JIAOCAIJIEDU

# 教材解读

源于教材 高于教材

**数学** 九年级上册 湘教版

SHU XUE 9

《教材解读》编写组 编

CNS PUBLISHING & MEDIA 中南出版传媒
湖南教育出版社

JIAOCAIJIEDU

# 教材解读

源于教材 高于教材

SHU XUE 9

**数学** 九年级上册 湘教版

《教材解读》编写组 编

湖南教育出版社

## 图书在版编目（CIP）数据

教材解读．数学九年级．上册 ：湘教版 /《教材解读》编写组编．— 长沙 ：湖南教育出版社，2015.8
ISBN 978-7-5539-2787-9

Ⅰ．①教… Ⅱ．①教… Ⅲ．①中学数学课－初中－教学参考资料 Ⅳ．①G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2015）第 201732 号

JIAOCAI JIEDU

# 教材解读

**数学** 九年级上册

（湘教版）

《教材解读》编写组 编

责任编辑：邹楚林
出版发行：湖南教育出版社出版发行（长沙市韶山北路 443 号）
网 址：http://www.hneph.com
电子邮箱：hnjycbs@sina.com 微信号：多点学习
客 服：电话 0731-85486979
总 经 销：湖南省新华书店经销
印刷装订：益阳市顺鑫印务有限公司印制

开 本：787mm×1092mm 1/16
印 张：9
字 数：180 千字

版 次：2015 年 8 月第 1 版 2016 年 8 月第 2 次印刷
书 号：ISBN 978-7-5539-2787-9
定 价：18.80 元

# PREFACE 前言

《教材解读》是一套与现行小学、初中最新教材同步的助学助教类系列丛书。本丛书以“全、细、新、实”为宗旨，内容覆盖教材上所有知识点，对重点、难点、考点详尽解读，兼具知识性与趣味性、典型性与拓展性。

《教材解读》系列丛书集合了众多名牌中小学特级教师和资深教研员的优秀成果，为学生打造出一个自主互动的学习平台。本丛书是学生夯实基础知识、掌握方法技巧的重要辅导资料，也是老师把握教材知识的优秀参考资料；是学生学习和考试的良师，是老师备课和教学的益友。本丛书具有以下几个鲜明特点：

### 1. 内容全

对教材知识全方位、立体化归纳总结。真正做到了“一册在手，学习内容全都有”，不仅整合了教材上明确列出的必学内容，而且提炼了和实际运用息息相关的隐含知识，注意了课内与课外、课本与生活的联系，触类旁通，形成知识点的全面覆盖。

### 2. 讲解细

对教材细致入微地讲解。对重点、难点、易错易混点、拓展延伸点等都进行了详细分析。全面讲解了教材中的每一个知识点，由表及里，由易到难，真正做到了教材讲解周密细致，重难点梳理精准易懂，易错易混点剖析透彻，拓展延伸点深入浅出。

### 3. 题目新

以新课标为导向，以新考纲为依据，结合最新教材来设置题目，讲练结合，以巩固所学知识。所设题目均为近年来考试中的最新题型，以及生活中出现的最新问题，做到紧扣考题趋势，紧贴能力要求，紧跟时代特点，巩固练习、讲练结合。

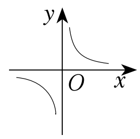
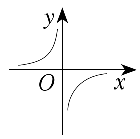
4. 体例实

结合教学要求和课程进度安排设计体例，包含了课堂、课后等环节，对学生学习的全过程进行了指导，科学实用，既有利于学生随堂学习，又有利于学生课后自主学习。

全解精练、自主互动、整合突破、拓展创新是《教材解读》撰写的四大理念，它充分体现了新课标生本位的自主学习、学用结合、知能结合、发散思维、培养创新能力的目标要求，充分体现了学习的科学程序和认知规律。在这个基础上，《教材解读》已经形成了一整套切实有效的创新学习方法，能够真正帮助学生解疑答惑，提高学习成绩。

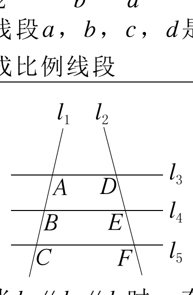
知识背囊

# 本书必背概念、性质、公式及定理

| 知识点 | 内容 | 举例 | 名师点拨 |
| --- | --- | --- | --- |
| 1. 反比例函数的定义 | 一般地，如果两个变量$x$与$y$的关系可以表示成$y=\frac{k}{x}$（$k$为常数，$k\neq0$）的形式，那么称$y$是$x$的反比例函数 | $y=\frac{1}{x}$，<br>$y=-x^{-1}$，<br>$xy=6$ | $y=\frac{k}{x}$（$k\neq0$）也可以写成$y=kx^{-1}$（$k\neq0$）或$xy=k$（$k\neq0$）的形式 |
| 2. 反比例函数的图象与性质 | 反比例函数$y=\frac{k}{x}$（$k\neq0$）的图象是由两支双曲线组成的. 当$k>0$时，两支曲线分别在第一、三象限内，函数值$y$随自变量$x$的增大而减小；当$k<0$时，两支曲线分别在第二、四象限内，函数值$y$随自变量$x$的增大而增大 | <br>$y=\frac{k}{x}$（$k>0$）<br><br>$y=\frac{k}{x}$（$k<0$） | （1）反比例函数的图象与$x$轴、$y$轴都没有交点；曲线是平滑的、断开的两部分.<br>（2）描述反比例函数的增减性时，一定要指出“在每个象限内”. 反比例函数$y=\frac{k}{x}$（$k\neq0$）图象的位置和增减性，都是由$k$的符号决定的；反过来，由图象所在的位置和增减性，也能推出$k$的符号 |
| 3. 一元二次方程的定义 | 如果一个方程通过整理可以使右边为0，而左边是只含有一个未知数的二次多项式，那么这样的方程叫作一元二次方程，它的一般形式是$ax^2+bx+c=0$（$a$，$b$，$c$是已知数，$a\neq0$） | $x^2-3=0$，<br>$x^2-5x+6=0$，<br>$x^2-x=0$ | 必须同时满足：①是整式方程；②只含有一个未知数；③未知数的最高次数是2 |
| 4. 用直接开平方法解一元二次方程 | 一般地，对于形如$x^2=a$（$a\geq0$）的方程，利用平方根的定义，可得$x_1=\sqrt{a}$，$x_2=-\sqrt{a}$，这种解方程的方法叫作直接开平方法 | 若$x^2=3$，则$x_1=\sqrt{3}$，$x_2=-\sqrt{3}$ | 当$a<0$时，方程无实数根 |
| 5. 用配方法解一元二次方程 | 一般地，在一元二次方程的左边加上一次项系数的一半的平方，再减去这个数，使得含未知数的项在一个完全平方式里，这种做法叫作配方. 配方、整理后就可以直接根据平方根的意义来求解了. 这种解一元二次方程的方法叫作配方法 | 方程$x^2+4x+4=1$，左边是完全平方式，可变形为$(x+2)^2=1$，则$x+2=\pm1$，解得$x_1=-1$，$x_2=-3$ | 一般步骤：①二次项系数化为1；②移项；③配方；④求解 |

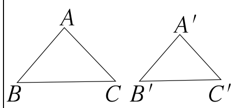
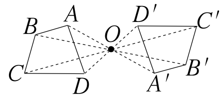
知识背囊

# 本书必背概念、性质、公式及定理

| 知识点 | 内　容 | 举　例 | 名师点拨 |
| --- | --- | --- | --- |
| 6. 用公式法解一元二次方程 | 一元二次方程$ax^2+bx+c=0$（$a\neq0$）在$b^2-4ac\geqslant0$的条件下，它的求根公式为$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$（$b^2-4ac\geqslant0$），用上述公式求得一元二次方程解的方法叫作公式法 | 方程$3x^2+2x-5=0$，$a=3$，$b=2$，$c=-5$，$b^2-4ac=64>0$，$\therefore x=\frac{-2\pm\sqrt{64}}{2\times3}$，即$x_1=1$，$x_2=-\frac{5}{3}$ | 若方程不是一般形式，一定要先化成一般形式，再确定$a$，$b$，$c$的值，求出$b^2-4ac$的值.若$b^2-4ac<0$，则方程没有实数根 |
| 7. 用因式分解法解一元二次方程 | 利用因式分解来解一元二次方程的方法叫作因式分解法 | 方程$x^2-9=0$，因式分解，得$(x-3)(x+3)=0$，则有$x-3=0$或$x+3=0$，所以$x_1=3$，$x_2=-3$ | 没有规定特定解法时，解一元二次方程可以按下列顺序选择解法：直接开平方法→因式分解法→公式法→配方法 |
| 8. 一元二次方程根与系数的关系 | 如果方程$ax^2+bx+c=0$（$a\neq0$）有两个实数根$x_1$，$x_2$，那么$x_1+x_2=-\frac{b}{a}$，$x_1x_2=\frac{c}{a}$ | 若方程$2x^2+3x-4=0$有两个实数根分别为$x_1$，$x_2$，那么$x_1+x_2=-\frac{3}{2}$，$x_1x_2=-2$ | 以两个实数$x_1$，$x_2$为根的一元二次方程（二次项系数为1）是$x^2-(x_1+x_2)x+x_1x_2=0$ |
| 9. 成比例线段 | 在四条线段中，如果其中两条线段的的比等于另外两条线段的比，那么这四条线段叫作成比例线段，简称为比例线段 | 若$a=1$，$b=2$，$c=3$，$d=6$，因为$\frac{a}{b}=\frac{1}{2}$，$\frac{c}{d}=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$，则$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$，即线段$a$，$b$，$c$，$d$是成比例线段 | （1）判断四条线段是否成比例，只需把四条线段按大小顺序排列，再判断前两条线段的比与后两条线段的比是否相等即可.（2）成比例线段是有顺序的 |
| 10. 平行线分线段成比例 | （1）基本事实：两条直线被一组平行线所截，所得的对应线段成比例.<br>（2）推论：平行于三角形一边的直线截其他两边，所得的对应线段成比例 | <br><br>当$l_3\parallel l_4\parallel l_5$时，有$\frac{AB}{BC}=\frac{DE}{EF}$，$\frac{AB}{AC}=\frac{DE}{DF}$，$\frac{BC}{AC}=\frac{EF}{DF}$ | 平行线分线段成比例的基本事实中，被截的两条直线不一定平行 |

知识背囊

# 本书必背概念、性质、公式及定理

| 知识点 | 内 容 | 举 例 | 名师点拨 |
| --- | --- | --- | --- |
| 11.相似三角形的定义和性质 | （1）定义：我们把三个角对应相等，且三边对应成比例的两个三角形叫作相似三角形.<br>（2）性质：相似三角形的对应角相等，对应边成比例，对应边的比等于相似比 | <br>$\triangle ABC \backsim \triangle A'B'C'$，则$\angle A=\angle A'$，$\angle B=\angle B'$，$\angle C=\angle C'$，$\frac{AB}{A'B'}=\frac{BC}{B'C'}=\frac{AC}{A'C'}$ | 相似三角形的相似比是有顺序的 |
| 12.相似三角形的判定方法 | （1）平行于三角形一边的直线与其他两边相交，截得的三角形与原三角形相似.<br>（2）判定定理1：两角分别相等的两个三角形相似.<br>（3）判定定理2：两边成比例且夹角相等的两个三角形相似.<br>（4）判定定理3：三边成比例的两个三角形相似 | 在$\triangle ABC$和$\triangle A'B'C'$中，若$\angle A=\angle A'$，$\angle B=\angle B'$，或若$\frac{AB}{A'B'}=\frac{BC}{B'C'}$，且$\angle B=\angle B'$，或若$\frac{AB}{A'B'}=\frac{BC}{B'C'}=\frac{AC}{A'C'}$，则$\triangle ABC \backsim \triangle A'B'C'$ | 判定定理2中的角一定是成比例的两边的夹角，若不是夹角，则结论不成立 |
| 13.相似三角形的性质定理 | （1）相似三角形对应的高、对应角平分线的比、对应中线的比都等于相似比.<br>（2）相似三角形的周长比等于相似比，面积比等于相似比的平方 | $\triangle ABC \backsim \triangle A'B'C'$，$AD$和$A'D'$是高，$AE$和$A'E'$是中线，$AF$和$A'F'$是角平分线，相似比是$k$，则$\frac{AD}{A'D'}=k$，$\frac{AE}{A'E'}=k$，$\frac{AF}{A'F'}=k$ | （1）中，“高、中线、角平分线”必须是对应边上的高、中线、角平分线 |
| 14.位似图形 | 一般地，取定一个点$O$，如果一个图形$G$上每一个点$P$对应于另一个图形$G'$上的点$P'$，且满足：<br>（1）直线$PP'$经过点$O$，<br>（2）$\frac{OP'}{OP}=\lvert k \rvert$，其中$k$是非零常数，当$k>0$时，点$P'$在射线$OP$上，当$k<0$时，点$P'$在射线$OP$的反向延长线上.<br>那么称图形$G$与图形$G'$是位似图形.这个点$O$叫作位似中心，常数$k$叫作位似比 |  | 位似图形是一种特殊的相似图形，但相似图形不一定是位似图形 |

# 本书必背概念、性质、公式及定理

知识背囊

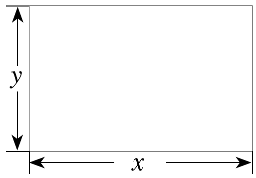
| 知识点 | 内　容 | 举　例 | 名师点拨 |
|---|---|---|---|
| 15. 正弦 | 在直角三角形中，我们把锐角$\alpha$的对边与斜边的比叫作角$\alpha$的正弦，记作$\sin\alpha$，即$\sin\alpha=\frac{\text{角}\alpha\text{的对边}}{\text{斜边}}$ | 在Rt△$ABC$中，$\angle C=90°$，$\angle A$的对边$a=3$，斜边$c=5$，则$\sin A=\frac{3}{5}$ | $\sin\alpha$只是一个比值，当角$\alpha$固定时，无论三角形怎样变化，$\sin\alpha$的值都不变 |
| 16. 余弦 | 在直角三角形中，我们把锐角$\alpha$的邻边与斜边的比叫作角$\alpha$的余弦，记作$\cos\alpha$，即$\cos\alpha=\frac{\text{角}\alpha\text{的邻边}}{\text{斜边}}$ | 在Rt△$ABC$中，$\angle C=90°$，$\angle A$的邻边$b=4$，斜边$c=5$，则$\cos A=\frac{4}{5}$ | 当角$\alpha$固定时，无论三角形怎样变化，$\cos\alpha$的值都不变 |
| 17. 正切 | 在直角三角形中，我们把锐角$\alpha$的对边与邻边的比叫作角$\alpha$的正切，记作$\tan\alpha$，即$\tan\alpha=\frac{\text{角}\alpha\text{的对边}}{\text{角}\alpha\text{的邻边}}$ | 在Rt△$ABC$中，$\angle C=90°$，$\angle A$的对边$a=3$，邻边$b=4$，则$\tan A=\frac{3}{4}$ | 当角$\alpha$固定时，无论三角形怎样变化，$\tan\alpha$的值都不变 |
| 18. 总体平均数与方差的估计 | 从总体中抽取样本，然后通过对样本的分析，去推断总体的情况，这是统计的思想. 用样本平均数、样本方差分别去估计总体平均数、总体方差就是这一思想的体现 | 从甲、乙两种棉花中各抽取一定量的棉花，分别统计它们的纤维长度的方差，再用这两个方差分别去估计这两种棉花纤维长度的整齐性 | 用样本估计总体时，所选取的样本要具有代表性，样本容量要适中 |
| 19. 统计的简单应用 | 经过科学调查，在取得真实可靠的数据之后，（1）通过简单随机抽样，我们可用样本的“率”去估计总体的“率”；（2）利用已有的数据对事物在未来一段时间内的发展趋势做出判断和预测 | 一个电视栏目的收视率，一种产品的合格率等 | 从统计的观点看，一个“率”就是总体中具有某些特性的个体在总体中所占的百分比. 在一般情况下，当要考察的总体所含个体数量较多时，“率”的计算就比较复杂，我们要对“率”做合理的估计 |

# 目录

CONTENTS

# 第1章 反比例函数

小明家在后院里修一个 6 m$^2$ 的矩形花园，如下图所示，设它的一边长为 $x$ m，求另一边长 $y$（m）与 $x$（m）之间的函数表达式？这个函数有什么特点？ $x$ 的取值有什么限制？




参考答案　根据矩形的面积公式可得 $xy=6$，该函数的自变量 $x$ 与因变量 $y$ 的积是一个定值，因此会有 $y$ 随 $x$ 的变化而变化的特点：当 $x$ 增大时，$y$ 减小，当 $x$ 减小时，$y$ 增大．由实际情境分析可知，$x$ 的取值大于 0.

## 1.1 反比例函数

### 知识详解

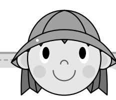
**知识点 1　反比例函数的概念**

一般地，如果两个变量 $y$ 与 $x$ 的关系可以表示成 $y=\frac{k}{x}$（$k$ 为常数，$k\neq0$）的形式，那么称 $y$ 是 $x$ 的反比例函数，其中 $x$ 是自变量，常数 $k$（$k\neq0$）称为反比例函数的比例系数.

【解读】(1)在反比例函数 $y=\frac{k}{x}$（$k\neq0$）的左边是函数 $y$，右边是分母为自变量 $x$ 的分式. 也就是说，分母不能是多项式，只能是 $x$ 的一次单项式，如 $y=\frac{1}{x}$，$y=\frac{3}{\frac{1}{2}x}$ 等都是反比例函数，但 $y=\frac{1}{x+1}$ 就不是关于 $x$ 的反比例函数.

(2)反比例函数可以理解为两个变量的乘积是不为0的常数，因此可以写成 $y=kx^{-1}$ 或 $xy=k$ 的形式.

(3)反比例函数中，两个变量成反比例关系．



**方法点拨**

判断一个函数是否为反比例函数，关键是看它是否符合反比例函数 $y=\frac{k}{x}$（$k$ 为常数，$k\neq0$）的形式.

**例 1** 下列函数表达式中,哪些是反比例函数?

(1) $y=\frac{2x}{5}$; (2) $y=\frac{5}{x}$;

(3) $y=\frac{2}{5x}$; (4) $xy=\frac{1}{5}$;

(5) $y=2x^{-1}$; (6) $y=\frac{b-6}{x}$ ($b\neq6$, $b$是常数).

分析 根据反比例函数的概念,必须形如$y=\frac{k}{x}$($k$为常数,$k\neq0$)的函数,才是反比例函数,将该形式变形,可以写成$y=kx^{-1}$或$xy=k$的形式,因此(2)(3)(4)(5)(6)是$y$关于$x$的反比例函数.

**解**:(2)(3)(4)(5)(6)是反比例函数.

## 知识点 2 反比例函数表达式的确定

用待定系数法确定函数表达式的一般步骤:

(1)设反比例函数表达式$y=\frac{k}{x}$($k\neq0$).

(2)把已知条件(自变量和函数的对应值)代入表达式中,得到关于$k$的方程.

(3)解方程,求出待定系数$k$的值.

(4)将待定系数$k$的值代回所设的表达式中,即可得到所求的反比例函数表达式.

【解读】因为函数表达式中只有一个待定系数$k$,所以只需要两个变量的一对对应值,即可求出$k$的值,从而确定函数表达式.

**例 2** 已知$y$与$x$成反比例,且$x=9$时,$y=3$.

(1)求$y$与$x$的函数表达式.

(2)求$y=18$时$x$的值.

分析 (1)由于$y$与$x$成反比例,所以可设$y=\frac{k}{x}$($k\neq0$),将$x=9$,$y=3$代入即可求出$k$的值,从而得到$y$与$x$的函数表达式.(2)将$y=18$代入所得的函数中可求出$x$的值.

**解**:(1)∵ $y$与$x$成反比例,

∴设$y=\frac{k}{x}$,将$x=9$,$y=3$代入,得$k=27$.

∴ $y$与$x$的函数表达式为$y=\frac{27}{x}$.

(2)当$y=18$时,得$18=\frac{27}{x}$.解得$x=\frac{3}{2}$.

### 即学即练

1. 下列函数是不是反比例函数?若是,请写出它的比例系数.

(1) $y=2x-1$;

(2) $y=\frac{1}{x}$;

(3) $y=\frac{x}{3}$;

(4) $xy=6$;

(5) $y=\frac{2}{3x}$;

(6) $y=4x^{-1}$.

### 要点提示

在实际问题中,确定函数表达式后,通常都要写出自变量的取值范围,要特别注意实际意义对自变量的限制.

### 即学即练

2. 已知$y$与$x$成反比例,且当$x=0.3$时,$y=10$.

(1) 写出$y$与$x$的函数表达式;

(2) 当$x=-6$时,求$y$的值.

## 拓展提升

### 类型一：反比例函数定义的应用

**例3** 已知函数$y=(n+4)x^{|n|-5}$是反比例函数，求$n$的值.

**分析** 解决此类问题要把握两点，一是自变量的次数是多少，二是系数的取值范围是怎样的.在反比例函数中，根据自变量的次数是$-1$，并且系数$k\neq0$，就能求出字母$n$的值.

**解**:根据题意，得$\begin{cases}|n|-5=-1,\\n+4\neq0.\end{cases}$

$\therefore\begin{cases}n=\pm4,\\n\neq-4.\end{cases}\therefore n=4.$

故当$n=4$时，$y$是$x$的反比例函数.

### 类型二：反比例函数与其他函数的综合应用

**例4** 已知函数$y=y_1+y_2$，$y_1$与$x$成正比例关系，$y_2$与$x$成反比例关系，且当$x=1$时，$y=4$；当$x=2$时，$y=5$.求：

(1)$y$关于$x$的函数表达式；

(2)当$x=-2$时，$y$的值.

**分析** (1)函数$y$是$y_1$与$y_2$两个函数的和，因此可先根据题意分别设出$y_1$与$y_2$，再用待定系数法求出正、反比例系数$k_1$，$k_2$的值，即可求得$y$与$x$的函数表达式；(2)把$x=-2$代入到(1)中所求得的表达式即可.

**解**:(1)由题意，设$y_1=k_1x(k_1\neq0)$，$y_2=\frac{k_2}{x}(k_2\neq0)$，

则$y=k_1x+\frac{k_2}{x}(k_1、k_2\neq0)$.

$\therefore$当$x=1$时，$y=4$；当$x=2$时，$y=5$，

$\therefore\begin{cases}k_1+k_2=4,\\2k_1+\frac{k_2}{2}=5.\end{cases}$解得$\begin{cases}k_1=2,\\k_2=2.\end{cases}$

$\therefore y$关于$x$的函数表达式为$y=2x+\frac{2}{x}$.

(2) 当$x=-2$时，$y=2\times(-2)+\frac{2}{-2}=-5$.

**即学即练**

3.已知$y=(a-2)x^{|a|-3}$，若$y$是$x$的反比例函数，试求$a$的值.

**即学即练**

4.已知函数$y=y_1+y_2$，$y_1$与$x$成反比例关系，$y_2$与$x^2$成反比例关系，且当$x=1$时，$y=12$；当$x=2$时，$y=4$.求$y$关于$x$的函数表达式.

**类型三：反比例函数的实际应用**

**例 5** 根据物理学可知：物体的质量$m$与密度$\rho$、体积$V$满足关系式$m=\rho\cdot V$. 一定质量的氧气，在容积为$V=10\ \mathrm{m}^3$的容器内，测得其密度$\rho=1.43\ \mathrm{kg/m}^3$.

（1）写出$\rho$与$V$的函数表达式；

（2）写出自变量$V$的取值范围；

（3）求当$V=2\ \mathrm{m}^3$时，氧气的密度$\rho$.

**分析** 根据“物体的质量$m$与密度$\rho$、体积$V$满足关系式$m=\rho\cdot V$”可知一定质量$m$的氧气，它的密度$\rho$是它的体积$V$的反比例函数，且已知当$V=10\ \mathrm{m}^3$时，$\rho=1.43\ \mathrm{kg/m}^3$，故$\rho$与$V$的函数表达式可用待定系数法确定.

**解：**（1）由题意得$\rho=\dfrac{m}{V}$，∵当$V=10\ \mathrm{m}^3$时，$\rho=1.43\ \mathrm{kg/m}^3$，

∴$1.43=\dfrac{m}{10}$，∴$m=1.43\times10=14.3$.

∴$\rho$与$V$的函数表达式为$\rho=\dfrac{14.3}{V}$.

（2）∵体积总是正的，∴$V>0$.

（3）当$V=2\ \mathrm{m}^3$时，$\rho=\dfrac{14.3}{2}=7.15(\mathrm{kg/m}^3)$.

**即学即练**

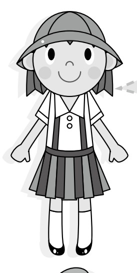
5.一个三角形的面积为$24\ \mathrm{cm}^2$，底边长$a$（cm）与底边上的高$h$（cm）是反比例函数关系吗？

（1）当底边上的高$h=6$ cm时，求底边长；

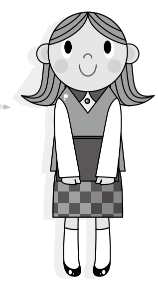
（2）当底边长$a=6$ cm时，求底边上的高.

## 我说你讲

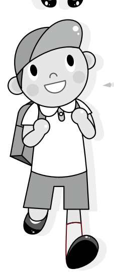
你知道反比例函数的表示方法吗？



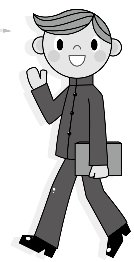
一般写成$y=\dfrac{k}{x}$（$k$为常数，$k\neq0$）的形式，如$y=\dfrac{-6}{x}$.



如果常数$k$为负值，也可以将负号写在分数线的前面，如$y=\dfrac{-6}{x}$也可以写成$y=-\dfrac{6}{x}$.



若将其写成两个变量积的形式，则可以得到$xy=k$（$k$为常数，$k\neq0$），如$xy=-6$.



还可以将$y=\dfrac{k}{x}$（$k$为常数，$k\neq0$）写成$y=k\cdot x^{-1}$（$k$为常数，$k\neq0$）的形式，如$y=-6x^{-1}$.

## 巩固练习

1. 下列函数中，$y$是$x$的反比例函数的是（　　）

A. $y-\frac{1}{x}=3$　　B. $5x+4y=0$

C. $xy-\sqrt{3}=0$　　D. $y=\frac{1}{x+3}$

2. 若$y=(a+1)x^{2|a|-3}$是反比例函数，则$a$的值为（　　）

A. 1　　B. $-1$

C. $\pm1$　　D. 2

3. 已知$y$与$x$成反比例关系，且当$x=-3$时，$y=4$，则$y$关于$x$的函数表达式为（　　）

A. $y=-\frac{12}{x}$　　B. $y=\frac{12}{x}$

C. $y=-\frac{1}{12x}$　　D. $y=\frac{1}{12x}$

4. 用电器的输出功率$P$、通过的电流$I$、用电器的电阻$R$之间的关系是$P=I^2R$，下列说法正确的是（　　）

A. $P$为定值，$I$与$R$成反比

B. $P$为定值，$I^2$与$R$成反比例

C. $P$为定值，$I$与$R$成正比例

D. $P$为定值，$I^2$与$R$成正比例

5. 若△$ABC$的面积等于12，则底边上的高$h$与底边长$x$之间的函数表达式为（　　）

A. $h=\frac{12}{x}$　　B. $h=\frac{1}{12x}$

C. $h=\frac{24}{x}$　　D. $h=\frac{1}{24x}$

6. 在反比例函数$y=-\frac{9}{2x}$中，自变量$x$的取值范围是__________.

7. 某工厂现有原材料300 t，平均每天用去$x$ t，这批原材料能用$y$天，则$y$与$x$之间的函数表达式为____________.

8. 已知$y$与$x$成反比例关系，并且当$x=2$时，$y=-1$，则当$x=\frac{1}{2}$时，$y=$______.

9. 已知$y$与$x-1$成反比例关系，当$x=3$时，$y=2$.

（1）求$y$关于$x$的函数表达式；

（2）求当$x=2$时，$y$的值.

10. 用函数表达式表示下列问题中变量间的对应关系，并指出它们各属于什么函数.

（1）苹果每千克$x$元，花10元钱可买$y$千克苹果，求$y$与$x$之间的函数关系；

（2）矩形的面积是4，其中一条边的长为$x$，与其相邻的一条边的长为$y$，求$y$与$x$之间的函数关系；

（3）某乡粮食总产量为$m$ t，求该乡每人平均拥有粮食$y$（t）与该乡人口数$x$之间的函数关系.

# 1.2 反比例函数的图象与性质

## 知识详解

### 知识点 1 反比例函数的图象及画法

用描点法画出反比例函数的步骤：

(1)列表;(2)描点;(3)连线.

反比例函数的图象是双曲线，它有两个分支，这两个分支分别位于第一、三象限或第二、四象限，它们关于原点对称.

【解读】用描点法画反比例函数的具体步骤为：

①列表：自变量的取值应以0为中心点，沿0的两边取三对（或三对以上）相反数，分别计算$y$的值.

②描点：先描出一侧，另一侧可根据中心对称的性质去找.

③连线：按从左到右的顺序用光滑的曲线连接各点，双曲线的两个分支是断开的，延伸部分有逐渐靠近坐标轴的趋势，但永远不能与坐标轴相交.

④注明：在图象上注明函数的关系式.

**要点提示**

(1)画反比例函数图象时必须用光滑的曲线顺次连接各点，而不能用折线.

(2)为了更好地反映图象的全貌，要尽可能多取一些数值，多描一些点.

**例 1** 画出反比例函数$y=\frac{6}{x}$与$y=-\frac{6}{x}$的图象.

**分析** 反比例函数的图象是双曲线，它有两个分支，这两个分支分别位于第一、三象限，或第二、四象限，它们关于原点对称. 反比例函数中自变量$x\neq0$，函数$y\neq0$，所以图象与$x$轴、$y$轴都没有交点，因此它的图象的两个分支都无限接近坐标轴，但永远达不到坐标轴.

**解**：列表：

| $x$ | $-5$ | $-3$ | $-1$ | $1$ | $3$ | $5$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $y=\frac{6}{x}$ | $-1.2$ | $-2$ | $-6$ | $6$ | $2$ | $1.2$ |
| $y=-\frac{6}{x}$ | $1.2$ | $2$ | $6$ | $-6$ | $-2$ | $-1.2$ |

描点与连线，如图1.2-1和图1.2-2所示.

**即学即练**

1. 在直角坐标系中，画出下列反比例函数的图象：

(1) $y=\frac{4}{x}$;

(2) $y=-\frac{4}{x}$.

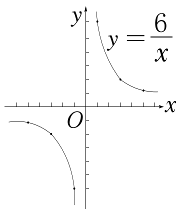



图 1.2-1

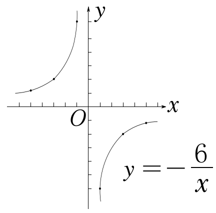



图 1.2-2

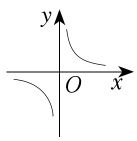
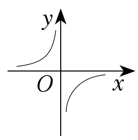
## 知识点 2 反比例函数的性质

在双曲线$y=\frac{k}{x}$ $(k\neq0)$中，系数$k$的符号决定双曲线的性质：

（1）当$k>0$时，双曲线的两支分别位于第一、三象限，在每个象限内$y$值随$x$值的增大而减小；

（2）当$k<0$时，双曲线的两支分别位于第二、四象限，在每个象限内$y$值随$x$值的增大而增大.

【解读】反比例函数的性质主要包括反比例函数的图象位置和函数值的增减情况，列表归纳如下：

| 反比例函数 | $y=\frac{k}{x}$ $(k\neq0)$ | |
|---|---|---|
| $k$的取值范围 | $k>0$ | $k<0$ |
| 图象 |  |  |
| 性质 | $x$的取值范围是$x\neq0$，$y$的取值范围是$y\neq0$ | |
| | 函数图象的两个分支分别在第一、三象限内，它们与$x$轴、$y$轴都不相交，在每个象限内，函数值$y$随自变量$x$的增大而减小 | 函数图象的两个分支分别在第二、四象限内，它们与$x$轴、$y$轴都不相交，在每个象限内，函数值$y$随自变量$x$的增大而增大 |

**例 2** 已知点$A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$是反比例函数$y=\frac{k}{x}$ $(k>0)$的图象上的两点，若$x_1<0<x_2$，则（　　）

A. $y_1<0<y_2$　　　　B. $y_2<0<y_1$

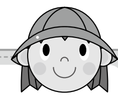
C. $y_1<y_2<0$　　　　D. $y_2<y_1<0$

**分析** 因为$k>0$，所以$y=\frac{k}{x}$的图象分布在第一、三象限. 由$x_1<0$，$x_2>0$，得$y_1<0$，$y_2>0$，所以$y_1<0<y_2$.

**解**：A.

### 要点提示

反比例函数的图象不是连续的，在描述函数的增减性时，必须有“在同一象限内”这一前提条件.



### 方法点拨

反比例函数图象的位置和函数的增减性都是由比例系数$k$的符号决定的. 反过来，由双曲线所在的位置或函数的增减性，也可以判断出$k$的符号.

### 即学即练

2. 已知点$A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$是反比例函数$y=-\frac{3}{x}$图象上任意两点，若$y_1<y_2<0$，则$x_1$，$x_2$与0的大小关系是________.