全国高考统一考试

全真模拟试卷2020

理科数学

《全国高考统一考试全真模拟试卷》编委会　编著

四川大学出版社

ISBN 978-7-5690-2110-3

定价: 28.00元

全国高考统一考试

全真模拟试卷2020

理科数学

《全国高考统一考试全真模拟试卷》编委会　编著

学校 ______________________

班级 ______________________

姓名 ______________________

四川大学出版社

责任编辑:梁　胜
责任校对:陈　静
封面设计:墨创文化
责任印制:王　炜

图书在版编目(CIP)数据

全国高考统一考试全真模拟试卷. 数学. 理科 / 《全国高考统一考试全真模拟试卷》编委会编著. —成都：四川大学出版社，2018.7
ISBN 978-7-5690-2110-3

Ⅰ.①全…　Ⅱ.①全…　Ⅲ.①中学数学课-高中-习题集-升学参考资料　Ⅳ.①G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2018）第 157660 号

书名　全国高考统一考试全真模拟试卷·数学（理科）

著　　者　《全国高考统一考试全真模拟试卷》编委会
出　　版　四川大学出版社
地　　址　成都市一环路南一段 24 号 (610065)
发　　行　四川大学出版社
书　　号　ISBN 978-7-5690-2110-3
印　　刷　重庆潼南区华扬印务有限公司
成品尺寸　297 mm×420 mm
印　　张　10
字　　数　272 千字
版　　次　2018 年 8 月第 1 版
印　　次　2018 年 8 月第 1 次印刷
定　　价　28.00 元

◆读者邮购本书,请与本社发行科联系。
电话:(028)85408408/(028)85401670/(028)85408023　邮政编码:610065
◆本社图书如有印装质量问题,请寄回出版社调换。
◆网址:http://www.scupress.net

前　言

随着教育改革的快速推进与不断深入，各地市教材版本百花齐放，高考形式、科目、题型异彩纷呈。为此我们特聘高考命题专家和教学一线特级、高级骨干教师，对全国高考形式及特点进行了全面细致的分析和研究，推出六科《全国高考统一考试全真模拟试卷 2019》，旨在帮助考生把握高考趋势，适应高考题型、质量及选拔性要求。

《全国高考统一考试全真模拟试卷 2019》突出以下特色：

◆破解命题

深度透视命题思路，全面破解命题意图，还原高考命题的依据，并落实到具体的考题。

◆解析规律

依据考试说明，总结历年真题，审视时代热点，把握考情考向，探悟命题规律，预测高考热点。

◆押准题型

严格按照最新《考试大纲》命题，每一道题一定会在考纲上有相应的考点对应。题型、题意、描述、问题、解答等都能够在教材中找到出处和援引。

◆紧扣考点

高考命题重知识，从不回避必考点，必考点年年都考，命题角度、方法与题型年年不同。本套试卷命题专家深度挖掘考点蕴含的能力要素，充分运用命题方法与技巧，让学生掌握能力，让必考点不丢分。

◆模拟测练

试卷从卷型、题型至答题卡，都是完全模拟真实高考卷的格式和布局。卷内大量的高考原创试题可供刷题，有助于高考稳步提分。

精心定制的《全国高考统一考试全真模拟试卷》，清晰美观的图片，严格精准的校对及各个细微的环节，无不透视出全体研发人员所付出的巨大心血，但愿能成为莘莘学子的助推器，助你们走向成功！

编写委员会

目　　　录

学校________ 姓名________ 准考证号________

密 封 线 内 不 得 答 题

全国高考统一考试全真模拟试卷(一)

数学(理科)

(本卷满分 150 分,考试时间 120 分钟)

第Ⅰ卷(选择题　共 60 分)

一、选择题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1.设集合 $A=\{x\mid |x-2|\leqslant 2,x\in\mathbf{R}\}$,$B=\{x\mid -1\leqslant x\leqslant 2\}$,则 $\complement_{\mathbf{R}}(A\cap B)$等于　(　　)

A.$\{x\mid -1<x<0\}$　　B.$\{x\mid 2\leqslant x<4\}$

C.$\{x\mid x<0$ 或 $x>2\}$　　D.$\{x\mid x\leqslant 0$ 或 $x\geqslant 2\}$

2.在复平面内,复数 $z=\frac{2-\mathrm{i}}{\mathrm{i}}$的共轭复数 $\bar{z}$ 对应的点所在的象限为(　　)

A.第一象限　　B.第二象限

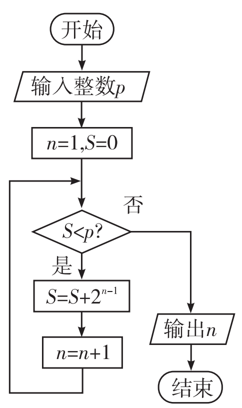
C.第三象限　　D.第四象限

3.设 $x>0$,则“$m=4$”是“$x+\frac{m}{x}\geqslant 4$ 恒成立”的　(　　)

A.充分不必要条件　　B.必要不充分条件

C.充要条件　　D.既不充分也不必要条件

4.执行如图所示的程序框图,若输出的 $n=6$,则输入整数 p 的最小值是　(　　)



A.17　　B.16

C.18　　D.19

5.在等差数列$\{a_n\}$中,若 $a_4+a_6+a_8+a_{10}+a_{12}=120$,则 $2a_{10}-a_{12}$的值为　(　　)

A.6　　B.12

C.24　　D.60

6.已知 O 为坐标原点,双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的右焦点为 F,以 OF 为直径作圆交双曲线的渐近线于异于原点的两点 A,B,若$(\overrightarrow{AO}+\overrightarrow{AF})\cdot\overrightarrow{OF}=0$,则双曲线的离心率 e 为(　　)

A.3　　B.2　　C.$\sqrt{3}$　　D.$\sqrt{2}$

7.在区间$[-1,1]$上随机取一个数 k,使直线 $y=k(x+3)$与圆 $x^2+y^2=1$ 相交的概率为　(　　)

A.$\frac{1}{2}$　　B.$\frac{1}{3}$　　C.$\frac{\sqrt{2}}{4}$　　D.$\frac{\sqrt{2}}{3}$

8.有以下命题:①命题“$\exists x\in\mathbf{R},x^2-x-2\geqslant 0$”的否定是“$\forall x\in\mathbf{R},x^2-x-2<0$”;②已知随机变量 ξ 服从正态分布 $N(2,\sigma^2)$,$P(\xi\leqslant 4)=0.79$,则 $P(\xi\leqslant -2)=0.21$;③函数 $f(x)=x^{\frac{1}{3}}-\left(\frac{1}{2}\right)^x$ 的零点在区间$\left(\frac{1}{3},\frac{1}{2}\right)$内.其中正确命题的个数为　(　　)

A.3　　B.2　　C.1　　D.0

9.已知函数 $y=f(x)$是定义在 $\mathbf{R}$ 上的偶函数,且当 $x\in(-\infty,0)$时,$xf'(x)<-f(-x)$恒成立(其中 $f'(x)$是 $f(x)$的导函数).若 $a=\sqrt{3}f(\sqrt{3})$,$b=f(1)$,$c=-2f\left(\log_2\frac{1}{4}\right)$,则 a,b,c 的大小关系是(　　)

A.$c>a>b$　　B.$c>b>a$

C.$a>b>c$　　D.$a>c>b$

10.已知实数 x,y 满足约束条件$\begin{cases}x-y\leqslant 0,\\x+y-4<0,\\x-1\geqslant 0,\end{cases}$则使等式$(t+2)x+(t-1)y+2t+4=0$ 成立的 t 的取值范围为　(　　)

A.$\left[-\frac{5}{4},-\frac{1}{2}\right)$

B.$\left(-\infty,-\frac{5}{4}\right]\cup\left(-\frac{1}{2},+\infty\right)$

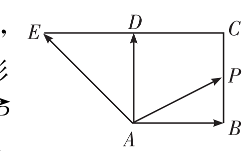
C.$\left[-\frac{5}{4},1\right)$

D.$\left[-\frac{1}{2},1\right)$

11.已知四面体 $ABCD$ 的四个顶点都在球 O 的表面上,$AB\perp$ 平面 BCD,又 $AB=3$,$BC=2$,$BD=4$,且$\angle CBD=60^\circ$,则球 O 的表面积为　(　　)

A.12π　　B.16π　　C.20π　　D.25π

12.如图,四边形 $ABCD$ 是正方形,延长 CD 至 E,使得 $DE=CD$.若动点 P 从点 A 出发,沿正方形的边按逆时针方向运动一周回到点 A,其中$\overrightarrow{AP}=\lambda\overrightarrow{AB}+\mu\overrightarrow{AE}$,则下列判断正确的是　(　　)



A.满足 $\lambda+\mu=2$ 的点 P 必为 BC 的中点

B.满足 $\lambda+\mu=1$ 的点 P 有且只有一个

C.$\lambda+\mu$ 的最大值为 3

D.$\lambda+\mu$ 的最小值不存在

第Ⅱ卷(非选择题　共 90 分)

二、填空题:本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.

13.设 $a=\int_{e}^{e^2}\frac{1}{x}\mathrm{d}x$,则二项式$\left(ax^2-\frac{1}{x}\right)^6$ 的展开式中的常数项为________.

14.寒假里 5 名同学结伴乘动车外出旅游,实名制购票,每人一座,恰在同一排 A,B,C,D,E 五个座位(一排共五个座位),上车后五人在这五个座位上随意就坐,则恰有一人坐对与自己车票相符座位的坐法有________种.

15.在$\triangle ABC$ 中,已知角 A,B,C 所对的边分别为 a,b,c,其中 $A=120^\circ$,$b=1$,且$\triangle ABC$ 的面积为$\sqrt{3}$,则$\frac{b+c}{\sin B+\sin C}=$________.

16.对于问题:“已知关于 x 的不等式 $ax^2+bx+c>0$ 的解集为$(-1,2)$,解关于 x 的不等式 $ax^2-bx+c>0$”,给出如下一种解法:

解:由 $ax^2+bx+c>0$ 的解集为$(-1,2)$,得 $a(-x)^2+b(-x)+c>0$ 的解集为$(-2,1)$,

即关于 x 的不等式 $ax^2-bx+c>0$ 的解集为$(-2,1)$.

参考上述解法,若关于 x 的不等式$\frac{k}{x+a}+\frac{x+b}{x+c}<0$ 的解集为$(-3,-1)\cup(1,2)$,则关于 x 的不等式$\frac{kx}{ax+1}+\frac{bx+1}{cx+1}<0$ 的解集为________.

三、解答题:本大题共 6 小题,共 70 分.解答时应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.第 17 题~21 题为必考题,每个试题考生必须作答.第 22,23 题为选考题,考生根据要求作答.

(一)必考题:共 60 分.

17.(本小题满分 12 分)

在$\triangle ABC$ 中,角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c,已知$\frac{\cos B-2\cos A}{2a-b}=\frac{\cos C}{c}$.

(1)求$\frac{a}{b}$的值;

(2)若角 A 是钝角,且 $c=3$,求 b 的取值范围.

18.(本小题满分 12 分)

近两年“双 11”网购受到广大市民的热捧.某网站为了答谢老顾客,在“双 11”当天零点整,每个金冠买家都可以免费抽取 200 元或者 500 元代金券一张,中奖率分别是$\frac{2}{3}$和$\frac{1}{3}$.每人限抽一次,中奖率为 100%.小张,小王,小李,小赵 4 个金冠买家约定零点整抽奖.

(1)试求这 4 人中恰有 1 人抽到 500 元代金券的概率;

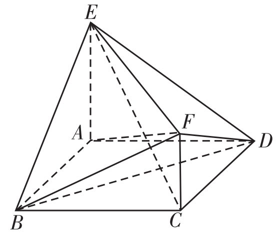
(2)这 4 人中抽到 200 元、500 元代金券的人数分别用 X,Y 表示,记 $\xi=XY$,求随机变量 ξ 的分布列与数学期望.

19.(本小题满分 12 分)

如图,已知多面体 $ABCDEF$ 中,四边形 $ABCD$ 为菱形,$\angle ABC=60°$,$AE\perp$平面 $ABCD$,$AE/\!/CF$,$AB=AE=1$,$AF\perp BE$.

(1)求证:平面 $BAF\perp$平面 BDE;

(2)求二面角 $B-AF-D$ 的余弦值.



20.(本小题满分 12 分)

椭圆 C_1:$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的长轴长等于圆 C_2:$x^2+y^2=4$ 的直径,且 C_1 的离心率等于$\frac{1}{2}$.直线 l_1 和 l_2 是过点 $M(1,0)$互相垂直的两条直线,l_1 交 C_1 于 A,B 两点,l_2 交 C_2 于 C,D 两点.

(1)求 C_1 的标准方程;

(2)求四边形 $ADBC$ 的面积的最大值.

21.(本小题满分 12 分)

设函数 $f(x)=x^2-\ln(x+a)+b$,$g(x)=x^3$.

(1)若函数 $f(x)$在点$(0,f(0))$处的切线方程为 $x+y=0$,求实数 a,b 的值;

(2)在(1)的条件下,当 $x\in(0,+\infty)$时,求证:$f(x)<g(x)$;

(3)证明:对于任意的正整数 n,不等式 $1+\frac{1}{e^4}+\frac{1}{e^{18}}+\cdots+\frac{1}{e^{(n-1)n^2}}<\frac{n(n+3)}{2}$成立.

(二)选考题:共 10 分.请考生在第 22、23 题中任选一题作答,如果多做,则按所做的第一题计分.

22.(本小题满分 10 分)选修 4-4:坐标系与参数方程

在直角坐标系 xOy 中,圆 C_1 的参数方程为$\begin{cases}x=\sqrt{3}+\sqrt{3}\cos\varphi_1,\\ y=\sqrt{3}\sin\varphi_1\end{cases}$($\varphi_1$为参数),圆 C_2 的参数方程为$\begin{cases}x=\cos\varphi_2,\\ y=1+\sin\varphi_2\end{cases}$($\varphi_2$ 为参数),以 O 为极点,x 轴正半轴为极轴建立极坐标系.

(1)求圆 C_1,圆 C_2 的极坐标方程;

(2)射线 $\theta=\alpha(0\leqslant\alpha<2\pi)$同时与圆 C_1 交于 O,M 两点,与圆 C_2 交于 O,N 两点,求$|OM|+|ON|$的最大值.

23.(本小题满分 10 分)选修 4-5:不等式选讲

已知函数 $f(x)=|x-a|$,函数 $g(x)=|x+1|$,其中 a 为实数.

(1)$A=\{x|f(x)\leqslant 2\}$,$B=\{x|g(x)+g(x-1)\leqslant 5\}$,且 A 是 B 的子集,求 a 的取值范围;

(2)若对任意的 $x\in\mathbf{R}$,不等式 $f(x)+g(x)>2a+1$ 恒成立,求 a 的取值范围.

学校______ 姓名______ 准考证号______

密 封 线 内 不 得 答 题

全国高考统一考试全真模拟试卷(二)

数学(理科)

(本卷满分 150 分,考试时间 120 分钟)

第Ⅰ卷(选择题 共 60 分)

一、选择题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1.设 i 是虚数单位,若复数 $a-\frac{17}{4-\mathrm{i}}(a\in\mathbf{R})$是纯虚数,则实数 a 的值为 ( )

A. -4 B. -1 C. 4 D. 1

2.设集合 $M=\left\{x\left|\frac{x}{x-1}\leqslant 0\right.\right\}$,$N=\{x|0<x<2\}$,则 $M\cap N$ 等于 ( )

A. $\{x|0\leqslant x<1\}$ B. $\{x|0<x<1\}$

C. $\{x|0\leqslant x<2\}$ D. $\{x|0<x<2\}$

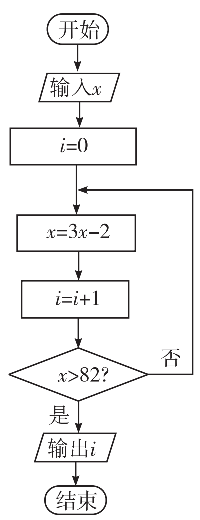
3.设 θ 为第二象限角,$\sin\theta=\frac{3}{5}$,则 $\sin 2\theta$ 等于 ( )

A. $\frac{7}{25}$ B. $\frac{24}{25}$ C. $-\frac{7}{25}$ D. $-\frac{24}{25}$

4.若双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的两条渐近线相互垂直,则该双曲线的离心率是 ( )

A. $\sqrt{2}$ B. $\sqrt{3}$ C. 2 D. $\frac{3}{2}$

5.在如图所示的程序框图中,若输出 i 的值是 3,则输入 x 的取值范围是 ( )

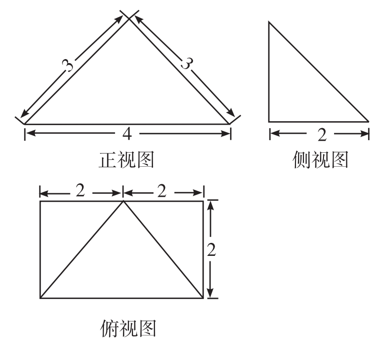


A. $(4,10]$ B. $(2,+\infty)$ C. $(2,4]$ D. $(4,+\infty)$

6.A,B,C,D,E,F 共 6 人站成一排照相,要求 A 不站在两侧,而且 B,C 两人站在一起,那么不同的站法种数为 ( )

A. 72 B. 96 C. 144 D. 288

7.已知四棱锥 $P-ABCD$ 的三视图如图所示,则四棱锥 $P-ABCD$ 的高为 ( )



A. 2 B. $\sqrt{5}$ C. $\sqrt{6}$ D. 3

8.$(x^2-x+1)^5$ 的展开式中,x^3 的系数为 ( )

A. -30 B. -24 C. -20 D. 20

9.设$\triangle ABC$ 的三内角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c,其中 $b=3,c=2$.若 O 为$\triangle ABC$ 的外心,则$\overrightarrow{AO}\cdot\overrightarrow{BC}$等于 ( )

A. $\frac{13}{2}$ B. $\frac{5}{2}$ C. $-\frac{5}{2}$ D. 6

10.函数 $f(x)=\frac{\sqrt{1-x^2}-1}{x-2}$的取值范围为 ( )

A. $\left[-\frac{4}{3},\frac{4}{3}\right]$ B. $\left[-\frac{4}{3},0\right]$ C. $[0,1]$ D. $\left[0,\frac{4}{3}\right]$

11.设 $a>1$,x,y 满足约束条件$\begin{cases}y\geqslant x,\\ y\leqslant ax,\\ x+2y\leqslant 2,\end{cases}$ 若目标函数 $z=x+ay$ 的最大值不小于$\frac{3}{2}$,则实数 a 的取值范围为 ( )

A. $[2,+\infty)$ B. $\left[\frac{3}{2},+\infty\right)$ C. $\left[\frac{3+\sqrt{5}}{4},+\infty\right)$ D. $\left[\frac{5}{4},+\infty\right)$

12.设直线 $y=3x-2$ 与椭圆 $\tau:\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$ 交于 A,B 两点,过 A,B 两点的圆与椭圆 τ 交于另外两点 C,D,则直线 CD 的斜率 k 为 ( )

A. $-\frac{1}{3}$ B. -3 C. $\frac{1}{2}$ D. -2

第Ⅱ卷(非选择题 共 90 分)

二、填空题:本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.

13.由曲线 $y=\sqrt{x}$,直线 $x=2$ 及 x 轴所围图形的面积为________.

14.已知函数 $f(x)=\ln\frac{1+ax}{1-3x}$为奇函数,则实数 a 的值为________.

15.若三棱锥 $P-ABC$ 是半径为 3 的球内接正三棱锥,则 $P-ABC$ 体积的最大值为________.

16.若关于 x 的不等式 $a\cos 2x+\cos x\geqslant -1$ 恒成立,则实数 a 的取值范围是________.

三、解答题:本大题共 6 小题,共 70 分.解答时应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.第 17 题~21 题为必考题,每个试题考生必须作答.第 22,23 题为选考题,考生根据要求作答.

(一)必考题:共 60 分.

17.(本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x)=(\sqrt{3}\sin\omega x+\cos\omega x)\cos\omega x-\frac{1}{2}(x\in\mathbf{R},\omega>0)$.若 $f(x)$的最小正周期为 4π.

(1)求函数 $f(x)$的单调递增区间;

(2)在$\triangle ABC$ 中,角 A,B,C 的对边分别是 a,b,c,且满足$(2a-c)\cos B=b\cos C$,求函数 $f(A)$的取值范围.

18.(本小题满分 12 分)

某校高三数学备课组为了更好地制定二轮复习的计划,开展了试卷讲评后效果的调研.从上学期期末数学试题中选出一些学生易错题,重新进行测试,并认为做这些题不出任何错误的同学为"过关",出了错误的同学认为"不过关".现随机抽查了年级 50 人,他们的测试成绩的频数分布如下表:

期末分数段	$(0,60)$	$[60,75)$	$[75,90)$	$[90,105)$	$[105,120)$	$[120,150]$
人数	5	10	15	10	5	5
"过关"人数	1	2	9	7	3	4

(1)由以上统计数据完成如下 2×2 列联表,并判断是否有 95% 的把握认为期末数学成绩不低于 90 分与测试"过关"是否有关?说明你的理由.

	分数低于 90 分人数	分数不低于 90 分人数	合计
过关人数			
不过关人数			
合计			

(2)在期末分数段$[105,120)$的 5 人中,从中随机选 3 人,记抽取到过关测试"过关"的人数为 X,求 X 的分布列及数学期望.

下面的临界值表供参考:

$P(K^2\geqslant k)$	0.15	0.10	0.05	0.025
k	2.072	2.706	3.841	5.024

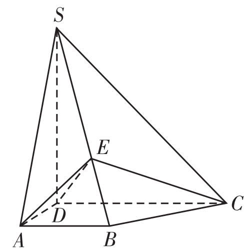
$K^2=\frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$

19.(本小题满分 12 分)

如图,四棱锥 $S-ABCD$ 中,$SD\perp$底面 $ABCD$,$AB/\!/DC$,$AD\perp DC$,$AB=AD=1$,$DC=SD=2$,E 为棱 SB 上的一点,且 $SE=2EB$.

(1)证明:$DE\perp$平面 SBC;

(2)求二面角 $A-DE-C$ 的大小.



20.(本小题满分 12 分)

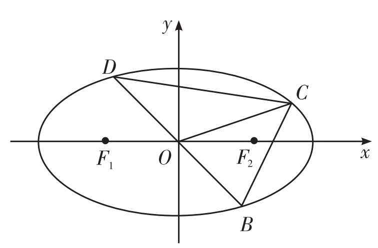
已知椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的两焦点与短轴的一个端点的连线构成等边三角形,直线 $x+y+2\sqrt{2}-1=0$ 与以椭圆 C 的右焦点为圆心,椭圆的长半轴长为半径的圆相切.

(1)求椭圆 C 的方程;

(2)设点 B,C,D 是椭圆上不同于椭圆顶点的三点,点 B 与点 D 关于原点 O 对称,设直线 CD,CB,OB,OC 的斜率分别为 k_1,k_2,k_3,k_4,且 $k_1k_2=k_3k_4$.

(1)求 k_1k_2 的值;

(2)求 OB^2+OC^2 的值.



21.(本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x)=\ln x+x^2-2ax+1$(a 为常数).

(1)讨论函数 $f(x)$的单调性;

(2)若存在 $x_0\in(0,1]$,使得对任意的 $a\in(-2,0]$,不等式 $2me^a(a+1)+f(x_0)>a^2+2a+4$(其中 e 为自然对数的底数)都成立,求实数 m 的取值范围.

二、选考题:共 10 分.请考生在第 22、23 题中任选一题作答,如果多做,则按所做的第一题计分.

22.(本小题满分 10 分)选修 4-4:坐标系与参数方程

已知曲线 C 的极坐标方程是 $\rho=4\cos\theta$.以极点为平面直角坐标系的原点,极轴为 x 轴的正半轴,建立平面直角坐标系,直线 l 的参数方程是$\begin{cases}x=1+t\cos\alpha,\\ y=t\sin\alpha\end{cases}$($t$ 是参数).

(1)将曲线 C 的极坐标方程化为直角坐标方程;

(2)若直线 l 与曲线 C 相交于 A,B 两点,且 $|AB|=\sqrt{14}$,求直线的倾斜角 α 的值.

23.(本小题满分 10 分)选修 4-5:不等式选讲

设函数 $f(x)=\sqrt{x-2}+\sqrt{11-x}$的最大值为 M.

(1)求实数 M 的值;

(2)求关于 x 的不等式 $|x-\sqrt{2}|+|x+2\sqrt{2}|\leqslant M$ 的解集.

密封线内不得答题

学校______　姓名______　准考证号______

密　封　线　内　不　得　答　题

全国高考统一考试全真模拟试卷(三)

数学(理科)

(本卷满分150分,考试时间120分钟)

第Ⅰ卷(选择题　共60分)

一、选择题:本大题共12小题,每小题5分,共60分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1.设集合 $A=\{x|1<x<4\}$,$B=\{x|x^2-2x-3\leqslant 0\}$,则 $A\cap(\complement_{\mathbf{R}}B)$ 等于　(　　)

A. (1,2)　B. (1,3)　C. (1,4)　D. (3,4)

2.欧拉公式 $e^{i\theta}=\cos\theta+i\sin\theta$(e为自然对数的底数,i为虚数单位)是瑞士著名数学家欧拉发明的,$e^{i\pi}+1=0$ 被英国科学期刊《物理世界》评选为十大最伟大的公式之一,根据欧拉公式可知,复数 $e^{-\frac{\pi}{6}i}$ 的虚部为　(　　)

A. $-\frac{1}{2}i$　B. $\frac{1}{2}i$　C. $-\frac{1}{2}$　D. $\frac{1}{2}$

3.已知函数 $f(x)=\sin\left(\omega x+\frac{\pi}{6}\right)(\omega>0)$ 的最小正周期为π,则 $f(x)$ 的单调增区间可以是　(　　)

A. $\left(-\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{6}\right)$　B. $\left(-\frac{\pi}{12},\frac{5\pi}{12}\right)$

C. $\left(\frac{5\pi}{12},\frac{11\pi}{12}\right)$　D. $\left(\frac{\pi}{6},\frac{2\pi}{3}\right)$

4.已知变量 x,y 满足不等式组 $\begin{cases}x\geqslant 0,\\ x-y+2\leqslant 0,\\ 2x+y-5\leqslant 0,\end{cases}$ 则 $z=(x-1)^2+y^2$ 的最小值为　(　　)

A. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$　B. $\frac{9}{2}$　C. $\sqrt{5}$　D. 5

5.甲、乙两厂生产的一批零件尺寸服从 $N(5,0.1^2)$,如果零件尺寸在 $(\mu-3\sigma,\mu+3\sigma)$ 以外,我们就有理由认为生产中可能出现了异常情况.现从甲、乙两厂各抽取10件零件检测,尺寸如茎叶图所示:

甲		乙
68 90 91	4.	91 91 93 95
01 01 02 03 04 04 10	5.	01 03 13 14 15 20

则以下判断正确的是　(　　)

A.甲、乙两厂生产都出现异常

B.甲、乙两厂生产都正常

C.甲厂正常生产,乙厂出现异常

D.甲厂生产出现异常,乙厂正常

6.已知双曲线的中心在原点,焦点在 y 轴上,焦距为4,点 $(1,-\sqrt{3})$ 在双曲线的一条渐近线上,则双曲线的方程为　(　　)

A. $y^2-\frac{x^2}{3}=1$　B. $\frac{y^2}{3}-x^2=1$

C. $\frac{y^2}{12}-\frac{x^2}{4}=1$　D. $\frac{y^2}{4}-\frac{x^2}{12}=1$

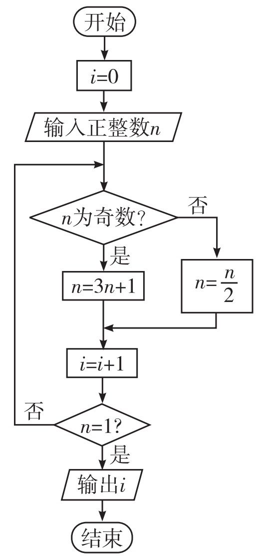
7.在如图所示的程序框图中,输入 $n=5$,按程序运行后输出的结果是　(　　)

A. 3

B. 4

C. 5

D. 6



8.已知函数 $f(x)=\begin{cases}2^x,x\leqslant 0,\\ x^{\frac{1}{3}},x>0,\end{cases}$ 若 $f(a)=1$,则 $f(f(a-1))$ 等于　(　　)

A. $\frac{\sqrt[3]{4}}{2}$ 或1　B. $\frac{1}{2}$ 或1

C. $\frac{1}{2}$　D. 1

9.已知 $(1+x)(1-ax)^6$ 的展开式中 x^2 项的系数为21,则实数 a 等于　(　　)

A. $\pm\frac{\sqrt{35}}{5}$　B. $-\frac{7}{2}$　C. 1或 $-\frac{7}{5}$　D. -1 或 $\frac{7}{5}$

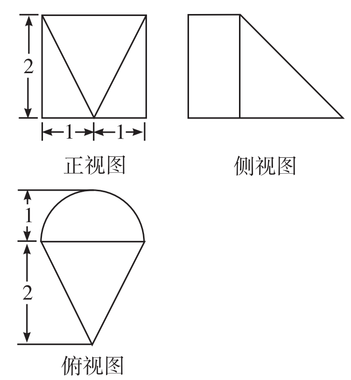
10.已知一个几何体的三视图如图所示,则该几何体的体积是　(　　)

A. $\pi+\frac{8}{3}$

B. $\frac{\pi}{3}+\frac{8}{3}$

C. $\pi+8$

D. $\frac{\pi}{2}+\frac{8}{3}$



11.已知椭圆 $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{5}=1$ 的右焦点为 F,P 是椭圆上一点,点 A 的坐标为 $(0,2\sqrt{3})$,则当 $\triangle APF$ 的周长最大时,$\triangle APF$ 的面积等于　(　　)

A. $\frac{11\sqrt{3}}{4}$　B. $\frac{21\sqrt{3}}{4}$　C. $\frac{11}{4}$　D. $\frac{21}{4}$

12.已知点列 $A_n(a_n,b_n)(n\in\mathbf{N}^*)$ 是函数 $y=a^x(a>0$ 且 $a\neq 1)$ 图象上的点,点列 $B_n(n,0)$ 满足 $A_nB_n=A_nB_{n+1}$,若数列 $\{b_n\}$ 中任意相邻三项能构成三角形三边,则 a 的取值范围是　(　　)

A. $\left\{a\left|0<a<\frac{\sqrt{5}-1}{2}\text{或}a>\frac{\sqrt{5}+1}{2}\right.\right\}$

B. $\left\{a\left|\frac{\sqrt{5}-1}{2}<a<1\text{ 或 }1<a<\frac{\sqrt{5}+1}{2}\right.\right\}$

C. $\left\{a\left|0<a<\frac{\sqrt{3}-1}{2}\text{或}a>\frac{\sqrt{3}+1}{2}\right.\right\}$

D. $\left\{a\left|\frac{\sqrt{3}-1}{2}<a<1\text{ 或 }1<a<\frac{\sqrt{3}+1}{2}\right.\right\}$

第Ⅱ卷(非选择题　共90分)

二、填空题:本大题共4小题,每小题5分,共20分.

13.已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n,$S_n=3a_n-2(n\in\mathbf{N}^*)$,则数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为________.

14.在 $\triangle ABC$ 中,M 是 BC 的中点,$AM=3$,$BC=8$,则 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=$________.

15.已知四棱锥 $P-ABCD$ 的底面 $ABCD$ 是边长为 a 的正方形,其外接球的表面积为 28π,$\triangle PAB$ 是等边三角形,平面 $PAB\perp$ 平面 $ABCD$,则 $a=$________.

16.已知定义在 $(-2,2)$ 上的奇函数 $f(x)$ 恰有3个零点,当 $x\in(0,2)$ 时,$f(x)=x\ln x-a(x-1)(a>0)$,则 a 的取值范围是________.

三、解答题:本大题共6小题,共70分.解答时应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.第17题~21题为必考题,每个试题考生必须作答.第22,23题为选考题,考生根据要求作答.

(一)必考题:共60分.

17.(本小题满分12分)

在 $\triangle ABC$ 中,内角 A,B,C 所对的边分别为 a,b,c.已知 $\tan\left(\frac{\pi}{4}+A\right)=2$.

(1)求 $\frac{\sin 2A}{\sin 2A+\cos^2 A}$ 的值;

(2)若 $B=\frac{\pi}{4}$,$a=3$,求 $\triangle ABC$ 的面积.

18.(本小题满分12分)

随着苹果7手机的上市,很多消费者觉得价格偏高,尤其是一部分大学生可望而不可即,因此"国美在线"推出无抵押分期付款购买方式,某分期店对采用分期付款的购买者进行统计,统计结果如下表所示:

付款方式	分1期	分2期	分3期	分4期	分5期
频数	35	25	b	10	d
频率	0.35	a	0.15	c	e

并且该店销售一部苹果7手机,顾客分1期付款,其利润为1千元;分2期或3期付款,其利润为1.5千元;分4期或5期付款,其利润为2千元,以频率作为概率.

(1)求 a,b,c,d,e 的值;

(2)求事件 A:"购买该手机的3位顾客中,至多有1位分4期付款"的概率;

(3)用 X 表示销售一部该手机的利润,求 X 的分布列及数学期望 $E(X)$.

19.(本小题满分 12 分)

如图 1,在直角梯形 $ABCD$ 中,$AD//BC$,$\angle BAD=\frac{\pi}{2}$,$AB=BC=\frac{1}{2}AD=a$,E 是 AD 的中点,O 是 AC 与 BE 的交点.将$\triangle ABE$ 沿 BE 折起到图 2 中$\triangle A_1BE$ 的位置,得到四棱锥 A_1-BCDE.

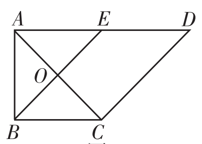


图1

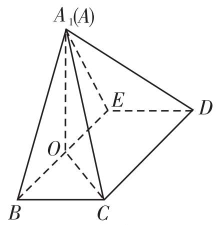


图2

(1)证明:$CD\perp$平面 A_1OC;

(2)若平面 $A_1BE\perp$平面 $BCDE$,求平面 A_1BC 与平面 A_1CD 夹角的余弦值.

20.(本小题满分 12 分)

已知椭圆 C 的中心在原点 O,焦点在 x 轴上,离心率为$\frac{1}{2}$,右焦点到右顶点的距离为 1.

(1)求椭圆 C 的标准方程;

(2)是否存在与椭圆 C 交于 A,B 两点的直线 $l:y=kx+m(k\in\mathbf{R})$,使得$|\overrightarrow{OA}+2\overrightarrow{OB}|=|\overrightarrow{OA}-2\overrightarrow{OB}|$成立?若存在,求出实数 m 的取值范围;若不存在,请说明理由.

21.(本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x)=\ln x-x+a+1$.

(1)若存在 $x\in(0,+\infty)$使得 $f(x)\geqslant 0$ 成立,求实数 a 的取值范围;

(2)求证:当 $x>1$ 时,在(1)的条件下$\frac{1}{2}x^2+ax-a>x\ln x+\frac{1}{2}$成立.

(二)选考题:共 10 分.请考生在第 22、23 题中任选一题作答,如果多做,则按所做的第一题计分.

22.(本小题满分 10 分)选修 4-4:坐标系与参数方程

在平面直角坐标系 xOy 中,以坐标原点为极点,x 轴的非负半轴为极轴建立坐标系,半圆 C 的极坐标方程为 $\rho=2\cos\theta$,$\theta\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$.

(1)求 C 的参数方程;

(2)设点 D 在 C 上,C 在 D 处的切线与直线 $l:x+\sqrt{3}y=0$ 平行,根据(Ⅰ)中得到的参数方程,确定 D 的坐标.

23.(本小题满分 10 分)选修 4-5:不等式选讲

已知定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x)=|x+1|+|x-2|$的最小值为 a.

(1)求 a 的值;

(2)若 p,q,r 是正实数,且满足 $p+q+r=a$,求证:$p^2+q^2+r^2\geqslant 3$.

准考证号________ 姓名________ 学校________

密封线内不得答题

全国高考统一考试全真模拟试卷(四)

数学(理科)

(本卷满分 150 分,考试时间 120 分钟)

第Ⅰ卷(选择题　共 60 分)

一、选择题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分. 在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 复数 $z=\frac{2}{1+i}$ 的共轭复数是 (　　)

A. $1+i$　B. $1-i$　C. $-1+i$　D. $-1-i$

2. 已知集合 $A=\{x|1<x<2\}$,$B=\{x|x<a\}$,若 $A\cap B=A$,则 a 的取值范围是 (　　)

A. $\{a|a\leqslant 2\}$　B. $\{a|a\leqslant 1\}$　C. $\{a|a\geqslant 1\}$　D. $\{a|a\geqslant 2\}$

3. "实数 $a=3$"是"直线 $ax+2y+3a=0$ 和直线 $3x+(a-1)y=a-7$ 平行"的 (　　)

A. 充分不必要条件　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　D. 既不充分又不必要条件

4. 设向量 $\boldsymbol{a}=(1,m)$,$\boldsymbol{b}=(m-1,2)$,且 $\boldsymbol{a}\neq\boldsymbol{b}$,若 $(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})\perp\boldsymbol{a}$,则实数 m 等于 (　　)

A. 2　B. 1　C. $\frac{1}{3}$　D. $\frac{1}{2}$

5. 已知焦点在 x 轴上的椭圆 $\frac{x^2}{4a}+\frac{y^2}{a^2+1}=1$,随着 a 的增大该椭圆的形状 (　　)

A. 越接近于圆　B. 越扁

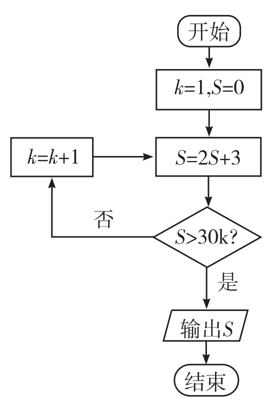
C. 先接近于圆后越扁　D. 先越扁后接近于圆

6. 设 $a=\int_0^2(1-2x)\mathrm{d}x$,则二项式 $\left(\frac{1}{2}x^2+\frac{a}{x}\right)^6$ 的常数项是 (　　)

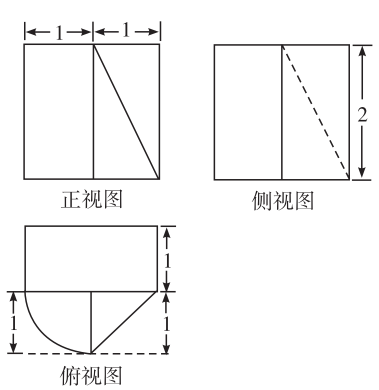
A. 240　B. -240　C. -60　D. 60

7. 执行如图所示的程序框图,则输出的结果为 (　　)

A. 189　B. 381　C. 93　D. 45



7 题图



8 题图

8. 某几何体的三视图如图所示,则该几何体的体积为 (　　)

A. $\frac{13}{3}+\frac{\pi}{3}$　B. $5+\frac{\pi}{2}$　C. $5+\frac{\pi}{3}$　D. $\frac{13}{3}+\frac{\pi}{2}$

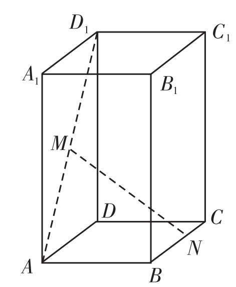
9. 若函数 $f(x)=4\sin\omega x\cdot\sin^2\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\omega x}{2}\right)+\cos 2\omega x(\omega>0)$ 在 $\left[-\frac{\pi}{2},\frac{2\pi}{3}\right]$ 上是增函数,则 ω 的取值范围是 (　　)

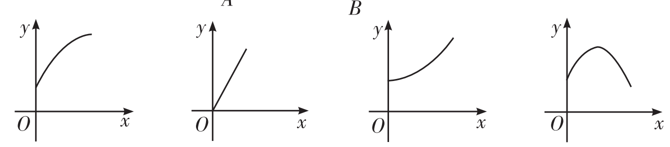
A. $(0,1]$　B. $\left(0,\frac{3}{4}\right]$　C. $[1,+\infty)$　D. $\left[\frac{3}{4},+\infty\right)$

10. 若函数 $f(x)=x^2+a\left|x-\frac{1}{2}\right|$ 在 $[0,+\infty)$ 上单调递增,则实数 a 的取值范围是 (　　)

A. $[-2,0]$　B. $[-4,0]$　C. $[-1,0]$　D. $\left[-\frac{1}{2},0\right]$

11. 如图,侧棱与底面垂直,且底面为正方形的四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中,$AA_1=2$,$AB=1$,M,N 分别在 AD_1,BC 上移动,始终保持 $MN\parallel$ 平面 DCC_1D_1,设 $BN=x$,$MN=y$,则函数 $y=f(x)$ 的图象大致是 (　　)





A　B　C　D

12. 若函数 $f(x)=2e^x-ax^2+(a-2e)x$ 有三个不同的零点,则实数 a 的取值范围是 (　　)

A. $(e,+\infty)$　B. $(0,e)$　C. $[1,e)$　D. $(0,+\infty)$

第Ⅱ卷(非选择题　共 90 分)

二、填空题:本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.

13. 若△ABC 的内角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c,且 $ac=b^2-a^2$,$A=\frac{\pi}{6}$,则 $B=$________.

14. 某校高二年级有 5 个文科班,每班派 2 名学生参加年级学生会选举,从中选出 4 名学生进入学生会,则这 4 名学生中有且只有 2 名学生来自同一个班级的概率为________.

15. 设 x,y 满足约束条件 $\begin{cases}x-3y\geqslant -2,\\3x-3y\leqslant 4,\\x+y\geqslant 1,\end{cases}$ 若 $x^2+9y^2\geqslant a$ 恒成立,则实数 a 的最大值为________.

16. 在双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 中,A_1,A_2 是左、右顶点,F 是右焦点,B 是虚轴的上端点,若在线段 BF 上存在点 P,使得△PA_1A_2 构成以 A_1A_2 为斜边的直角三角形,则双曲线离心率 e 的取值范围是________.

三、解答题:本大题共 6 小题,共 70 分. 解答时应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17 题~21 题为必考题,每个试题考生必须作答. 第 22,23 题为选考题,考生根据要求作答.

(一)必考题:共 60 分.

17.(本小题满分 12 分)

设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n,a_n 是 S_n 和 1 的等差中项.

(1)求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2)求数列 $\{na_n\}$ 的前 n 项和 T_n.

18.(本小题满分 12 分)

某市在对学生的综合素质评价中,将其测评结果分为"优秀、合格、不合格"三个等级,其中不小于 80 分为"优秀",小于 60 分为"不合格",其他为"合格".

(1)某校高一年级有男生 500 人,女生 400 人,为了解性别对该综合素质评价结果的影响,采用分层抽样的方法从高一学生中抽取了 45 名学生的综合素质评价结果,其各个等级的频数统计如表:

等级	优秀	合格	不合格
男生(人)	15	x	5
女生(人)	15	3	y

根据表中统计的数据填写下面 2×2 列联表,并判断是否有 90% 的把握认为"综合素质评价测评结果为优秀与性别有关"?

	男生	女生	总计
优秀			
非优秀			
总计			

(2)以(1)中抽取的 45 名学生的综合素质评价等级的频率作为全市各个评价等级发生的概率,且每名学生是否"优秀"相互独立,现从该市高一学生中随机抽取 3 人.

(ⅰ)求所选 3 人中恰有 2 人综合素质评价为"优秀"的概率;

（ⅱ）记 X 表示这 3 人中综合素质评价等级为“优秀”的个数，求 X 的数学期望.

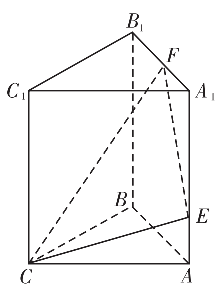
参考公式：$K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，其中 $n=a+b+c+d$.

临界值表：

$P(K^2\geqslant k_0)$	0.15	0.10	0.05	0.025	0.010
k_0	2.072	2.706	3.841	5.024	6.635

19.（本小题满分 12 分）

在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$CA=CB$，侧面 ABB_1A_1 是边长为 2 的正方形. 点 E，F 分别在线段 AA_1，A_1B_1 上，且 $AE=\dfrac{1}{2}$，$A_1F=\dfrac{3}{4}$，$CE\perp EF$.

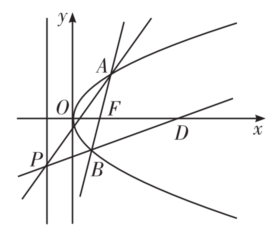


（1）证明：平面 $ABB_1A_1\perp$ 平面 ABC；

（2）若 $CA\perp CB$，求直线 AC_1 与平面 CEF 所成角的正弦值.

20.（本小题满分 12 分）

过抛物线 C：$y^2=2px(p>0)$ 的焦点 F 的直线交抛物线于 A，B 两点，且 A，B 两点的纵坐标之积为 -4.



（1）求抛物线 C 的方程；

（2）已知点 D 的坐标为 $(4,0)$，若过 D 和 B 两点的直线交抛物线 C 的准线于 P 点，求证：直线 AP 与 x 轴交于一定点.

21.（本小题满分 12 分）

已知函数 $f(x)=\dfrac{ax^2}{e^x}$，直线 $y=\dfrac{1}{e}x$ 为曲线 $y=f(x)$ 的切线（e 为自然对数的底数）.

（1）求实数 a 的值；

（2）用 $\min\{m,n\}$ 表示 m，n 中的最小值，设函数 $g(x)=\min\left\{f(x),x-\dfrac{1}{x}\right\}(x>0)$，若函数 $h(x)=g(x)-cx^2$ 为增函数，求实数 c 的取值范围.

（二）选考题：共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题计分.

22.（本小题满分 10 分）选修 4－4：坐标系与参数方程

已知极坐标系的极点与直角坐标系的原点重合，极轴与直角坐标系中 x 轴的正半轴重合. 若曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases}x=3+2\cos\alpha,\\ y=2\sin\alpha\end{cases}$（$\alpha$ 为参数），直线 l 的极坐标方程为 $\sqrt{2}\rho\sin\left(\theta-\dfrac{\pi}{4}\right)=1$.

（1）将曲线 C 的参数方程化为极坐标方程；

（2）由直线 l 上一点向曲线 C 引切线，求切线长的最小值.

23.（本小题满分 10 分）选修 4－5：不等式选讲

若关于 x 的不等式 $|x-2|-|x+3|\geqslant|m+1|$ 有解，记实数 m 的最大值为 M.

（1）求 M 的值；

（2）正数 a，b，c 满足 $a+2b+c=M$，求证：$\dfrac{1}{a+b}+\dfrac{1}{b+c}\geqslant 1$.

全国高考统一考试全真模拟试卷(五)

数学(理科)

(本卷满分 150 分,考试时间 120 分钟)

第Ⅰ卷(选择题 共 60 分)

一、选择题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 设集合 $M=\{-1,1\}$,$N=\left\{x\left|\frac{1}{x}<2\right.\right\}$,则下列结论正确的是 ( )

A. $N\subseteq M$ B. $M\subseteq N$ C. $M\cap N=\varnothing$ D. $M\cup N=\mathbf{R}$

2. 已知 i 是虚数单位,那么复数$\frac{(1-\mathrm{i})^2}{1+\mathrm{i}}$在复平面内对应的点在 ( )

A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

3. 下列函数中,既是偶函数又在区间$(0,+\infty)$上单调递增的是 ( )

A. $y=\frac{1}{x}$ B. $y=|x|-1$ C. $y=\lg x$ D. $y=\left(\frac{1}{2}\right)^{|x|}$

4. 已知数列$\{a_n\}$满足 $a_{n+2}=a_{n+1}-a_n$,且 $a_1=2$,$a_2=3$,S_n 为数列$\{a_n\}$的前 n 项和,则 $S_{2\,016}$的值为 ( )

A. 0 B. 2 C. 5 D. 6

5. 设 m,n 是两条不同的直线,α,β,γ 是三个不重合的平面,给出下列四个命题:

①若 $m\subset\alpha$,$n/\!/\alpha$,则 $m/\!/n$;

②若 $\alpha/\!/\beta$,$\beta/\!/\gamma$,$m\perp\alpha$,则 $m\perp\gamma$;

③若 $\alpha\cap\beta=n$,$m/\!/n$,则 $m/\!/\alpha$ 且 $m/\!/\beta$;

④若 $\alpha\perp\gamma$,$\beta\perp\gamma$,则 $\alpha/\!/\beta$.

其中真命题的个数为 ( )

A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

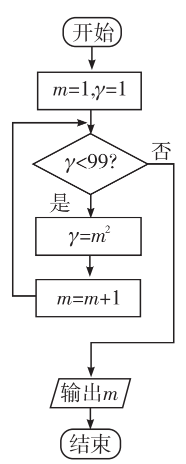
6. 执行如图所示的程序框图,则输出的实数 m 的值为 ( )

A. 9

B. 10

C. 11

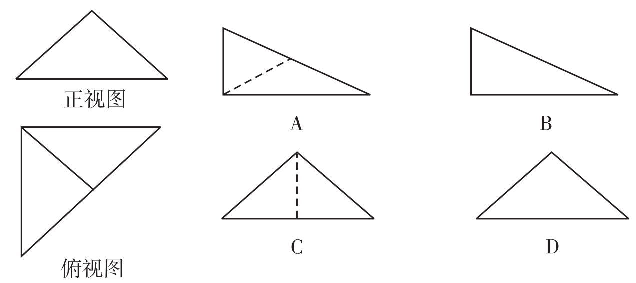
D. 12



7. 已知变量 x,y 满足约束条件$\begin{cases}x\geqslant1,\\y\geqslant-1,\\4x+y\leqslant0,\\x+y\leqslant3,\end{cases}$若 $2\leqslant m\leqslant4$,则目标函数 $z=mx+y$ 的最大值的变化范围是 ( )

A. $[1,3]$ B. $[4,6]$ C. $[4,9]$ D. $[5,9]$

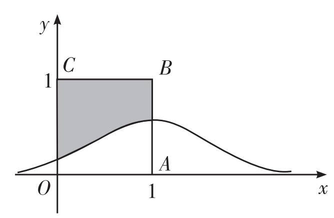
8. 一个三棱锥的正视图和俯视图如图所示,则该三棱锥的侧视图可能为 ( )



9. 已知直线 l 与双曲线 C:$x^2-y^2=2$ 的两条渐近线分别交于 A,B 两点,若 AB 的中点在该双曲线上,O 为坐标原点,则$\triangle AOB$ 的面积为 ( )

A. $\frac{1}{2}$ B. 1 C. 2 D. 4

10. 设 $X\sim N(1,\sigma^2)$,其正态分布密度曲线如图所示,且 $P(X\geqslant3)=0.022\,8$,那么向正方形 $OABC$ 中随机投掷 10 000 个点,则落入阴影部分的点的个数的估计值为(附:若随机变量 ξ 服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$,则 $P(\mu-\sigma<\xi<\mu+\sigma)=68.26\%$,$P(\mu-2\sigma<\xi<\mu+2\sigma)=95.44\%$.) ( )



A. 6 038 B. 6 587 C. 7 028 D. 7 539

11. 设 $\alpha,\beta\in[0,\pi]$,且满足 $\sin\alpha\cos\beta-\cos\alpha\sin\beta=1$,则 $\sin(2\alpha-\beta)+\sin(\alpha-2\beta)$的取值范围为 ( )

A. $[-\sqrt{2},1]$ B. $[-1,\sqrt{2}]$ C. $[-1,1]$ D. $[1,\sqrt{2}]$

12. 已知函数 $f(x)=x+\mathrm{e}^{x-a}$,$g(x)=\ln(x+2)-4\mathrm{e}^{a-x}$,若存在实数 x_0 使得 $f(x_0)-g(x_0)=3$ 成立,则实数 a 的值为 ( )

A. $-\ln 2-1$ B. $-1+\ln 2$ C. $-\ln 2$ D. $\ln 2$

第Ⅱ卷(非选择题 共 90 分)

二、填空题:本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.

13. 计算:$\int_{-1}^{1}(x^2+\sqrt{1-x^2})\mathrm{d}x=$________.

14. 已知数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n,若 $S_n=2a_n-4$,$n\in\mathbf{N}^*$,则 $a_n=$________.

15. 已知向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}$ 满足$|\boldsymbol{a}|=\sqrt{2}$,$|\boldsymbol{b}|=\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=3$,若$(\boldsymbol{c}-2\boldsymbol{a})\cdot(2\boldsymbol{b}-3\boldsymbol{c})=0$,则$|\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c}|$的最大值是________.

16. 设抛物线 C:$y^2=4x$ 的焦点为 F,过 F 的直线 l 与抛物线交于 A,B 两点,M 为抛物线 C 的准线与 x 轴的交点,若 $\tan\angle AMB=2\sqrt{2}$,则 $AB=$________.

三、解答题:本大题共 6 小题,共 70 分.解答时应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.第 17 题~21 题为必考题,每个试题考生必须作答.第 22,23 题为选考题,考生根据要求作答.

(一)必考题:共 60 分.

17. (本小题满分 12 分)

在$\triangle ABC$ 中,三个内角 A,B,C 所对的边分别为 a,b,c.已知函数 $f(x)=\sin(2x+B)+\sqrt{3}\cos(2x+B)$为偶函数,$b=f\left(\frac{\pi}{12}\right)$.

(1)求 b;

(2)若 $a=3$,求$\triangle ABC$ 的面积 S.

18. (本小题满分 12 分)

某品牌手机厂商推出新款的旗舰机型,并在某地区跟踪调查得到这款手机上市时间(x 个月)和市场占有率($y\%$)的几组相关对应数据:

x	1	2	3	4	5
y	0.02	0.05	0.1	0.15	0.18

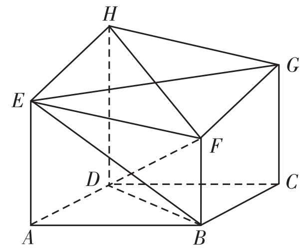
(1)根据上表中的数据,用最小二乘法求出 y 关于 x 的线性回归方程;

(2)根据上述回归方程,分析该款旗舰机型市场占有率的变化趋势,并预测自上市起经过多少个月,该款旗舰机型市场占有率能超过 0.5%(精确到月).

附:$\hat{b}=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}x_iy_i-n\bar{x}\cdot\bar{y}}{\sum\limits_{i=1}^{n}x_i^2-n\bar{x}^2}$,$\hat{a}=\bar{y}-\hat{b}\bar{x}$.

19.(本小题满分 12 分)

如图,六面体 $ABCDHEFG$ 中,四边形 $ABCD$ 为菱形,AE,BF,CG,DH 都垂直于平面 $ABCD$.若 $DA=DH=DB=4$,$AE=CG=3$.



(1)求证:$EG\perp DF$;

(2)求 BE 与平面 $EFGH$ 所成角的正弦值.

20.(本小题满分 12 分)

已知椭圆 $E:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$经过点$(2\sqrt{2},2)$,且离心率为$\frac{\sqrt{2}}{2}$,$F_1$,$F_2$ 是椭圆 E 的左、右焦点.

(1)求椭圆 E 的方程;

(2)若点 A,B 是椭圆 E 上关于 y 轴对称两点(A,B 不是长轴的端点),点 P 是椭圆 E 上异于 A,B 的一点,且直线 PA,PB 分别交 y 轴于点 M,N,求证:直线 MF_1 与直线 NF_2 的交点 G 在定圆上.

21.(本小题满分 12 分)

已知函数 $g(x)=ax^3+x^2+x$(a 为实数).

(1)试讨论函数 $g(x)$ 的单调性;

(2)若对 $\forall x\in(0,+\infty)$恒有 $g(x)\leqslant \ln x+\frac{1}{x}$,求实数 a 的取值范围.

(二)选考题:共 10 分.请考生在第 22、23 题中任选一题作答,如果多做,则按所做的第一题计分.

22.(本小题满分 10 分)选修 4—4:坐标系与参数方程

在直角坐标系 xOy 中,曲线 $C:\begin{cases}x=\sqrt{2}\cos\alpha+1,\\ y=\sqrt{2}\sin\alpha+1\end{cases}$($\alpha$ 为参数),在以 O 为极点,x 轴的非负半轴为极轴的极坐标系中,直线 $l:\rho\sin\theta+\rho\cos\theta=m$.

(1)若 $m=0$ 时,判断直线 l 与曲线 C 的位置关系;

(2)若曲线 C 上存在点 P 到直线 l 的距离为$\frac{\sqrt{2}}{2}$,求实数 m 的取值范围.

23.(本小题满分 10 分)选修 4—5:不等式选讲

已知函数 $f(x)=|x-4|+|x-a|$($a\in\mathbf{R}$)的最小值为 a.

(1)求实数 a 的值;

(2)解不等式 $f(x)\leqslant 5$.

准考证号________ 姓名________ 学校________

密 封 线 内 不 得 答 题

全国高考统一考试全真模拟试卷(六)

数学(理科)

(本卷满分 150 分,考试时间 120 分钟)

第Ⅰ卷(选择题 共 60 分)

一、选择题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 设集合 $M=\left\{x\left|\frac{1}{2}\leqslant x<3\right.\right\}$,函数 $f(x)=\ln(1-\sqrt{x})$ 的定义域为 N,则 $M\cap N$ 为 ( )

A. $\left[\frac{1}{2},1\right]$　B. $\left[\frac{1}{2},1\right)$　C. $\left(0,\frac{1}{2}\right]$　D. $\left(0,\frac{1}{2}\right)$

2. 已知命题 p:$\exists x\in\mathbf{R}$,$\log_3 x\geqslant 0$,则 ( )

A. $\neg p$:$\forall x\in\mathbf{R}$,$\log_3 x\leqslant 0$

B. $\neg p$:$\exists x\in\mathbf{R}$,$\log_3 x\leqslant 0$

C. $\neg p$:$\forall x\in\mathbf{R}$,$\log_3 x<0$

D. $\neg p$:$\exists x\in\mathbf{R}$,$\log_3 x<0$

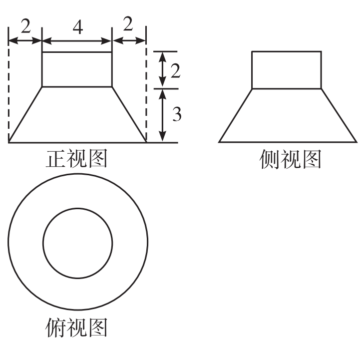
3. 若 $\tan\alpha=\frac{1}{2}$,则 $\sin^4\alpha-\cos^4\alpha$ 的值为 ( )

A. $-\frac{1}{5}$　B. $-\frac{3}{5}$　C. $\frac{1}{5}$　D. $\frac{3}{5}$

4. 已知等比数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n.若 $S_3=a_2+10a_1$,$a_5=9$,则 $a_1=$ ( )

A. $\frac{1}{3}$　B. $-\frac{1}{3}$　C. $\frac{1}{9}$　D. $-\frac{1}{9}$

5. 某几何体的三视图如图所示,则此几何体的体积是 ( )



A. 28π　B. 36π　C. 32π　D. 40π

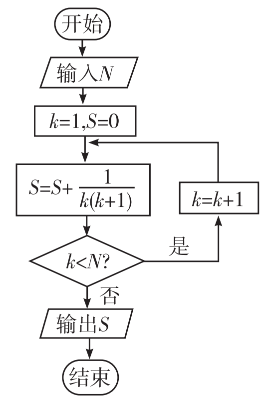
6. 将除颜色外完全相同的一个白球、一个黄球、两个红球分给三个小朋友,且每个小朋友至少分得一个球的分法有 ( )

A. 15 种　B. 18 种　C. 21 种　D. 24 种

7. 若抛物线 C:$y^2=x$ 的焦点为 F,$A(x_0,y_0)$是 C 上一点,$|AF|=\frac{5}{4}x_0$,则 $x_0=$ ( )

A. 1　B. 2　C. 4　D. 8

8. 如果执行如图所示的框图,输入 $N=5$,则输出的 S 等于 ( )



A. $\frac{5}{4}$

B. $\frac{6}{5}$

C. $\frac{6}{7}$

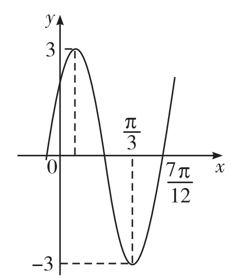
D. $\frac{5}{6}$

9. 曲线 $y=e^{\frac{1}{3}x}$ 在点$(6,e^2)$处的切线与坐标轴所围成的三角形的面积为 ( )

A. $\frac{3}{2}e^2$　B. $3e^2$

C. $6e^2$　D. $9e^2$

10. 已知函数 $f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)(A>0,\omega>0,0<\varphi<\pi)$的部分图象如图所示,且 $f(\alpha)=1$,$\alpha\in\left(0,\frac{\pi}{3}\right)$,则 $\cos\left(2\alpha+\frac{5\pi}{6}\right)=$ ( )



A. $\pm\frac{2\sqrt{2}}{3}$　B. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

C. $-\frac{2\sqrt{2}}{3}$　D. $\frac{1}{3}$

11. 定义在$(-\infty,+\infty)$上的偶函数 $f(x)$,对于 $\forall x_1,x_2\in[0,+\infty)$$(x_1\neq x_2)$,有$\frac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}<0$,则 ( )

A. $f(3)<f(1)<f(-2)$　B. $f(1)<f(-2)<f(3)$

C. $f(-2)<f(1)<f(3)$　D. $f(3)<f(-2)<f(1)$

12. 若直线 l_1:$y=x$,l_2:$y=x+2$ 与圆 C:$x^2+y^2-2mx-2ny=0$ 的四个交点把圆 C 分成的四条弧长相等,则 $m=$ ( )

A. 0 或 1　B. 0 或 -1

C. 1 或 -1　D. 0

第Ⅱ卷(非选择题 共 90 分)

二、填空题:本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.

13. $\int_0^{\pi}(x+\cos x)\mathrm{d}x=$________.

14. 已知单位向量 $\boldsymbol{e}_1$,$\boldsymbol{e}_2$ 的夹角为 $60°$,则向量 $\boldsymbol{e}_1+\boldsymbol{e}_2$ 与 $\boldsymbol{e}_2-2\boldsymbol{e}_1$ 的夹角为________.

15. 若不等式 $a^2+8b^2\geqslant\lambda b(a+b)$对任意的实数 a,b 均成立,则实数 λ 的取值范围为________.

16. 已知 F 是双曲线 C:$x^2-\frac{y^2}{8}=1$ 的右焦点.若 P 是 C 的左支上一点,$A(0,6\sqrt{6})$是 y 轴上一点,求$\triangle APF$ 面积的最小值为________.

三、解答题:本大题共 6 小题,共 70 分.解答时应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.第 17 题~21 题为必考题,每个试题考生必须作答.第 22,23 题为选考题,考生根据要求作答.

(一)必考题:共 60 分.

17. (本小题满分 12 分)

在$\triangle ABC$ 中,a,b,c 分别是内角 A,B,C 所对的边.

(1)若 $2\sin B=\sin A+\sin C$,设 B 的最大值为 B_0,求 B_0 的值.

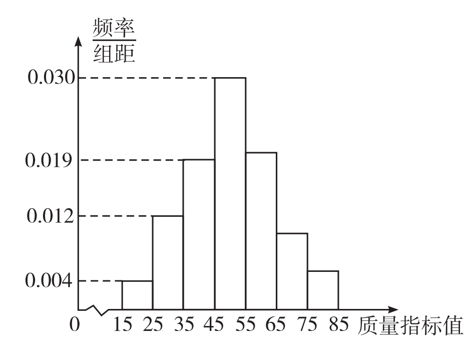
(2)当 $B=\frac{\pi}{3}$,$a=1$,$c=2$,D 为 AC 的中点时,求 BD 的长.

18. (本小题满分 12 分)

从某企业生产的某种产品中抽取 100 件,测量这些产品的质量指标值,其测量结果的频率分布直方图如图所示,且质量指标值落在区间$[55,65)$,$[65,75)$,$[75,85]$内的频率之比为 $4:2:1$.

(1)求这些产品质量指标值落在区间$[75,85]$内的频率;

(2)若将频率视为概率,从该企业生产的这种产品中随机抽取 3 件,记为 3 件产品中质量指标值位于区间$[45,75)$内的产品件数为 X,求 X 的分布列与数学期望.

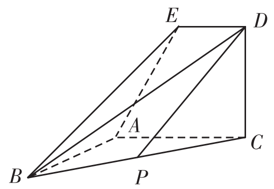


19.(本小题满分 12 分)

已知直角梯形 $ACDE$ 所在的平面垂直于平面 ABC,$\angle BAC=\angle ACD=90^\circ$,$\angle EAC=60^\circ$,$AB=AC=AE$.

(1)若 P 是 BC 的中点,求证:$DP\parallel$平面 EAB;

(2)求平面 EBD 与平面 $ACDE$ 所成的锐二面角 θ 的余弦值.



20.(本小题满分 12 分)

已知点 $A(-2,0)$,圆 $O:x^2+y^2=4$ 上任意一点 P 在 x 轴上的射影为 Q,$\overrightarrow{QP}=2\overrightarrow{QG}$,动点 G 的轨迹为 C,直线 $y=kx(k\neq 0)$ 与轨迹 C 交于 E,F 两点,直线 AE,AF 分别与 y 轴交于点 M,N.

(1)求轨迹 C 的方程.

(2)以 MN 为直径的圆是否经过定点?若经过,求出定点的坐标;若不经过,请说明理由.

21.(本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x)=(2-a)\ln x+\dfrac{1}{x}+2ax(a\in\mathbf{R})$.

(1)当 $a=0$ 时,求 $f(x)$ 的单调区间和极值;

(2)当 $a<0$ 时,求 $f(x)$ 的单调区间;

(3)当 $-3<a<-2$ 时,若存在 $\lambda_1,\lambda_2\in[1,3]$,使不等式 $|f(\lambda_1)-f(\lambda_2)|>(m+\ln 3)a-2\ln 3$ 成立,求 m 的取值范围.

(二)选考题:共 10 分.请考生在第 22、23 题中任选一题作答,如果多做,则按所做的第一题计分.

22.(本小题满分 10 分)选修 4-4:坐标系与参数方程

已知直线 $l:\begin{cases}x=1+\dfrac{1}{2}t,\\ y=\dfrac{\sqrt{3}}{2}t\end{cases}$($t$ 为参数),曲线 $C_1:\begin{cases}x=\cos\theta,\\ y=\sin\theta\end{cases}$($\theta$ 为参数).

(1)设 l 与 C_1 相交于 A,B 两点,求 AB;

(2)若将曲线 C_1 上各点的横坐标压缩为原来的 $\dfrac{1}{2}$,纵坐标压缩为原来的 $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$,得到曲线 C_2,设 P 是曲线 C_2 上的一个动点,求它到直线 l 的距离的最小值.

23.(本小题满分 10 分)选修 4-5:不等式选讲

设函数 $f(x)=|x+\sqrt{a}|-|x-\sqrt{1-a}|$.

(1)当 $a=1$ 时,求不等式 $f(x)\geqslant\dfrac{1}{2}$ 的解集;

(2)若对任意 $a\in[0,1]$,不等式 $f(x)\geqslant b$ 的解集为空集,求实数 b 的取值范围.