$  不都是偶数      D. 若  $x + y$  不是偶数, 则  $x$  与  $y$  都不是偶数
4. 不等式  $x - \frac{1}{x} > 0$  成立的一个充分不必要条件是( ).
- A.  $-1 < x < 0$  或  $x > 1$       B.  $x < -1$  或  $0 < x < 1$       C.  $x > -1$       D.  $x > 1$

## 二、填空题

5. 下列四个说法:

- ①一个命题的逆命题为真, 则它的逆否命题一定为真;
- ②命题“设  $a, b \in \mathbf{R}$ , 若  $a + b \neq 6$ , 则  $a \neq 3$  或  $b \neq 3$ ”是一个假命题;
- ③“ $x > 2$ ”是“ $\frac{1}{x} < \frac{1}{2}$ ”的充分不必要条件;
- ④一个命题的否命题为真, 则它的逆命题一定为真.

其中, 说法不正确的序号是\_\_\_\_\_.

6. 已知  $a, b, c$  都是实数, 则在命题“若  $a > b$ , 则  $ac^2 > bc^2$ ”与它的逆命题、否命题、逆否命题这四个命题中, 真命题的个数是\_\_\_\_\_.



## 能力提高题

### 一、选择题

1. 命题“若  $f(x)$  是奇函数, 则  $f(-x)$  是奇函数”的否命题是( ).
- A. 若  $f(x)$  是偶函数, 则  $f(-x)$  是偶函数      B. 若  $f(x)$  不是奇函数, 则  $f(-x)$  不是奇函数
- C. 若  $f(-x)$  是奇函数, 则  $f(x)$  是奇函数      D. 若  $f(-x)$  不是奇函数, 则  $f(x)$  不是奇函数
2. 已知  $x \in \mathbf{R}$ , 则  $x \geq 1$  是  $|x + 1| + |x - 1| = 2|x|$  的( ).
- A. 充分不必要条件      B. 必要不充分条件      C. 充要条件      D. 既不充分也不必要条件

### 二、填空题

3. 设  $n \in \mathbf{N}^*$ , 一元二次方程  $x^2 - 4x + n = 0$  有整数根的充要条件是  $n =$ \_\_\_\_\_.

## 直通高考

1. (2016 · 四川卷) 设  $p$ : 实数  $x, y$  满足  $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 \leq 2$ ,  $q$ : 实数  $x, y$  满足  $\begin{cases} y \geq x - 1 \\ y \geq 1 - x \\ y \leq 1 \end{cases}$ , 则  $p$  是  $q$  的( ).
- A. 必要不充分条件      B. 充分不必要条件
- C. 充要条件      D. 既不充分也不必要条件
2. (2015 · 重庆卷) “ $x > 1$ ”是“ $\log_{\frac{1}{2}}(x + 2) < 0$ ”的( ).
- A. 充要条件      B. 充分而不必要条件
- C. 必要而不充分条件      D. 既不充分也不必要条件

## 第3讲 简单的逻辑联结词,全称量词与存在量词



## 最新考纲

1. 了解逻辑联结词“或”“且”“非”的含义.
2. 理解全称量词与存在量词的意义.
3. 能正确地对含有一个量词的命题进行否定.

## 诊断·基础知识

由浅入深 夯基固本



## 知识梳理

1. 命题:可以判断真假的语句叫命题

逻辑联结词:“或”“且”“非”;

简单命题:不含逻辑联结词的命题;

复合命题:由简单命题与逻辑联结词构成的命题.

常用小写的拉丁字母  $p, q, r, s, \dots$  来表示命题.

2. 复合命题

(1) 复合命题有三种形式: $p$  或  $q(p \vee q)$ ;  $p$  且  $q(p \wedge q)$ ; 非  $p(\neg p)$ .

(2) 复合命题的真假判断

$p$	$q$	$p \wedge q$	$p \vee q$	$\neg p$
真	真	真	真	假
真	假	假	真	假
假	真	假	真	真
假	假	假	假	真

“ $p$  或  $q$ ”形式复合命题的真假判断方法:一真必真;“ $p$  且  $q$ ”形式复合命题的真假判断方法:一假必假;“非  $p$ ”形式复合命题的真假判断方法:真假相对.

3. 全称量词与存在量词

(1) 全称量词与全称命题.

短语“所有的”“任意一个”在逻辑上通常称为全称量词,并用符号“ $\forall$ ”来表示.含有全称量词的命题,称为全称命题.

(2) 存在量词与特称命题.

短语“存在一个”“至少有一个”在逻辑中通常称为存在量词,并用符号“ $\exists$ ”来表示.含有存在量词的命题,称为特称命题.

(3) 全称命题与特称命题的符号表示及否定.

① 全称命题  $p: \forall x \in M, p(x)$ , 它的否定  $\neg p: \exists x_0 \in M, \neg p(x_0)$ . 全称命题的否定是特称命题.② 特称命题  $p: \exists x_0 \in M, p(x_0)$ , 它的否定  $\neg p: \forall x \in M, \neg p(x)$ . 特称命题的否定是全称命题.

## 课堂小结

## 1. 逻辑联结词与集合的关系

“或”“且”“非”三个逻辑联结词,对应着集合运算中的“并”“交”“补”.因此,常常借助集合的“并”“交”“补”的意义来解答由“或”“且”“非”三个联结词构成的命题问题.

## 2. 正确区别命题的否定与否命题

“否命题”是对原命题“若 $p$ ,则 $q$ ”的条件和结论分别加以否定而得的命题,它既否定其条件,又否定其结论;“命题的否定”即“ $\neg p$ ”,只是否定命题 $p$ 的结论.命题的否定与原命题的真假总是对立的,即两者中有且只有一个为真.

## 课时·题组训练

阶梯训练 练出高分

## 基础过关题

## 一、选择题

1. 命题“ $\exists x_0 \in \mathbb{R}, x_0^3 \in \mathbb{Q}$ ”的否定形式是( ).

- A.  $\exists x_0 \notin \mathbb{R}, x_0^3 \in \mathbb{Q}$     B.  $\exists x_0 \in \mathbb{R}, x_0^3 \notin \mathbb{Q}$     C.  $\forall x \notin \mathbb{R}, x^3 \in \mathbb{Q}$     D.  $\forall x \in \mathbb{R}, x^3 \notin \mathbb{Q}$

2. 下列命题中,真命题是( ).

- A.  $\exists m_0 \in \mathbb{R}$ ,使函数 $f(x) = x^2 + m_0x (x \in \mathbb{R})$ 是偶函数  
 B.  $\exists m_0 \in \mathbb{R}$ ,使函数 $f(x) = x^2 + m_0x (x \in \mathbb{R})$ 是奇函数  
 C.  $\forall m \in \mathbb{R}$ ,使函数 $f(x) = x^2 + mx (x \in \mathbb{R})$ 都是偶函数  
 D.  $\forall m \in \mathbb{R}$ ,使函数 $f(x) = x^2 + mx (x \in \mathbb{R})$ 都是奇函数

3. 下列命题中的假命题是( ).

- A.  $\exists x_0 \in \mathbb{R}, \lg x_0 = 0$     B.  $\exists x_0 \in \mathbb{R}, \tan x_0 = \sqrt{3}$     C.  $\forall x \in \mathbb{R}, x^3 > 0$     D.  $\forall x \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right), \tan x < \sin x$

## 二、填空题

4. 命题:“ $\forall x \in \mathbb{R}, e^x \leq x$ ”的否定形式是\_\_\_\_\_.

5. 若命题“ $\forall x \in \mathbb{R}, ax^2 - ax - 2 \leq 0$ ”是真命题,则实数 $a$ 的取值范围是\_\_\_\_\_.



## 能力提高题

## 一、选择题

1. 下列命题中,是假命题的是( ).

- A.  $\exists \alpha, \beta \in \mathbb{R}$ ,使 $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha + \sin \beta$   
 B.  $\forall \varphi \in \mathbb{R}$ ,函数 $f(x) = \sin(2x + \varphi)$ 都不是偶函数  
 C.  $\exists m \in \mathbb{R}$ ,使 $f(x) = (m-1) \cdot x^{m^2 - 4m + 3}$ 是幂函数,且在 $(0, +\infty)$ 上单调递减  
 D.  $\forall a > 0$ ,函数 $f(x) = \ln^2 x + \ln x - a$ 有零点

2. 已知命题 $p$ :“ $\exists x_0 \in \mathbb{R}$ ,使得 $x_0^2 + 2ax_0 + 1 < 0$ 成立”为真命题,则实数 $a$ 满足( ).

- A.  $[-1, 1)$     B.  $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$   
 C.  $(1, +\infty)$     D.  $(-\infty, -1)$

## 二、填空题

3. 给出如下四个命题:

- ①若“ $p \wedge q$ ”为假命题,则 $p, q$ 均为假命题;  
 ②命题“若 $a > b$ ,则 $2^a > 2^b - 1$ ”的否命题为“若 $a \leq b$ ,则 $2^a \leq 2^b - 1$ ”;  
 ③“ $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + 1 \geq 1$ ”的否定是“ $\exists x_0 \in \mathbb{R}, x_0^2 + 1 \leq 1$ ”;

④在 $\triangle ABC$ 中,“ $A > B$ ”是“ $\sin A > \sin B$ ”的充要条件.

其中,假命题的序号是\_\_\_\_\_.

直通高考

- (2016·浙江卷)命题“ $\forall x \in \mathbf{R}, \exists n \in \mathbf{N}^*$ ,使得 $n \geq x^2$ ”的否定形式是( ).  
 A.  $\forall x \in \mathbf{R}, \exists n \in \mathbf{N}^*$ ,使得 $n < x^2$                       B.  $\forall x \in \mathbf{R}, \forall n \in \mathbf{N}^*$ ,使得 $n < x^2$   
 C.  $\exists x \in \mathbf{R}, \exists n \in \mathbf{N}^*$ ,使得 $n < x^2$                       D.  $\exists x \in \mathbf{R}, \forall n \in \mathbf{N}^*$ ,使得 $n < x^2$
- (2015·新课标全国卷 I)设命题 $p: \exists n \in \mathbf{N}, n^2 > 2^n$ ,则 $\neg p$ 为( ).  
 A.  $\forall n \in \mathbf{N}, n^2 > 2^n$     B.  $\exists n \in \mathbf{N}, n^2 \leq 2^n$   
 C.  $\forall n \in \mathbf{N}, n^2 \leq 2^n$     D.  $\exists n \in \mathbf{N}, n^2 = 2^n$