

第1册

ORIGAMICS  
10 AMAZING  
MATHEMETICAL  
MODELS THROUGH  
PAPER FOLDING



常文武·著



上海科学技术出版社

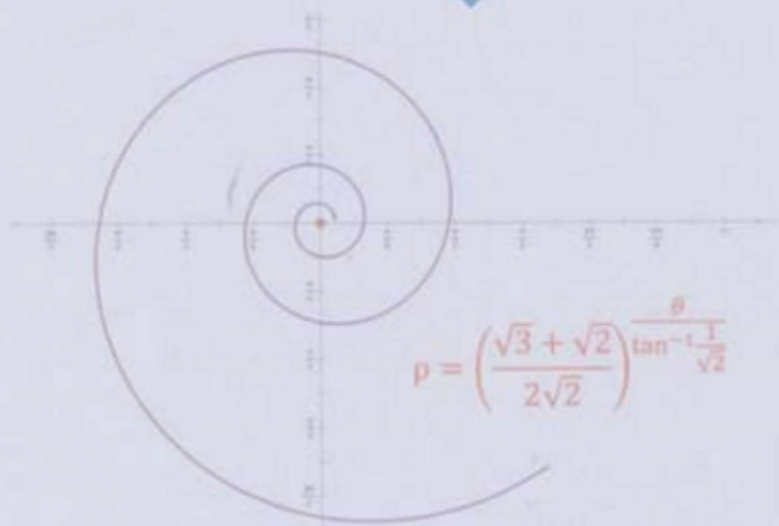
数

学

奇妙的

折

纸



数

学

折

纸

第1册  
常文武·著

奇妙的

的

折

纸

上海科学技术出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

奇妙的数学折纸. 第1册 / 常文武著. —上海: 上海科学技术出版社, 2019.7

ISBN 978-7-5478-4473-1

I. ①奇… II. ①常… III. ①数学—少儿读物  
IV. ①01-49

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2019) 第 123036 号

奇妙的数学折纸 第1册

常文武 著

上海世纪出版(集团)有限公司 出版、发行  
上海科学技术出版社  
(上海钦州南路71号 邮政编码200235 www.sstp.cn)  
上海\*\*\*\*\*印刷

开本 787×1092 1/16 印张 5.5

字数 150千字

2019年7月第1版 2019年7月第1次印刷

ISBN 978-7-5478-4473-1/TS·236

定价: 48.00元

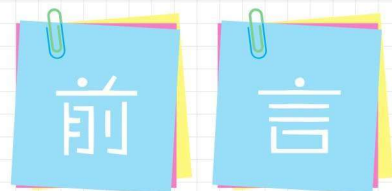
---

本书如有缺页、错装或坏损等严重质量问题,  
请向工厂联系调换

# 奇妙的数学摺纸

谈祥柏 著





一张正方形纸片，经过十指点化变成了飞鸟、青蛙或是小船的样子。折纸，像魔术般变幻多端。折纸不但是成年人对儿时的一份美好回忆，而且是青少年拓展思维、增长技能的好帮手。《奇妙的数学折纸》一书从数学角度更深刻地揭示出折纸的魅力。

数学折纸是一种与数学科学紧密结合的折纸活动，其与普通折纸的主要区别在于：不特别关注作品的艺术性，而重在揭示或诠释数学概念。数学折纸中产生的图形结构被广泛地应用于日常生活之中，例如，卫星太阳能电池板的展开结构、供乘客上下飞机的登机桥、机械设备的连杆和吊臂、服装设计中的立体裁剪等，都运用了数学折纸的折叠规则。可见，数学家眼中的折纸是充满了数理的。难怪折纸数理学、折纸工学、折纸几何学等正如雨后春笋般冒出来。让我们姑且把这些折纸的新形态归为数学折纸。

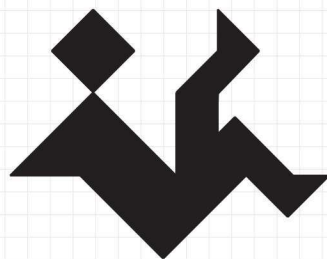
关于折纸的起源，众说纷纭，莫衷一是。有人认为它起源于纸的故乡中国，盛唐时期折纸艺术已在中国流行起来。同时，中国也是较早将折纸纳入教育体系的国家。清代光绪末年，由学部编纂的《初等小学手工授课书》中就包括折纸的内容。而现代折纸则通常被认为源于日本，折纸的英文 *origami* 即来源于日文折纸的罗马拼音，而 *origamics* 一词的出现，则标志着折纸数理学的形成。

数学折纸的过程是充满了创新思维的过程，是从平面到立体，从具象到抽象的过程。在折纸中各种自锁效果就是对木工榫卯结构的创造性变形和借用。在爬升陀螺中，燕尾之间的卡扣则是更加直白的榫卯结构。

数学折纸还是一项 STEM 的活动，许多领域的科学家们从折纸中汲取知识和营养。数学考题喜欢用折纸题材来命题；材料科学家、工程人员有时会先做纸模型来尝试验证理论。

数学折纸能培养一个人的观察力和想象力，给人方向感，让人在纵横交错的折痕间游走而不迷失方向。例如，当我们用纸折的七巧板拼出右图的图形时，观者就有了不同的解读。是跌倒的人呢还是吐泡泡的金鱼？而立体的折叠则可以从多角度审视，产生多种联想。

数学折纸充满了趣味性和挑战性。数学折纸看似简



单,做起来却很难,充满了意外的发现,且大多属于非常规问题。通过学习者的亲自参与,形成直观的有形折纸模型,使得各种数学原理跃然“纸”上,让枯燥的数学学习变得有趣起来,便于学习者理解抽象的概念。书中的正四面体和八面体,抑或截半八面体(赖氏卡球),平时这些立体的模型难得一见。在数学折纸中却信手拈来,毫不费力。这为孩子们以后学习立体几何打下一个直观的感性认识基础。魔幻的六边形(常氏坍缩盒)让我们从中了解双稳态结构的神奇现象以及填充空间的含义。蜗牛背上的螺旋线符合数学的对数螺旋线公式。折出蜗牛壳就等于折出了对数螺旋曲线。

数学折纸还可以考察了解数学的历史。鳖臠就来自数学史典籍《九章算术》,其中的第五章商功中一段令人费解的文言文:“邪解立方,得两甍堵;邪解甍堵,其一为阳马,一为鳖臠。阳马居二,鳖臠居一,不易之率也。”经过折叠,本书鳖臠篇中就剖析了阳马是什么,怎么得到阳马。

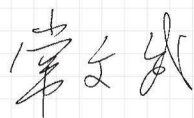
数学折纸还有益于培养一个人的良好性格。因为折纸能培养一个人的细心和耐心。当一个人能静静地摆弄一张纸,反复揣摩试错,最后得到想要的成果,其间的心理历练也有助于良好性格的培养。

数学折纸活动的奥秘在于思考,在于体验,在于创造。用一张小小的纸片,通过折叠活动,探讨其中的数学原理与规律,对学生来说是一件快乐的事,可以体会到学习的愉快、创造的乐趣以及数学的魅力,培养发现问题、分析问题和解决问题的综合能力,而这正是我们平常的数学教育中所缺少的,也是我们当前教育改革所迫切需要的。

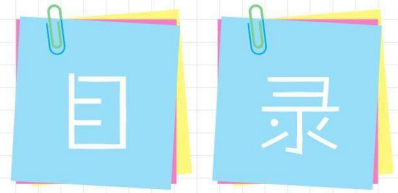
在我国,折纸中的数学问题也已经引起不少数学教师与数学教育人员的关注,在各自的教学实践中作了一些尝试。目前,折纸作为一种教具,已经走进了学校的课堂,成为数学教学的重要资源,在初中和高中设计开发基于折纸的数学活动课程,以激发学生的学习兴趣、学习动机和学习热情,消除学生对数学的畏难情绪。

折纸模型教学,作为一种教学形式的尝试和教学手段的探索,目前尚处于起步阶段,还需进一步摸索、改进和完善,期待这种新的教学方法能在数学教学中充分发挥积极作用。

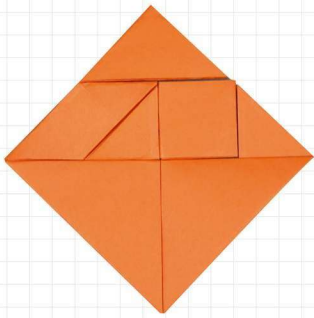
希望本书中这十个作品能起到抛砖引玉的作用,让青少年或喜欢折纸的读者可以开拓思维,发挥想象,进而关注数学折纸,爱上数学折纸。



2019年5月



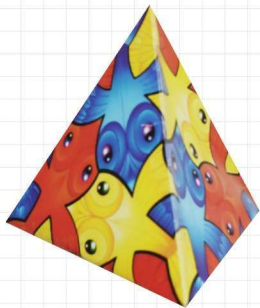
## 折纸基础知识 · 1



七巧板 · 8



翻滚人 · 16



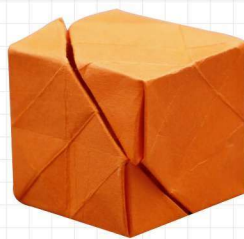
正四面体 · 22



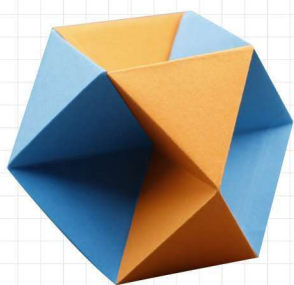
吹气陀螺 · 30



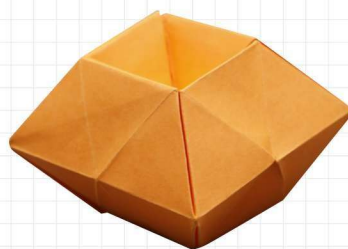
鳖臑 · 36



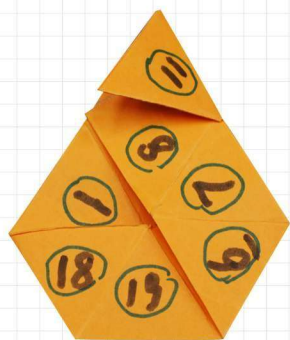
半正方体 · 44



赖氏卡球 · 50



常氏坍塌盒 · 58



魔三角 · 66



蜗牛壳 · 74

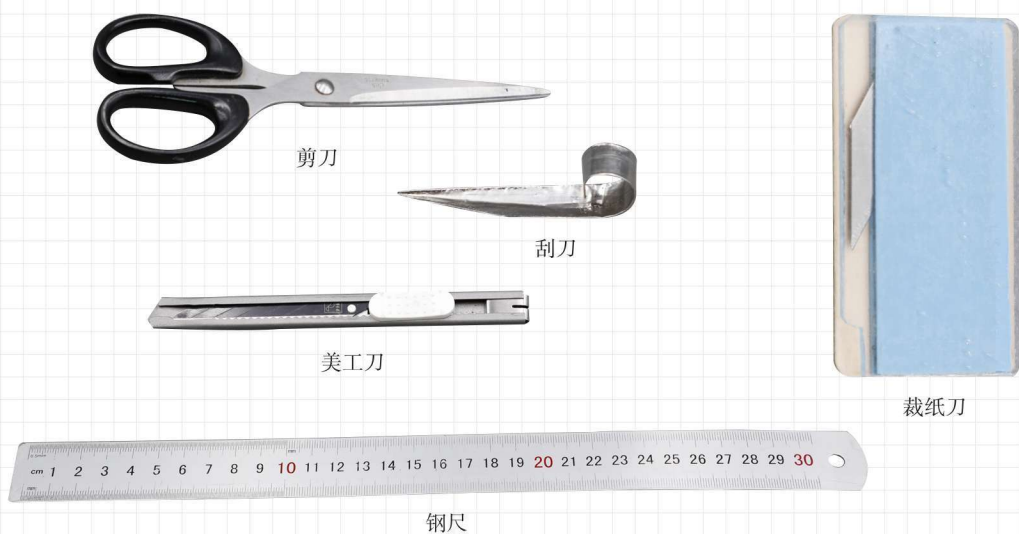
# 折纸基础知识

我们在开始折纸前，需要做一些准备工作。首先要选择纸，你对纸张了解多少？纸张的特性有哪些？常用的折纸工具有哪些？折纸的常用符号又是哪些？你是否看得懂折纸图。了解和掌握一定的折纸基础知识，对后续的折纸有很大的益处。

首先，我们的材料是纸。纸虽然普通，但也很有讲究。厚薄、纤维的方向、色彩、尺寸不一而足。

其次，折纸还有工具的要求。除了双手，我们有时还要使用些小工具。例如，剪刀、美工刀、切割垫板、钢尺等。此外，还可能需要刮刀、小镊子之类的专用工具。

再次，我们还需要了解些折纸术语和基本的动作指引符号，如谷折、山折等。就以上话题，下文会一一介绍。



部分折纸工具

## 纸材料特性

### • 纸张的起源

纸最早是由东汉时期蔡伦发明的。当时是用麻和布捣碎了造纸。现在造纸工业的材料则多为木浆或旧纸再化的纸浆。不变的是基本的工艺流程。

### • 纸张的性质

纸浆纤维在平面上铺开过程会有一定的方向，导致在成型的纸张上形成纹路。像木材一样，顺着纹路就容易撕开，逆着纹路就不容易撕开。纸浆的厚度也就决定了纸的厚度。厚度达到一定的数值就成为卡纸了。厚度决定了折叠时的手触摸后的感觉是硬还是软，也决定了折成的作品会否带来明显的误差。纸越厚越要预留误差调节的量。

### • 纸张的上色工艺

给纸上色有两种工艺，一种是在纸浆阶段上色，另一种是纸形成之后印刷上去。前者由于对染色剂的消耗大而仅限艺术需要采用，后者则广为采用。可以通过自行染色的方法将白色的纸浸泡在染色剂中，充分染色后捞出晾干，最后得到想要的艺术纸色彩效果。

双色纸在教学时能更好地表现正反面。

### • 纸张常用尺寸

纸的尺寸有很多。方形折纸用纸多为  $15\text{cm} \times 15\text{cm}$ 。长方形的多见 A4 纸，即  $21\text{cm} \times 29.7\text{cm}$  的尺寸。除此之外，B5 纸、A3 纸和 B4 纸也常见。C 类纸多见于信封系列。16 张 A4 纸面积为  $1\text{m}^2$ ，16 张 B4 纸的面积为  $1.4142\text{m}^2$ 。

要检验一张长方形的纸是否标准，只需要两边分别对折看是否上下两层严格重合。

要检验一张正方形的纸是否标准，需要先两边分别对折看是否上下两层严格重合，然后检查对角对合折叠后邻边是否重叠。

要将不规格的长方形修正为长方形，最好先修正一组对边使其平行，然后修正其余两边中的一边使其垂直于平行的一组对边，最后修正第四边使其平行于它所对的边。

要将长方形变为正方形，只需折叠一个角的角平分线，沿折起的角将重叠区域裁下，打开就是正方形。

## 折纸工具

### • 刮刀

这是一款折纸时可以用来压线的工具。通常可以用钢尺来代替，但是如果自制一把更好用。套在手指上随时可以压线。

刮刀的加工步骤：

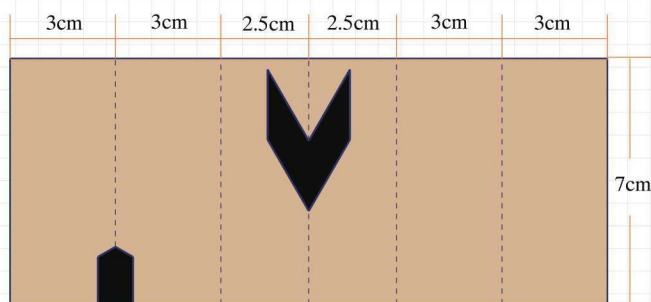
1. 将直径 1cm，厚度 0.3mm，长 11cm 的钢管压平成双层长方形。
2. 切割出一个刀刃，刀口约 6cm 长。
3. 在刀刃中心线上折出一个  $120^\circ$  的凹槽。
4. 在尾部弯出一个直径 2cm 圆环。



刮刀

### • 裁纸刀

这是另一个折纸常用工具。裁纸刀可以将纸沿着已有的直线折痕裁切，方便在小块纸上操作。制法：

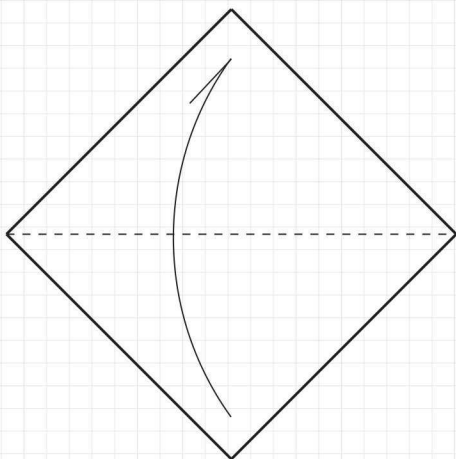


卡片式裁纸刀模板示意图

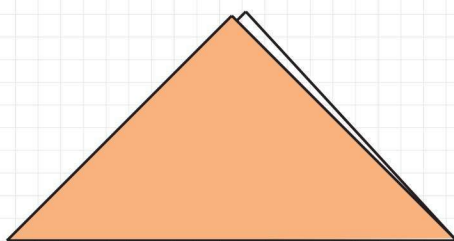
1. 取一张  $7\text{cm} \times 17\text{cm}$  的厚卡纸（0.2mm 厚）。照上图所示折出折痕，剪去两个黑色镂空部分。
2. 从刀片头部  $30^\circ$  美工刀（厚度 0.4mm）掰下连续的三段。
3. 用白胶黏合六层为一体，用重物压着晾干。

## 折纸的常用符号

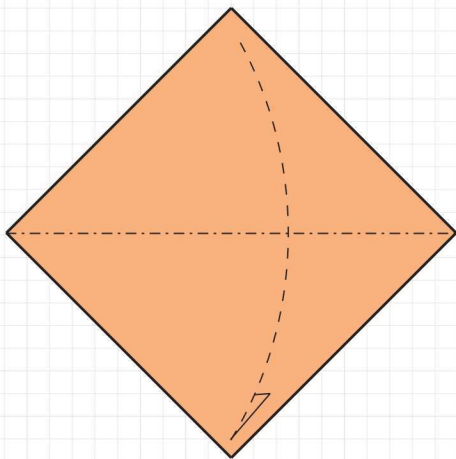
### • 谷折线



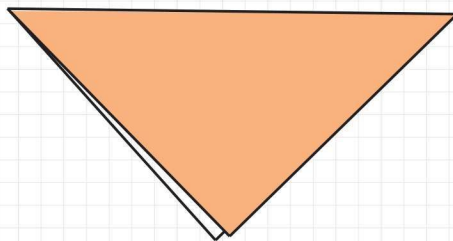
谷折



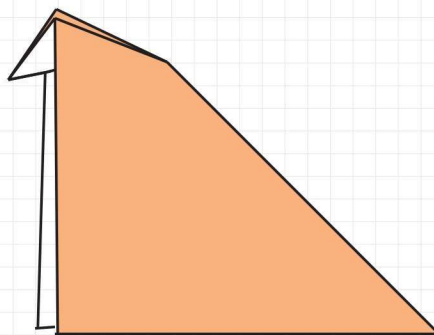
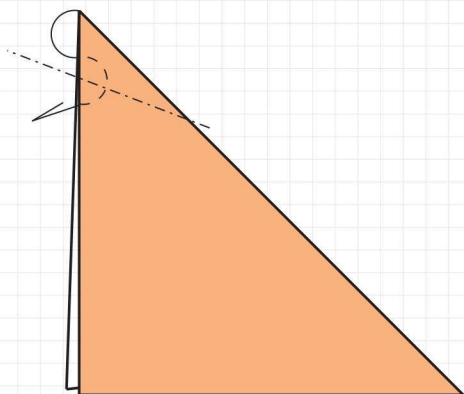
### • 山折线



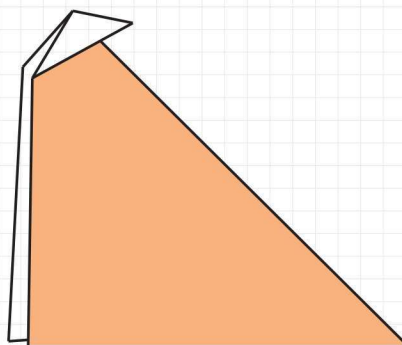
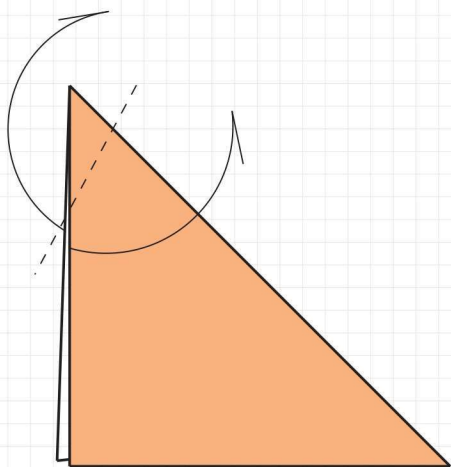
山折



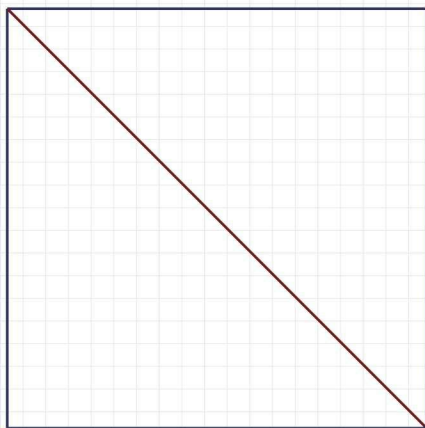
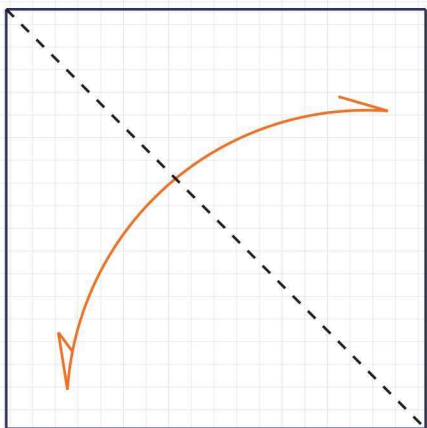
• 内翻折



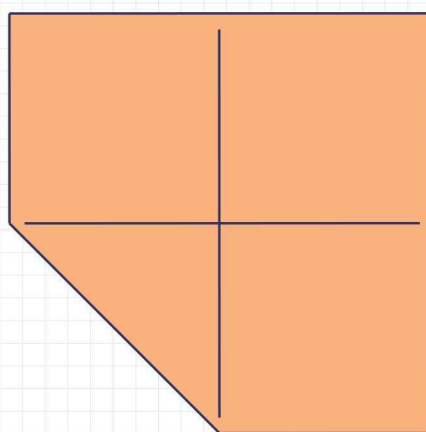
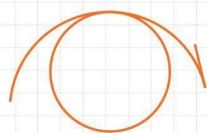
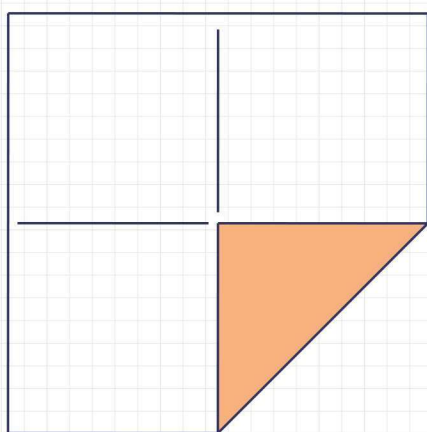
• 外翻折



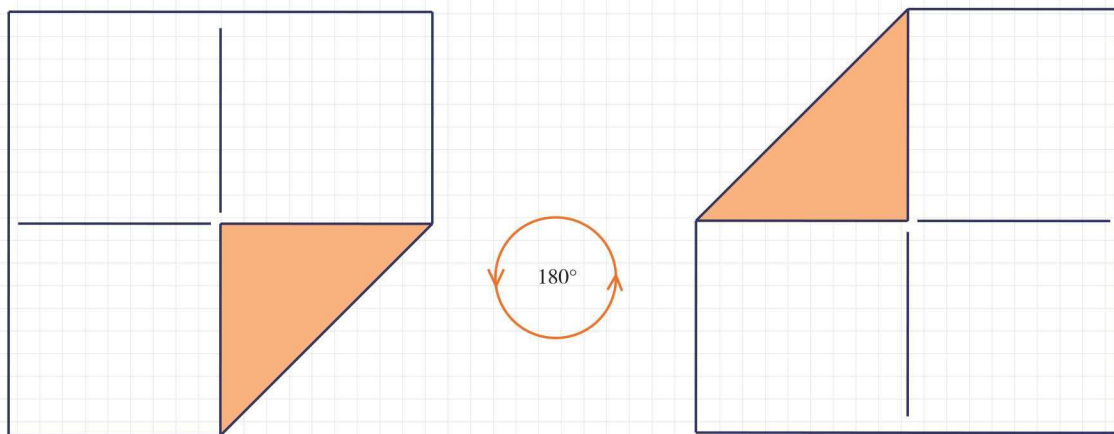
## • 制作折痕



## • 翻面

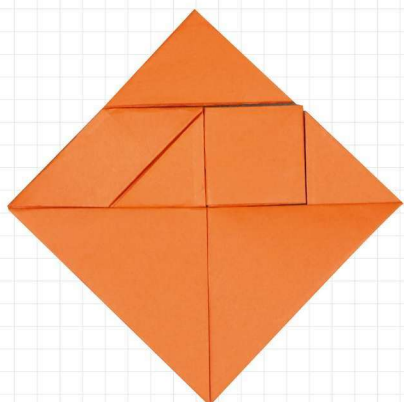


• 旋转



# 七巧板

七巧板是儿童益智玩具的典范，早在中国的宋朝时就有了，到了明清时期定型为左图的样子。18世纪七巧板传到欧洲后，连法国皇帝拿破仑都喜爱把玩。用一张A4纸裁剪成7块等比例长方形，再折出一套完整的七巧板，这一设计令人叹为观止。此外，中国人对于七巧板拼凸多边形问题有重大贡献。



七巧板

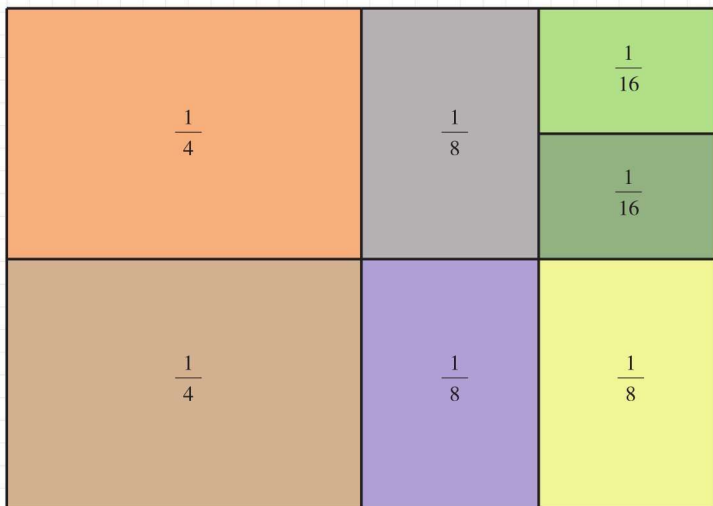
## 折纸教程

### • 材料及工具

A4（或可采用A3或B4纸替代以产生尺寸更大的七巧板）纸一张，剪刀或美工刀。

### • 预备工作

将A4纸先按照下图所示折叠并裁开成7张小纸片。



### Point

A4是A3对折得到的，而将A4再对折得到的应称为A5，所以左图中的七片纸是A6×2，A7×3，A8×2。