数学建模

学生创新能力培养与教学改革的实践与探索

SHUXUE JIANMO

XUESHENG CHUANGXIN NENGLI PEIYANG YU JIAOXUE GAIGE DE SHIJIAN YU TANSUO

张兰　著

西北大学出版社

数学建模

学生创新能力培养与教学改革的实践与探索

SHUXUE JIANMO

XUESHENG CHUANGXIN NENGLI PEIYANG YU JIAOXUE GAIGE DE SHIJIAN YU TANSUO

张兰　著

西北大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

数学建模:学生创新能力培养与教学改革的实践与探索/张兰著.—西安:西北大学出版社,2016.9

ISBN 978－7－5604－3956－3

Ⅰ.①数…　Ⅱ.①张…　Ⅲ.①数学模型—教学研究—高等职业教育　Ⅳ.①O141.4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2016)第 235397 号

数学建模:学生创新能力培养与教学改革的实践与探索

作　　者:张　兰

出版发行:西北大学出版社

地　　址:西安市太白北路 229 号

邮　　编:710069

电　　话:029－88303313

经　　销:全国新华书店

印　　装:陕西奇彩印务有限责任公司

开　　本:787mm×960mm　1/16

印　　张:9

字　　数:166 千字

版　　次:2016 年 9 月第 1 版　2016 年 9 月第 1 次印刷

书　　号:ISBN 978－7－5604－3956－3

定　　价:30.00 元

内容简介

《数学建模——学生创新能力培养与教学改革的实践与探索》是一部关于高职高专院校学生创新能力培养与教学实践的专著。本专著首先从数学建模教学实践出发，结合 APOS 理论和 PBCS 模式研究了数学建模的课程内容和教学模式，提出了以数学建模来推动高职数学的教学改革。其次，在高职学生创新能力培养方面，结合问卷调查进行分析，研究如何在数学建模活动中培养学生的创新能力；最后，结合高职院校的特点，探索了高职数学建模竞赛的培训方式和社团活动的开展。

《数学建模——学生创新能力培养与教学改革的实践与探索》主要适应于高职高专院校从事数学教学和数学建模辅导工作的教学人员及数学建模爱好者的学习与参考，同时对于科研管理人员也具有借鉴意义。

前　言

全国大学生数学建模竞赛是在1992年由教育部高等教育司和中国工业与应用数学学会共同主办的面向全国大学生的群众性科技活动，目的在于激励学生学习数学的积极性，提高学生建立数学模型和运用计算机技术解决实际问题的综合能力，鼓励广大学生踊跃参加课外科技活动，开拓知识面，培养创造精神及合作意识，推动大学数学教学体系、教学内容和方法的改革。

高职院校的数学建模竞赛活动始于1999年相对于本科院校而言起步较晚，参与的学生也较少，不少高职院校数学建模竞赛和培训工作都处于探索阶段。笔者所在学校近些年在数学建模竞赛中取得了一些优异的成绩，同时数学建模活动也推动了学校的高等数学的教学改革的开展。因此本书编者在多年的数学建模教学和培训的实践基础上，针对高职学生基础状况及未来发展需要而编写了一本适合高职院校开展数学建模活动的著作。

本书分两部分，第一部分主要是结合APOS理论探索了高职数学建模课程的教学实践，研究了PBCS模式下高职数学建模课程的教学内容，提出了适合高职院校的融入数学建模的高职数学“三位一体”教学模式的基本思路，并根据高职院校培养目标的定位，在笔者所在学校(西安航空职业技术学院)开展了“常规课堂—第二课堂—虚拟课堂”的“三位一体”的高职数学教学改革。第二部分在对高职学生数学建模能力培养方面进行了问卷调查与分析，探讨了数学建模对于学生创新能力的培养作用，并结合笔者所在学校的数学建模培训方案，给出了高职院校开展数学建模竞赛活动的具体方式以及数学建模社团活动的开展方式。

本书通俗易懂、便于高职院校从事数学教学和数学建模辅导工作的教学人员及数学建模爱好者的学习与参考，同时对于科研管理人员也具有借鉴意义。

作　者

2016年7月于西航职院

目 录

第一章

数学建模与数学建模竞赛

1.1　数学建模概述

1.1.1　数学模型

随着现代科学技术的发展，很多实际生活中的例子都可以从数学的角度去解决，在实际处理时还需要把这些问题转化为数学，再结合相应的背景和理论去求解问题得到最终的结果。在这个过程中，实际问题数学化是最重要的一步，也就是通过实际问题建立数学模型。

数学模型正是运用数理逻辑方法和数学语言建构的工程模型。数学模型的历史可以追溯到人类开始使用数字的时代。随着人类使用数字，就不断地建立各种数学模型，以解决各种各样的实际问题。

数学模型具有以下特点：(1)它具有高度的抽象性。通过数学模型，形象思维可以转化为抽象思维，可以突破实际系统的约束。(2)数学模型的另一个特点是经济学。数学模型的研究不需要很多的设备和工具，可以节省大量的设备运行及维护的费用，用数学模型可以大大加快研究工作的进度，缩短研究周期，特别是在互联网信息广泛应用的今天，其优越性更加突出。

1.1.2　数学建模

数学建模是指通过计算得到的结果来解释实际问题，并接受实际的检验，来建立数学模型的全过程。当需要从定量的角度分析和研究一个实际问题时，人们就要在深入调查研究、了解对象信息、做出简化假设、分析内在规律等工作的基础上，用数学的符号和语言作表述来建立数学模型。下图是数学建模的过程示意图。

具体的建模步骤有如下几步：

(1)模型假设：为了更好的求解问题，一般先对实际问题进行合理的简化，并用

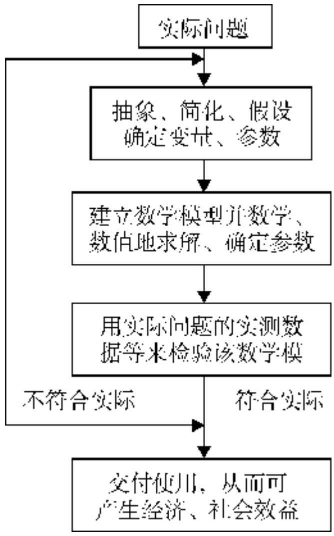

图 1—1　数学建模过程示意图

精确的语言提出一些恰当的假设;

(2)模型分析:对所给问题的求解思路进行简单的阐述,并给出具体的数学方法;

(3)模型建立与求解:在模型假设的基础上,利用数学工具对实际问题构建数学模型,并采用计算机编程语言和数学工具进行求解;

(4)模型检验:将实际问题的数据等代入所建立的模型进行检验其是否合理;

(5)模型推广:将所建的数学模型推广到同类的实际问题中,优化和改进数学模型。

1.2　数学建模竞赛

1.2.1　数学建模竞赛和数学竞赛

提及数学竞赛,大家并不陌生。我国的中学每年都有一次高中联赛,国际上也每年都有一次 IMO。而在大学之中举行数学竞赛,历来也为各国所重视,如美国普特南数学竞赛,自 1938 至今已举行过 60 余届。我国部分省市(如陕西)和部分院校也有定期或不定期的高等数学竞赛。数学竞赛在促进学生学好数学以及在发现人才方面的确起到一定的作用。令人遗憾的是这样的数学竞赛有相当大的局限性。(1)过于纯粹。它主要考核基础知识,证明和计算能力,做题技巧等,几乎全是纯数

学题,几乎不会涉及到实际问题。(2)闭卷考试。不准查阅任何资料,不准使用计算机和软件包,因而与科技进步对人才培养的要求,与真实的科技工作条件截然不同。(3)个人独立完成。不许与他人讨论。而现代科技工作往往需要集体合作方能完成。(4)答案的正确与否是绝对的。而实际的问题的解决没有绝对的正确与错误,只要求合理可行,可以仁者见仁智者见智。针对如上的局限性,最先做出反应的是美国,经美国 SIAM 教育委员会当时的主席,马里兰大学的 Fusaro 等人发起,自 1985 年开始举办“大学生数学建模竞赛”(MCM: Mathematical Contestin Modeling),该竞赛首先题目突破了以往单纯的数学题,而转向采用数学思维和工具求解一些实际问题,让学生真正体会到学以致用。另外,竞赛的形式也不是闭卷,而是采用开放性的形式,可以采用现代化的工具去求解。同时,竞赛不是一个人独立完成而是团体合作完成。这也就是后续的美国数学建模竞赛的前身。

1.2.2　美国大学生数学建模竞赛

美国大学生数学建模竞赛(MCM/ICM),是一场国际大学生数学建模,是现今各类数学建模竞赛的鼻祖。MCM/ICM 是 Mathematical Contest in Modeling 和 Inter disciplinary Contest in Modeling 的缩写,即“数学建模竞赛”和“交叉学科建模竞赛”。

MCM 始于 1985 年,ICM 始于 2000 年,竞赛由美国数学及其应用 COMAP 联合会主办,得到了美国运筹学和工业与应用数学协会、工业与应用数学学会、美国数学协会和许多其他组织的赞助。美国大学生数学建模竞赛的研究主要集中在研究问题、独创性、团队合作、沟通和结果的合理性。

MCM 的每队由 3 名队员组成,1 位导师,四天的比赛中,从备选的问题中任意选择一个,参赛者可以使用包括计算机、软件、教科书、杂志和书籍等任意资源。它要求每队在连续四天内撰写论文,包括:适当的阐述问题;合理的假设;模型分析、建立、计算、验证;结果分析;模型讨论的优点和缺点等。

1.2.3　全国大学生数学建模竞赛

在肖树铁教授、叶其孝教授等专家的积极倡导下,我国的数学建模活动从无到有,从小到大,迅速地开展起来。我国从 1987 年开始出版了有关教材并在清华大学等部分重点高校中开设这门课程,而且于 1989 年开始组队参加美国 MCM,1992 年即发展为全国大学生数学建模竞赛。全国大学生数学建模竞赛是教育部高等教育司和中国工业与应用数学学会共同主办的面向全国大学生的群众性科技活动,目的在于激励学生学习数学的积极性,提高学生建立数学模型和运用计算机技术解决实际问题的综合能力,鼓励广大学生踊跃参加课外科技活动,开拓知识面,培

养创造精神及合作意识,推动大学数学教学体系、教学内容和方法的改革。

竞赛题目一般来源于工程技术和管理科学等方面经过适当简化加工的实际问题,不要求参赛者预先掌握深入的专门知识,只需要学过高等学校的数学课程。题目有较大的灵活性供参赛者发挥其创造能力。参赛者应根据题目要求,完成一篇包括模型的假设、建立和求解、计算方法的设计和计算机实现、结果的分析和检验、模型的改进等方面的论文(即答卷)。竞赛评奖以假设的合理性、建模的创造性、结果的正确性和文字表述的清晰程度为主要标准。

现在除了全国大学生数学建模竞赛之外,还有全国性的研究生数学建模竞赛、地区性的数学建模竞赛(如苏北地区数学建模联赛等),许多学校还有自己的数学建模竞赛。由于数学建模在创新人才培养中的地位和作用所在,数学建模受到了越来越多的人的重视和关注,特别是引起了更多领导们的重视。另一方面,也是因为数学建模竞赛有很强的可比性和竞争性,竞赛成绩是反映能力和水平的一个实力型指标,也是高校评估的一个重要指标。

1.3 数学建模赛题分析

1.3.1 竞赛赛题的分析

近年来,数学建模竞赛的竞争日趋激烈,并且赛题的难度也逐年上升。下面先以 2015 年的数学建模专科组赛题为例,简单阐述一下数学建模的题型。

2015 高教社杯全国大学生数学建模竞赛 D 题《众筹筑屋规划方案设计》:众筹筑屋是互联网时代一种新型的房地产形式。现有占地面积为 102077.6 平方米的众筹筑屋项目。项目推出后,有上万户购房者登记参筹。项目规定参筹者每户只能认购一套住房。

在建房规划设计中,需考虑诸多因素,如容积率、开发成本、税率、预期收益等。根据国家相关政策,不同房型的容积率、开发成本、开发费用等在核算上要求均不同,相关条例与政策见附件。

请你结合本题附件中给出的具体要求及相关政策,建立数学模型,回答如下问题:

(1)为了信息公开及民主决策,需要将这个众筹筑屋项目原方案(称作方案Ⅰ)的成本与收益、容积率和增值税等信息进行公布。请你们建立模型对方案Ⅰ进行全面的核算,帮助其公布相关信息。

(2)通过对参筹者进行抽样调查,得到了参筹者对 11 种房型购买意愿的比例。为了尽量满足参筹者的购买意愿,请你重新设计建设规划方案(称为方案Ⅱ),并对

方案Ⅱ进行核算。

(3)一般而言，投资回报率达到25%以上的众筹项目才会被成功执行。你们所给出的众筹筑屋方案Ⅱ能否被成功执行？如果能，请说明理由。如果不能，应怎样调整才能使此众筹筑屋项目能被成功执行？

下面，简单对本题进行分析。针对问题一，即众筹筑屋开发项目方案一的核算，需要对以下四类费用进行计算：

①成本，应包含土地支付金额、筑房成本、开发费用、土地转让税、其他扣除项目、转让税、土地增值税。

②总收益，为售房总收入减去成本投入和国家征收土地增值税。

③容积率，即总建筑面积与占地总面积的比值。

④土地增值税：土地增值税是由该项目的增值额和增值税率决定的，而增值税率按照国家规定条例，实行四级超率累进税率，需要分四种情况计算，增值额的计算则需要按照国家规定，严格计算应征税项和扣除项。

在问题二中，在各个房型单位面积售价不变的情况下，为尽量满足参筹者的购买意愿，应将参筹者的购房意愿比例与各个房型的建房比例尽量接近，房地产开发根据国家政策和城建部门的规定，房地产开发项目的容积率应不大于2.28。因此，需要将各个房型的开发数量作为优化变量，建立优化模型，进行求解，得到一个优化的方案。

在问题二的基础上，根据回报率的计算方法。结合所有房型的总收入、总支出。从而计算出方案Ⅱ的回报率，并判断该方案是否能够被执行。而在总支出中主要影响土地增值税，根据附件一中表1的相关说明得，在计算增值税时，需将“其他”的建筑类型按已有普通宅、非普通宅建筑面比分摊后在计算，而在计算实际总支出时，“其他”建筑类型的开发成本应按该建筑类型对应成本计算。

从这个问题就可以看出，看似是一个房地产开发者如何建房，如何融资的问题，其实可以转化为一个用数学知识解决的经济问题——非线性规划问题。

1.3.2　数学建模的常考知识点

一般来说，数学建模是和生活实际紧密结合的，那么，生活中有哪些问题，数学建模题型就可以分为哪几个大类。下面具体对于数学建模的赛题进行归类分析：

(1)预测类问题：未来的情况往往可以根据当前的一些量予以推测和判断，这些当前的量再加上失去发展的机制，就能够推算出未来可能的情况。预测的方法有很多，大多是前人总结的经典模型，可以拿来直接套用，而自己推断事物发展的机制进行算法设计然后预测有时候能够更加真实地反映未来的可能趋势，当然，有

的模型根据事物发展的机理,有的直接通过数据分析的手段,这些都是可行的,关键看你有没有定量地把握事物的本质。

(2)优化类问题:我们常常需要对某些行为进行决策,这些是我们可以控制的因素,这些因素一般来说会定量化地影响我们的某些目标值,比如投入决定产出,价格决定销量等等。这时,如何确定我们的决策变量,进而使得我们的目标值达到最优就是我们利用数学模型来解决的问题。

(3)评价类问题:每个行业都有它的评价标准和准则,那么这些标准应该有其自身的形成机制,数学模型就是形成这一机制的方法。如何根据成分指标评价一瓶葡萄酒?如何根据员工表现评价年终奖评定?如何评价一名 NBA 球员在球场上的效率?这些问题都需要设计评价算法来对这些对象进行评价。数学模型的评价方法的一个优势在于,它能够最大程度上客观地反映被评价对象的优劣程度以及符合评价指标的多少,能够体现公平的原则。

上面的是笼统的分类,如果站在数学专业的角度,数学模型可以分为以下几个大类:

(1)线性和非线性模型。线性模型中各量之间的关系是线性的,可以应用叠加原理,即几个不同的输入量同时作用于系统的响应,等于几个输入量单独作用的响应之和。线性模型简单,应用广泛。非线性模型中各量之间的关系不是线性的,不满足叠加原理。在允许的情况下,非线性模型往往可以线性化为线性模型,方法是把非线性模型在工作点邻域内展成泰勒级数,保留一阶项,略去高阶项,就可得到近似的线性模型。

(2)静态和动态模型。静态模型是指要描述的系统各量之间的关系是不随时间的变化而变化的,一般都用代数方程来表达。动态模型是指描述系统各量之间随时间变化而变化的规律的数学表达式,一般用微分方程或差分方程来表示。

(3)连续时间和离散时间模型。模型中的时间变量是在一定区间内变化的模型称为连续时间模型,上述各类用微分方程描述的模型都是连续时间模型。在处理集中参数模型时,也可以将时间变量离散化,所获得的模型称为离散时间模型。离散时间模型是用差分方程描述的。

(4)参数与非参数模型。用代数方程、微分方程、微分方程组以及传递函数等描述的模型都是参数模型。建立参数模型就在于确定已知模型结构中的各个参数。通过理论分析得出参数模型。非参数模型是直接或间接地从实际系统的实验分析中得到的响应,例如通过实验记录到的系统脉冲响应或阶跃响应就是非参数模型。运用各种系统辨识的方法,可由非参数模型得到参数模型。

(5)分布参数和集中参数模型。分布参数模型是用各类偏微分方程描述系统

的动态特性，而集中参数模型是用线性或非线性常微分方程来描述系统的动态特性。在许多情况下，分布参数模型借助于空间离散化的方法，可简化为复杂程度较低的集中参数模型。

下面介绍 2000—2015 年共 16 年全国大学生数学建模竞赛的赛题情况：

表 1—1　全国大学生数学建模竞赛的赛题

年份	题目	问题类型	领域背景	对应算法与模型
2000 年	(A)DNA 序列的分类问题	最优化	遗传学、生物科学	分类模型
	(B)钢管的订购和运输问题	组合优化、运输问题	运筹学、汽车学、物流学、交通运输组织学	线性规划、二次规划、整数规划
	(C)飞越北极问题	计算旋转橄榄球面上两点之间短程线	流体力学、气候学、金属材料学、制造学	模糊搜索法
	(D)空洞探测问题	线性方程	工程、地址勘探	通过对平面进行区域(我们叫像元)划分对波宽带化后
2001 年	(A)三维血管的重建问题	优化	医学、生物学	曲线拟合、连续模型、离散模型、傅立叶变换、多项式拟合
	(B)公交车的优化调度问题	优化	多目标非线性规划	线性规划
	(C)基金使用计划问题	优化	线性规划	线性规划
	(D)公交车调度问题	优化	多目标非线性规划	线性规划
2002 年	(A)汽车车灯的优化设计问题	优化	光学、物理学、能源	数值模拟、微元法、连续模型、Jacobi 行列式，非线性规划
	(B)彩票中的数学问题	评价	概率、统计	线性回归法、模糊综合评判法、层次分析法、熵值取权法、效用函数、传输函数
	(C)车灯线光源的计算问题	优化	光学、物理学、能源	连续模型、模拟散斑、微元法
	(D)球队的赛程安排问题	优化	统计、运筹	排除一假设法，最大号固定右上角的逆时针轮转法、同余理论、最小号固定的双向轮转法

续表

年份	题目	问题类型	领域背景	对应算法与模型
2003年	(A)SARS的传播问题(集体)	预测	医学	时间序列模型、资本资产定价模型、微分方程、Sznajd模型、元胞自动机模型
	(B)露天矿生产的车辆安排问题	优化	运输	线性规划、贪心法、整型规划、目标规划
	(C)SARS的传播	预测	医学	时间序列模型、资本资产定价模型、微分方程、Sznajd模型、元胞自动机模型
	(D)抢渡长江问题	优化	竞技	矢量代数、微分方程、非线性优化
2004年	(A)奥运会临时超市网点设计问题	优化	商业、消费、人流量、选址	人流量分布模型、消费期望值分布模型和网点设计模型
	(B)电力市场的输电阻塞管理问题	优化	电力系统	线形回归模型、安全无阻塞模型、安全裕度模型、拉闸限电模型、决策树模型、暴力搜索、遗传算法
	(C)酒后开车问题	拟合	药物动力学	房室模型、微分方程模型、非线性拟合模型、高斯牛顿算法、最小二乘法
	(D)公务员的招聘问题	分配	人力资源	线性规划模型、效能矩阵
2005年	(A)长江水质的评价和预测	评价	水质、环境	归一化处理、多元线性回归模型、综合评价模型、差分方程反演模型、灰色模型
	DVD在线租赁	优化分配	网络、商业	整数规划模型、多目标规划模型、通用模型
	雨量预报方法的评价	评价	气象、测量	Shepard插值模型、拟合优度、满意率模型、满意度模型
	DVD在线租赁	优化分配	网络、商业	整数规划模型、多目标规划模型、通用模型

续表

年份	题目	问题类型	领域背景	对应算法与模型
2006 年	(A)出版社的资源配置问题	优化	出版社	灰色预测模型、多目标规划模型、层次分析模型
	(B)Hiv 病毒问题	预测	医学	总体回归模型、个人回归模型、线性规划模型
	(C)易拉罐形状和尺寸的最优设计	优化	工业设计	最优设计模型
	(D)煤矿瓦斯和煤尘的监测与控制	评价	煤矿业	线性规划模型
2007 年	(A)中国人口增长预测	预测	数学、统计学、人口学	Logistic 曲线预测、GM(1,1)灰色预测、人口发展方程、人口迁移矩阵、Leslie 矩阵
	(B)乘公交,看奥运	优化	交通运输、运筹学	邻接算法、有向赋权图、分层序列法、直达队列表、分层多目标规划、BFS 算法、Dijkstra 算法、贪婪算法、生成树
	(C)手机“套餐”优惠几何	评估	数学、经济学	线性规划、空间解析几何、边际分析
	(D)体能测试时间安排	优化	运筹学	装箱问题、FFD 算法、NP 难题
2008 年	(A)数码相机定位	优化	图像处理	模拟退火、最小二乘法、系统标定、影射几何、坐标系变换、Canny 边缘算子、贝努力试验、变换矩阵、线性投影模型、微分进化算法
	(B)高等教育学费标准探讨	评估	数据收集和处理	因子分析、多目标规划、综合评价指标、多元回归分析、层次分析法、熵值取权法、曲线拟合、神经网络、量化分析
	(C)地面搜索	优化	地理优化	快速搜索、平面图解、盲点搜索、同步搜索链
	(D)NBA 赛程的分析与评价	评估	统计学	0—1 整数规划、数据量化、层次分析法

续表

年份	题目	问题类型	领域背景	对应算法与模型
2009 年	(A)制动器试验台的控制方法分析	评价	物理应用	神经网络、灰色预测、计算机模拟、拉普拉斯变换、曲线模拟
2009 年	(B)眼科病床的合理安排	评价	统筹学	层次分析法、泊松分布、计算机模拟、排队论、SPF 算法、灰色聚类、0－1整数规划
2009 年	(C)卫星和飞船的跟踪测控	优化	天体力学,物理及地理问题	轨道模型图、多边形个数、共面、图论
2009 年	(D)会议筹备	优化	统筹学	0－1 规划、多目标规划
2010 年	(A)储油罐的变位识别与罐容表标定	优化	微积分物理学	最小二乘法、单目标优化
2010 年	(B)2010 年上海世博会影响力的定量评估	评价	旅游学经济学	模糊评价模型、曲线回归模型、本底趋势线模型、因子分析法
2010 年	(C)输油管的布置	优化	光的传播规划	最优化模型
2010 年	(D)对学生宿舍设计方案的评价	评价	建筑学经济学	层次分析法、TOPSIS 分析法、成本估算模型
2011 年	(A)城市表层土壤重金属污染分析	评价	化学气象学人类生活影响	主成分分析法、二次插值法、遗传算法
2011 年	(B)交巡警服务平台的设置与调度	优化	交通	模拟退火法、元素树权传递算法、综合评价模型
2011 年	(C)企业退休职工养老金制度的改革	预测、优化	社会学人口学	MATLAB、二次拟合、灰色预测、(GM1,1)模型、Logistic 模型
2011 年	(D)天然肠衣搭配问题	优化	食品学细菌学	整数线性规划、优化搭配
2012 年	(A)葡萄酒的评价	评价	酒文化酿造学质量评价	双重多因素分析、0－1 数据分析、排序检验法、关联性分析、Alpha 模型
2012 年	(B)太阳能小屋的设计	优化	能源太阳能地理赤纬角	递归算法、多目标规划、线性规划
2012 年	(C)脑卒中发病环境因素分析及干预	预测、优化	医学病理学	多元线性回归、神经网络、GIM 模型
2012 年	(D)机器人避障问题	优化	计算机光的直线传播几何	启发式算法、0－1 规划模型、图论