 高等院校“十三五”规划教材

Gaodeng Shuxue Fenceng Fenlei
高等数学分层分类
习题册
Xitice

章月红 刘伟 主编



电子科技大学出版社



高等院校“十三五”规划教材

Gaodeng Shuxue Fenceng Fenlei
高等数学分层分类
习题册

Xitice

章月红 刘伟 主编



电子科技大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

高等数学分层分类习题册 / 章月红, 刘伟主编. —
成都: 电子科技大学出版社, 2017. 7
ISBN 978 - 7 - 5647 - 4886 - 9

I. ①高… II. ①章… ②刘… III. ①高等数学 - 习题集 IV. ①O13 - 44

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2017) 第 170774 号

高等数学分层分类习题册

章月红 刘伟 主编

策划编辑 高小红

责任编辑 高小红

封面设计 陈伟

出版发行 电子科技大学出版社

成都市一环路东一段 159 号电子信息产业大厦九楼 邮编: 610051

主 页 www.uestcp.com.cn

服务电话 028 - 83203399

邮购电话 028 - 83201495

印 刷 北京市彩虹印刷有限责任公司

成品尺寸 185mm × 260mm

印 张 10.5

字 数 220 千字

版 次 2017 年 7 月第一版

印 次 2017 年 7 月第一次印刷

书 号 ISBN 978 - 7 - 5647 - 4886 - 9

定 价 29.80 元

■ 版权所有 侵权必究 ■

前 言

高等数学是经管类和理工类必修的一门重要基础理论课程。它对培养学生的数学素质、创新能力、治学态度和解决实际问题有着重要的作用，为各专业的后续课程打下坚实的理论基础。

随着我国高等教育的高速发展，高校招生自主性的进一步放开，学生拥有更多的择校选择，使得高校生源差异化愈加显著。在此形势下，很多高校开始采用分层分类教学。我院大学数学类课程亦全部实施分层分类教学，为了更好地配合分层分类教改的实施，我们特编写本习题册。

本习题册定位符合非数学类专业基础课程教学指导分委员会制定的新的“经济管理类本科数学基础课程教学基本要求”和“工科类本科数学基础课程教学基本要求”，尤其适合当前独立学院教学要求的需要。

本习题册分经管和理工两大类，每类分基础题、普通题和提高题三个层次以供不同层次的教学辅助所需。基础题侧重“双基”，建议全做；普通题供学生巩固基础所需；提高题可供准备考研的学生打实基础所用。

本习题册在院内试用多年，在成书过程中得到了单位领导、同行和出版社的大力支持，在这里深表感谢！

由于编者水平有限，本书难免会有欠妥和错误之处，衷心希望能得到专家、同行和读者的批评指正，使本书在实践中得以逐步完善。

编 者

2017年5月

目 录

第一部分 经管

第一章 函数、极限与连续	3
习题一 函数	3
习题二 数列的极限	5
习题三 函数的极限	7
习题四 函数运算法则	9
习题五 两个重要极限	11
习题六 无穷小与无穷大、无穷小的比较	13
习题七 函数的连续性	16
第二章 导数与微分	18
习题八 导数的概念	18
习题九 函数的求导法则	21
习题十 高阶导数	23
习题十一 隐函数及由参数方程所确定的导数	25
习题十二 函数的微分	27
第三章 微分中值定理与导数的应用	28
习题十三 微分中值定理	28
习题十四 洛必达法则	29
习题十五 函数的单调性与极值	31
习题十六 函数的最大值与最小值	33
习题十七 函数的凹凸性与拐点	34
习题十八 导数在经济学中的应用	35
第四章 不定积分	36
习题十九 不定积分的概念与性质	36

习题二十 换元积分法	38
习题二十一 分部积分法	40
习题二十二 有理函数的积分	42
第五章 定积分	43
习题二十三 定积分的概念与性质	43
习题二十四 微积分基本公式	45
习题二十五 定积分的换元法和分部积分法	48
习题二十六 反常积分	50
习题二十七 定积分的几何应用	51
习题二十八 定积分在经济学中的应用	52
第六章 多元函数微分法及其应用	53
习题二十九 多元函数的基本概念	53
习题三十 偏导数	55
习题三十一 全微分	57
习题三十二 多元复合函数的求导法则	58
习题三十三 隐函数的求导公式	60
习题三十四 多元函数的极值与最值	61

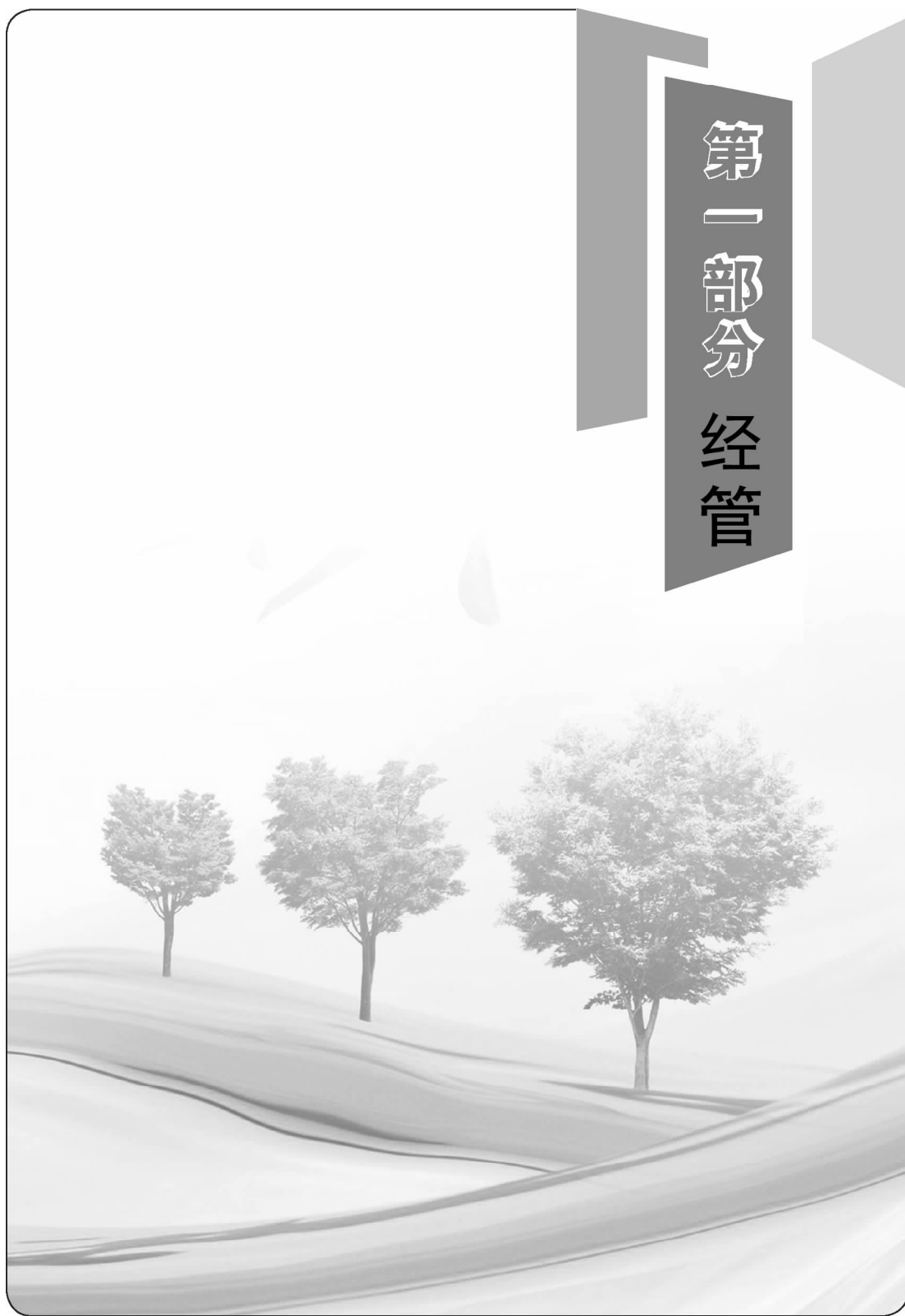
第二部分 理工

第一章 函数与极限	65
习题一 映射与函数	65
习题二 数列的极限	67
习题三 函数的极限	69
习题四 函数运算法则	71
习题五 极限存在准则和两个重要极限	73
习题六 无穷小与无穷大、无穷小的比较	75
习题七 函数的连续性	78
第二章 导数与微分	80
习题八 导数的概念	80
习题九 函数的求导法则	82
习题十 高阶导数	84

习题十一 隐函数及由参数方程所确定的导数	86
习题十二 函数的微分	88
第三章 微分中值定理与导数的应用	90
习题十三 微分中值定理	90
习题十四 洛必达法则	91
习题十五 泰勒公式	93
习题十六 函数的单调性与曲线的凹凸性	94
习题十七 函数的极值与最值	96
习题十八 函数图形的描绘	98
习题十九 曲率	99
第四章 不定积分	100
习题二十 不定积分的概念与性质	100
习题二十一 换元积分法	102
习题二十二 分部积分法	104
习题二十三 有理函数的积分	106
第五章 定积分	107
习题二十四 定积分的概念与性质	107
习题二十五 微积分基本公式	109
习题二十六 定积分的换元法和分部积分法	112
习题二十七 反常积分	114
第六章 定积分的应用	115
习题二十八 定积分在几何学上的应用	115
习题二十九 定积分在物理学上的应用	117
第七章 微分方程	118
习题三十 微分方程的基本概念	118
习题三十一 可分离变量的微分方程	119
习题三十二 齐次方程	120
习题三十三 一阶线性微分方程	121
习题三十四 可降价的高阶微分方程	122
习题三十五 常系数齐次线性微分方程	123
习题三十六 常系数非齐次线性微分方程	124

第八章 向量代数与空间解析几何	125
习题三十七 向量及其线性运算	125
习题三十八 数量积 向量积 混合积	127
习题三十九 平面及其方程	129
习题四十 空间直线及其方程	130
习题四十一 曲面及其方程	132
习题四十二 空间曲线及其方程	133
第九章 多元函数微分法及其应用	134
习题四十三 多元函数的基本概念	134
习题四十四 偏导数	136
习题四十五 全微分	138
习题四十六 多元复合函数的求导法则	139
习题四十七 隐函数的求导公式	141
习题四十八 多元函数微分学的几何应用	143
习题四十九 方向导数与梯度	144
习题五十 多元函数的极值及其求法	145
第十章 重积分	147
习题五十一 二重积分的概念与性质	147
习题五十二 二重积分的计算	148
习题五十三 三重积分	151
习题五十四 重积分的应用	153
第十一章 无穷级数	154
习题五十五 常数项级数的概念和性质	154
习题五十六 常数项级数的审敛法	155
习题五十七 幂级数	157
习题五十八 函数展开成幂级数	158
习题五十九 傅里叶级数	159
习题六十 一般周期函数的傅里叶级数	160

第一部分 经管





第一章 函数、极限与连续

习题一 函数

基础题

一、填空题

1. 函数 $y = \sqrt{x^2 - 1} + \frac{1}{\sqrt{4 - x^2}}$ 的定义域为 _____.

2. 下面函数中, $f(x)$ 与 $g(x)$ 相同的是 _____.

(1) $f(x) = |x|, g(x) = \sqrt{x^2}$;

(2) $f(x) = \ln x^2, g(x) = 2 \ln x$;

(3) $f(x) = \sqrt[3]{x^4 - x^3}, g(x) = x \cdot \sqrt[3]{x - 1}$;

(4) $f(x) = 1, g(x) = \sec^2 x - \tan^2 x$.

3. 函数 $y = \sin \frac{1}{x}$ 在定义域内 _____ 界. (填有或无)

4. 函数 $y = \frac{2^x}{2^x + 1}$ 的反函数为 _____.

5. (1) 函数 $y = \cos^3(2x + 1)$ 由 _____、_____、_____ 复合而成.

(2) 函数 $y = \arctan \sqrt{x^2 - 1}$ 由 _____、_____、_____ 复合而成.

二、计算题

设 $f(x) = \begin{cases} 2, & x \leq 0 \\ \log_2 x, & x > 0 \end{cases}$, 求 $f(-1), f(0), f(1), f(2)$, 并作出函数 $f(x)$ 的图形.





普通题

一、填空题

1. 函数 $y = \arcsin(x - 3)$ 的定义域为 _____.

2. 已知 $f(\sin x) = 3 - \cos 2x$, 则 $f(x) =$ _____.

二、应用题

某餐厅开始营业前, 做如下估计: 如设置 40 至 80 个座位, 每个座位每周可获利 8 元, 但如果座位超过 80 个, 每增加 1 个, 每周每个将少赚 0.04 元. 试将每周利润 L 表示为座位个数 x 的函数, 并问: 当座位数超过多少个时, 预计将亏本.

提高题

设 $f(x) = \begin{cases} -x, & x \geq 0 \\ \frac{1}{1-x}, & x < 0 \end{cases}$, 试求 $f(f(x))$ 的表达式.





习题二 数列的极限

基础题

判断下列数列是收敛还是发散,若收敛,指出其极限.

1. $\{\frac{1}{2^n}\};$

2. $\{(-1)^n \frac{1}{n}\};$

3. $\{\frac{n-1}{n+1}\};$

4. $\{\ln \frac{1}{n}\};$

5. $\{2 + \frac{1}{n^2}\};$

6. $\{\frac{2^n - 1}{3^n}\};$

7. $\{n(-1)^n\};$

8. $\{n - \frac{1}{n}\};$

9. $\{[(-1)^n + 1] \frac{n+1}{n}\};$

10. $\{\cos 2n\pi\};$

11. $\{2^{(-1)^n}\};$

12. $\{\sin \frac{1}{n}\}.$





班级 _____ 学号 _____ 姓名 _____

普通题

根据数列极限的性质,说明下列数列极限不存在.

1. $\{(-1)^n - \frac{1}{n}\}$

2. $\{\sin \frac{n\pi}{2}\}$





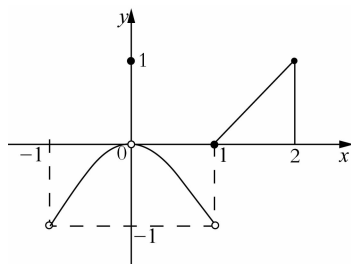
习题三 函数的极限

基础题

一、填空题

1. 对下图所示的函数 $f(x)$, 下列说法正确的是 _____, 错误的是 _____.

- | | |
|---|---|
| (1) $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x)$ 不存在; | (2) $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = -1$; |
| (3) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ 不存在; | (4) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1$; |
| (5) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0$; | (6) $\lim_{x \rightarrow 0.999^+} f(x) = 0$; |
| (7) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 1$; | (8) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ 不存在; |
| (9) $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 1$; | (10) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 1$. |



2. $f(x)$ 在 $x = x_0$ 处有定义是它在该点处有极限的 _____ 条件 (填充分或必要或充要或无关).

二、计算题

1. 求 $f(x) = \frac{x}{x}$, $\varphi(x) = \frac{|x|}{x}$, 当 $x \rightarrow 0$ 时的左、右极限. 并说明它们在 $x \rightarrow 0$ 时的极限是否存在.

2. 当 a 为何值时, 函数 $f(x)$ 在 $x = 1$ 处的极限存在.

$$(1) f(x) = \begin{cases} 2x - 1, & x \leq 1 \\ a, & x > 1 \end{cases}; \quad (2) f(x) = \begin{cases} x + a, & x \leq 1 \\ \ln x, & x > 1 \end{cases}$$





普通题

一、填空题

1. $\lim_{x \rightarrow 0^-} \arctan \frac{1}{x} =$ _____.

2. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \arctan \frac{1}{x} =$ _____.

3. 设 $f(x) = \begin{cases} e^x, & x \leq 0 \\ ax + b, & x > 0 \end{cases}$, 则 $f(0^+) =$ _____. $f(0^-) =$ _____.

当 $b =$ _____ 时, $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1$.

二、计算题

已知 $f(x) = \begin{cases} e^x - 1, & x < 0 \\ \sin x, & x \geq 0 \end{cases}$, 求 $f(x)$ 在 $x = 0$ 处的左、右极限. 再判断 $f(x)$ 在 $x = 0$ 处的极限是否存在.





习题四 函数运算法则

基础题

一、求下列极限

$$1. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x+1}{x^2+1}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x+1}{x+1}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2-1}{x+1}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2-2x-3}{x^2-4x+3}$$

$$5. \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+h)^2-x^2}{h}$$

二、求下列极限

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} (2x^3 - x + 1)$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + x + 1}{3x^2 + 1}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{2}x}{1+x^2}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5+x^4}{x^3+2x}$$

三、求下列极限

$$1. \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{x-1} - \frac{3}{x^3-1} \right)$$

$$2. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+2+3+\cdots+(n-1)}{n^2}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{\sqrt{x+2}-2}$$

