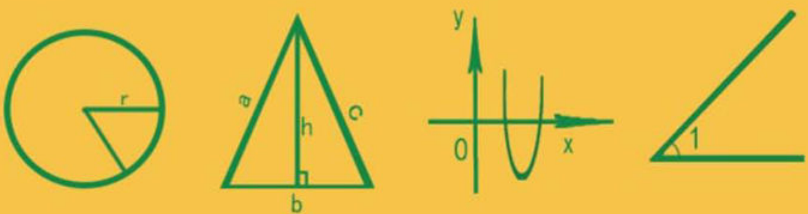
命题转换的9种方法在教学中的运用

PROPOSITION TRANSFORMATION OF 9 KINDSOF METHODS USED IN TEACHING

主 编：刘蒋巍



江西科学技术出版社

刘蒋巍，江苏如东县人，学思堂教育数学教研组长。

曾任学思堂教育南通分校教研中心主任，学科网调研员，现任学思堂教育研究院教研员。擅长变式教学，撰写《“加强条件”与“弱化条件”——浅谈变式教学的两种方法》《“背景转换法”在变式教学中的运用》等变式教学论文在省级以上期刊发表。

命题转换的9种方法在教学中的运用

主编：刘蒋巍

江西科学技术出版社

图书在版编目（CIP）数据

命题转换的9种方法在教学中的运用 / 刘蒋巍主编. —南昌：江西科学技术出版社，2016.9

ISBN 978-7-5390-5790-3

Ⅰ. ①命… Ⅱ. ①刘… Ⅲ. ①数学课 – 教学研究 – 高中 Ⅳ. ①G633.602

中国版本图书馆CIP数据核字（2016）第234007号

国际互联网（Internet）地址：

http://www.jxkjcbs.com

选题序号：ZK2016227

图书代码：B16086-101

命题转换的9种方法在教学中的运用　　刘蒋巍　主编

出版发行　江西科学技术出版社

社址：南昌市蓼洲街2号附1号

邮编：330009

电话：（0791）86623491 86639342（传真）

印刷：北京凤凰常青树数码科技有限公司

经销：各地新华书店

开本：889mm×1194mm 1/32

印张：2

字数：24千字

版次：2016年9月第1版 2016年9月第1次印刷

书号：ISBN 978-7-5390-5790-3

定价：24.00元

赣版权登字-03-2016-309

目 录

1 “背景转换法”在变式教学中的运用

【摘 要】同一数学问题，转换其呈现的背景后，借助背景的力量可以改变问题的难度。本文就“背景转换法”在变式教学中的运用作了有益的尝试。

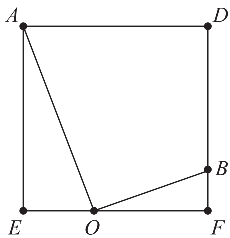
【关键词】背景转换法；变式教学。

一、背景转换法的定义

在试题命制的过程中，我们往往将基本问题几度易稿，改变问题的呈现方式，使基本模型、基本条件得到隐藏，借助背景的力量改变问题的难度。这种编题的方法，称之为“背景转换法”。

二、背景转换法在教学中的运用

基本问题 如图，在正方形 $AEFD$ 中，O 为 EF 上一点，且 $OA\perp OB$，求证：$\triangle AEO\backsim\triangle OFB$



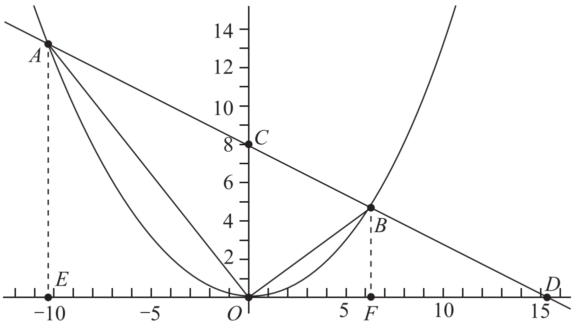
应用1 将基本问题置于平面直角坐标系中，结合抛物线问题，命制2013年南通市中考第28题[1]的第(3)问。

如图，直线 $y=kx+b$ ($b>0$)与抛物线 $y=\frac{1}{8}x^2$ 相交于点 $A(x_1, y_1)$，$B(x_2, y_2)$ 两点，与 x 轴正半轴相交于点 D，与 y 轴相交于

点C,设$\triangle OCD$的面积为S,且$kS+32=0$。

(1)求b的值;(2)求证:点(y_1,y_2)在反比例函数的图象上;

(3)求证:$x_1OB+y_2OA=0$



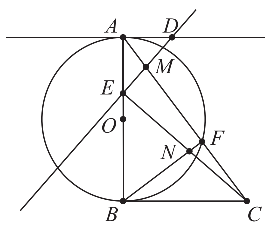
(第3问图示)

由第(2)问易得$OA\perp OB$。第(3)问:“求证:$x_1OB+y_2OA=0$”实际上,只要证$\dfrac{OA}{OB}=\dfrac{-x_1}{y_2}$,

即证:“$\triangle AEO\backsim\triangle OFB$”,该问题就回归到基本问题。

应用2 将基本问题置于圆中,结合动点问题,命制“关于动点E位置”的探究题

如图,已知:$\triangle ABC$中,$\angle ABC=90°$,以AB为直径的$\odot O$交AC于点F,点E是直径AB上一动点(不与点O、A、B重合),连结EC、BF交于点N,过点E作$ED\perp EC$交过点A的一条直线于点D。AC、ED交于点M,已知:$\angle ADE=\angle BEC$



(1)求证:直线AD是$\odot O$的切线;

(2)找出图中一个与$\triangle AEM$相似的三角形,给出证明;

(3)若⊙O的半径$OA=4,BC=6$,求当E移动到什么位置时,AD长为2?

解析:(1)证明略

(2)$\triangle BCN \backsim \triangle AEM$,证明略

(3)易得$\triangle ADE \backsim \triangle BEC$ $\therefore \dfrac{AD}{BE}=\dfrac{AE}{BC}$,

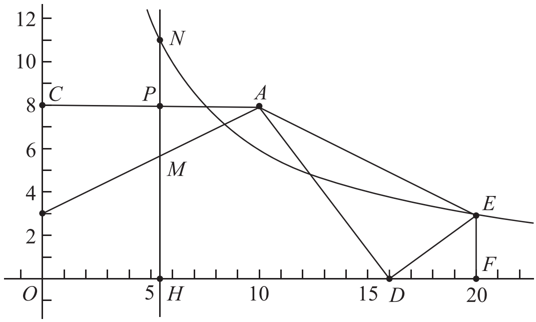
设$BE=x$,则$\dfrac{2}{x}=\dfrac{8-x}{6}$,

整理得:$x^2-8x+12=0$,$x_1=2,x_2=6$,$\therefore BE=2$或6

所以E移动到AO中点或BO中点时,AD长为2

应用3 将基本问题置于平面直角坐标系中,结合双曲线问题,命制一道旋转背景的问题

已知$\triangle ABC$中,$\angle ACB=90^\circ$,点C落在y轴,点B的坐标为$(0,m)$,点A的坐标是$(10,8)$,将$\triangle ABC$绕点A逆时针旋转,点C落在x轴上的点D处,此时点B落在E点,过E作$EF\perp x$轴,垂足为F。



(1)在如图所示的情况下,$\sin\angle DEF$的值为________;点D的坐标为________。

(2)已知点E是反比例函数$y=\dfrac{k}{x}$的图像上的一点,求$m=3$时,反比例函数解析式;

(3)在(2)的条件下,若点P为边AC上一动点(不与点C重合),过P垂直于x轴的直线交线段AB于点M,交双曲线$y=\frac{k}{x}$于点N,交x轴于点H,求$MH\cdot NH$的最小值。

解析:(1)作$AG\perp x$轴,易得$\triangle AGD\backsim\triangle DFE$,$\sin\angle DEF=\frac{DF}{DE}=\frac{AG}{AD}=\frac{AG}{AC}=\frac{8}{10}=\frac{4}{5}$,$D(16,0)$

(2)$m=3$时,$DE=8-m=5$,$DF=DE\cdot\sin\angle DEF=5\times\frac{4}{5}=4$ 则$F(20,0)$,$E(20,3)$,$\therefore y=\frac{60}{x}$

(3)设$OH=t$,则$MH\cdot NH=y_M\cdot y_N=\left(\frac{1}{2}t+3\right)\cdot\frac{60}{t}=30+\frac{180}{t}$,($0<t\leqslant 10$)$\therefore$当$t=10$时,取得最小值48。

参考文献

[1]王兴富:立足学情教情,追求正确导向——一道中考压轴题的命制及感悟[J]。中学数学(初中版),2014(12):45-47

2 “加强条件”与“弱化条件”
——浅谈变式教学的两种方法

【摘　要】变式教学是数学教学的方法之一。试题通过变式可以增加或降低其难度，使它适合不同层次的学生。其中，加强条件与弱化条件是变式教学的两种常用方法。

【关键词】变式教学；加强条件；弱化条件。

一、加强条件

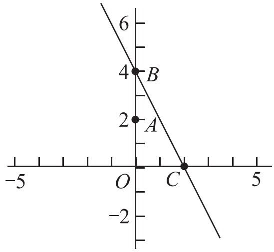
试题通过条件加强后，往往会减少讨论的情况，使试题变得简单，使其适合解题能力中下的学生。

母题1 如图，点 $A(0,2)$，$B(0,4)$，$C(2,0)$，直线 l 经过 B、C 两点，点 P 在直线 l 上，O 是原点。

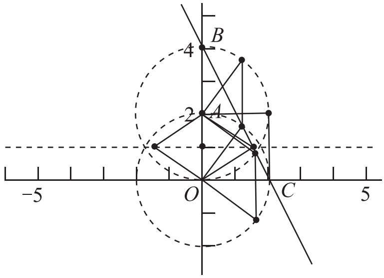
(1)求直线 l 的解析式；

(2)请求出点 P 坐标，使得 OP 的长度最短；

(3)若点 Q 在直线 l 上，点 M 是坐标平面内一点，是否存在以 O、A、Q、M 为顶点的四边形是菱形？若存在，求出点 M 的坐标；若不存在，请说明理由。



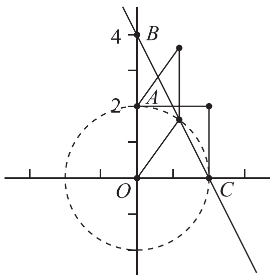
【第(3)问分类讨论图示】



【第(3)问变式——加强条件】

若点 Q 在直线 l 上,点 M 是第一象限内的点,是否存在以O、A、Q、M 为顶点的四边形是菱形?若存在,求出点M的坐标;若不存在,请说明理由。

【第(3)问变式图示】



【第(3)问变式点评】

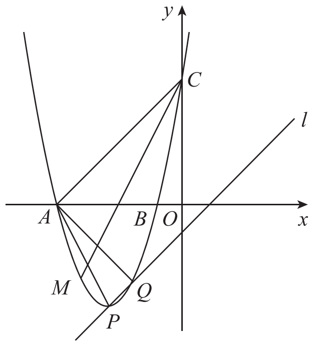
该题第(3)小问中,将题设条件“点M是坐标平面内一点”加强为“点M是第一象限内的点”。条件加强后,第(3)问减少了分类讨论的情况,降低了试题的难度,减轻了学生解题的负担,体现了试题的“人文关怀”。

母题2 [1]已知抛物线$y=x^2-2mx+m^2+m-1$(m是常数)的顶点为P,直线l:$y=x-1$。

(1)求证点P在直线l上；

(2)当$m=-3$时，抛物线与x轴交于A，B两点，与y轴交于点C，与直线l的另一个交点为Q，M是x轴下方抛物线上的一点，$\angle ACM=\angle PAQ$(如图)，求点M的坐标；

(3)若以抛物线和直线l的两个交点及坐标原点为顶点的三角形是等腰三角形，请直接写出所有符合条件的m的值。



【第(3)问变式——加强条件】

若以抛物线和直线l的两个交点及坐标原点为顶点的三角形是以OP为腰的等腰三角形，请直接写出所有符合条件的m的值。

【第(3)问变式点评】

该题第(3)小问中，将题设条件“以抛物线和直线l的两个交点及坐标原点为顶点的三角形是等腰三角形”加强为“以抛物线和直线l的两个交点及坐标原点为顶点的三角形是以OP为腰的等腰三角形”。条件加强后，控制了试题的难度。通过“加强条件”可以使试题难度得到控制，是教师编题常用的方法。

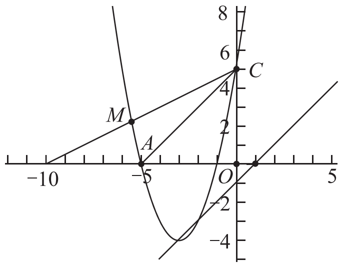
二、弱化条件

试题通过弱化条件后，会增加分类讨论的情况，有利于学生发散思维的培养。

【母题2第(2)问变式——弱化条件】

当$m=-3$时，抛物线与x轴交于A，B两点，与y轴交于点C，与直线l的另一个交点为Q，M是抛物线上的一点，$\angle ACM=\angle PAQ$，求点M的坐标；

【第(2)问变增加的情形】



【第(2)问变式点评】

将已知条件弱化之后，求出的M点有两个，除了x轴下方抛物线上的一点$M(-4,-3)$之外，还有在x轴上方抛物线上的一点$M'\left(-\frac{11}{2},\frac{9}{4}\right)$。弱化条件后，试题增加了讨论的情况，对发散学生思维，激发学生学习数学的兴趣是大有裨益的。

参考文献

[1]蔡新春：立意绘蓝图，打磨出好题——南通市2015年中考数学第28题的命制[J]。中小学数学(初中)，2016(1/2):70-71

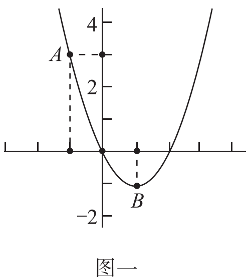
3　条件与结论互换——以2016年扬州中考第28题变式教学为例

试题呈现 如图1，二次函数 $y=ax^2+bx$ 的图像过点 $A(-1,3)$，顶点 B 的横坐标为1。

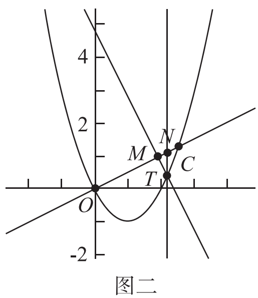
(1)求这个二次函数的表达式；

(2)点 P 在该二次函数的图像上，点 Q 在 x 轴上，若以 A、B、P、Q 为顶点的四边形是平行四边形，求点 P 的坐标；

(3)如图3，一次函数 $y=kx(k>0)$ 的图像与二次函数的图像交于 O、C 两点，点 T 为该二次函数图像上位于直线 OC 下方的动点，过点 T 作直线 $TM\perp OC$，垂足为点 M，且 M 在线段 OC 上（不与 O、C 重合），过点 T 作直线 $TN//y$ 轴交 OC 于点 N。若在点 T 运动的过程中，$\dfrac{ON^2}{OM}$ 为常数，试确定 k 的值。



图一



图二

解析：(1) $y=x^2-2x$

(2)$A(-1,3)$，$B(1,-1)$，①若以 AB 为边，设 $P(x,x^2-2x)$，$Q(m,0)$

由 $\begin{cases}-1+m=1+x,\\-1+x^2-2x=3\end{cases}$ 得 $\begin{cases}x_1=\sqrt{5}+1\\m_1=\sqrt{5}+3\end{cases}$,

$\therefore P_1(\sqrt{5}+1,4)$ $\begin{cases}x_2=-\sqrt{5}+1\\m_2=-\sqrt{5}+3\end{cases}$ $\therefore P_2(-\sqrt{5}+1,4)$

②若以 AB 为对角线，由 $\begin{cases}-1+1=x+m,\\3-1=x^2-2x\end{cases}$,

得 $\begin{cases}x_3=\sqrt{3}+1,\\m_3=-\sqrt{3}-1\end{cases}$ $\therefore P_3(\sqrt{3}+1,2)$ $\begin{cases}x_4=-\sqrt{3}+1,\\m_4=\sqrt{3}-1\end{cases}$ $\therefore P_4(-\sqrt{3}+1,2)$

（3）$k=\dfrac{1}{2}$（请读者自作）

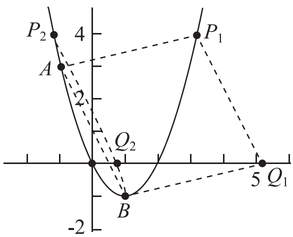


图3

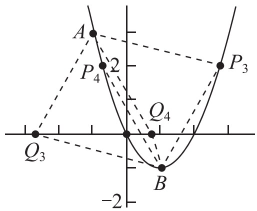
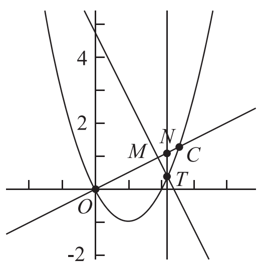


图4

变式教学 如图4，已知一次函数 $y=\dfrac{1}{2}x$ 的图像与二次函数 $y=x^2-2x$ 的图像交于 O、C 两点，点 T 为该二次函数图像上位于直线 OC 下方的动点，过点 T 作直线 $TM\perp OC$，垂足为点 M，且 M 在线段 OC 上（不与 O、C 重合），过点 T 作直线 $TN//y$ 轴交 OC 于点 N。

求证：$\dfrac{ON^2}{OM}=OC$



4　弱化条件——以2016年苏州中考数学压轴题第28题变式教学为例

试题呈现 如图，直线 l:$y=-3x+3$ 与 x 轴、y 轴分别相交于A、B两点，抛物线 $y=ax^2-2ax+a+4(a<0)$ 经过点 B。

(1)求该抛物线的函数表达式；

(2)已知点M是抛物线上的一个动点，并且点M在第一象限内，连接AM、BM。设点M的横坐标为 m，$\triangle ABM$的面积为S。求S与 m 的函数表达式，并求出S的最大值；

(3)在(2)的条件下，当S取得最大值时，动点M相应的位置记为点 M'。

①写出点 M' 的坐标；

②将直线 l 绕点A按顺时针方向旋转得到直线 l'，当直线 l' 与直线 AM' 重合时停止旋转。在旋转过程中，直线 l' 与线段 BM' 交于点C。设点B、M' 到直线 l' 的距离分别为 d_1、d_2，当 d_1+d_2 最大时，求直线 l' 旋转的角度(即$\angle BAC$的度数)。

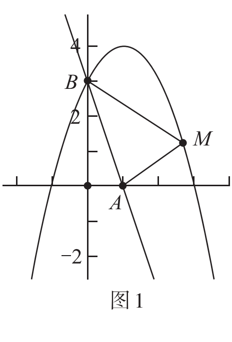


图1

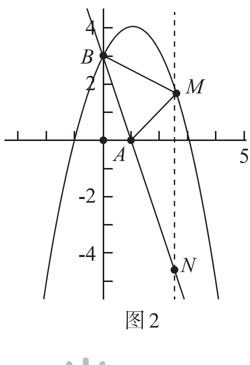


图2

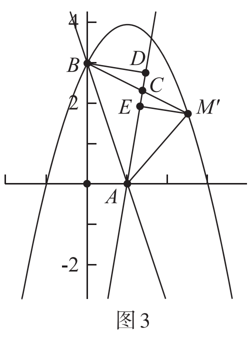


图3