

2017


浙江省 **新** 高考  
调研模拟卷

数 学

◎ 《浙江省新高考调研模拟卷》编写组 编著

2017

ZHEJIANGSHENG XINGAOKAO  
DIAOYAN MONIJUAN

 江西科学技术出版社



图书在版编目(CIP)数据

浙江省新高考调研模拟卷. 数学 / 《浙江省新高考调研模拟卷》编写组编著. — 南昌: 江西科学技术出版社, 2017.2

ISBN 978-7-5390-5902-0

I. ①浙… II. ①浙… III. ①中学数学课—高中—习题集—升学参考资料 IV. ①G634

中国版本图书馆CIP数据核字(2017)第038983号

国际互联网(Internet)地址: <http://www.jxkjcs.com>

选题序号: ZK2016289

图书代码: B17007-101

责任编辑: 毛昱青

封面设计: 刘依群

浙江省新高考调研模拟卷 数学

《浙江省新高考调研模拟卷》编写组 编著

---

出版 江西科学技术出版社  
发行 江西科学技术出版社  
社址 南昌市蓼洲街2号附1号  
邮编: 330009 电话: (0791)86623491 86639342(传真)  
印刷 临沂圣贤印刷有限公司  
经销 各地新华书店  
开本 880mm×1230mm 1/16  
字数 155千  
印张 5.5  
版次 2017年2月第1版 2017年2月第1次印刷  
书号 ISBN 978-7-5390-5902-0  
定价 18.80元

---

赣版权登字-03-2017-23

版权所有, 翻印必究

(本书凡属印装质量问题, 可向承印厂调换)

# 2017 年浙江省新高考调研模拟卷

## 数 学 ( 一 )

命题学校: 诸暨中学

本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分, 满分 150 分, 考试时间 120 分钟.

参考公式:

台体的体积公式  $V = \frac{1}{3}h(S_1 + \sqrt{S_1S_2} + S_2)$ , 其中  $S_1, S_2$  分别表示台体的上、下底面积,  $h$  表示台体的高.

球的体积公式  $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ , 其中  $R$  表示球的半径.

柱体的体积公式  $V = Sh$ , 其中  $S$  表示柱体的底面积,  $h$  表示柱体的高.

锥体的体积公式  $V = \frac{1}{3}Sh$ , 其中  $S$  表示锥体的底面积,  $h$  表示锥体的高.

球的表面积公式  $S = 4\pi R^2$ .

### 第 I 卷 ( 选择题, 共 40 分 )

一、选择题 ( 本大题共 10 小题, 每小题 4 分, 共 40 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的 )

1. 已知集合  $A = \{x | \lg(x-1) < 1\}$ ,  $B = \{x | x \geq 0\}$ , 则  $\complement_{\mathbb{R}}(A \cap B) =$  ( )

A.  $(-\infty, 0) \cup [11, +\infty)$       B.  $[0, 11)$       C.  $(0, 11]$       D.  $(-\infty, 1) \cup [11, +\infty)$

2. 已知  $(m-i)^2 = -2i$ , 其中  $i$  是虚数单位, 则实数  $m =$  ( )

A. -2      B. -1      C. 1      D. 2

3. 若  $\{a_n\}$  为等差数列,  $S_n$  是其前  $n$  项和, 且  $S_{11} = \frac{11\pi}{3}$ , 则  $\cos\left(\frac{\pi}{2} + a_6\right)$  的值为 ( )

A.  $\frac{1}{2}$       B.  $-\frac{1}{2}$       C.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$       D.  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

4. 设直线  $m$  与平面  $\alpha$  相交但不垂直, 则下列所有正确的命题个数是 ( )

①在平面  $\alpha$  内有且只有一条直线与直线  $m$  垂直    ②与直线  $m$  平行的直线不可能与平面  $\alpha$  垂直    ③与直线  $m$  垂直的直线不可能与平面  $\alpha$  平行    ④与直线  $m$  平行的平面不可能与平面  $\alpha$  垂直

A. 0      B. 1      C. 2      D. 3

5. 若  $a, b$  是实数, 则 “ $a^2 + b^2 > 2$ ” 是 “ $a + b > 2$  或  $a > \sqrt{2}$ ” 的 ( )

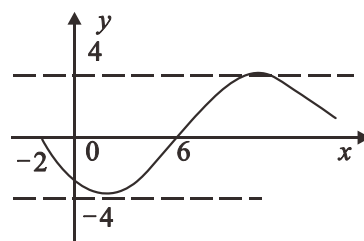
A. 充分而不必要条件      B. 必要而不充分条件  
C. 充分必要条件      D. 既不充分也不必要条件

6. 若  $\left(3x - \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}\right)^m$  的展开式中二项式系数之和为 128, 则展开式中  $\frac{1}{x^3}$  的系数是 ( )

- A. 21                      B. -21                      C. 7                      D. -7

7. 函数  $y = A \sin(\omega x + \varphi)$  ( $\omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}, x \in \mathbf{R}$ ) 的部分图象如下图所示, 则函数的表达式是 ( )

- A.  $y = -4 \sin\left(\frac{\pi}{8}x - \frac{\pi}{4}\right)$                       B.  $y = -4 \sin\left(\frac{\pi}{8}x + \frac{\pi}{4}\right)$   
 C.  $y = 4 \sin\left(\frac{\pi}{8}x - \frac{\pi}{4}\right)$                       D.  $y = 4 \sin\left(\frac{\pi}{8}x + \frac{\pi}{4}\right)$



(第7题图)

8. 已知函数  $f(x) = a^x + x - b$  的零点  $x_0 \in (n, n+1)$  ( $n \in \mathbf{Z}$ ), 其中常数  $a, b$  满足  $2^a = 3, 3^b = 2$ , 则  $n$  的值是 ( )

- A. -2                      B. -1                      C. 0                      D. 1

9. 已知定义在  $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$  上的函数  $f(x)$ , 其导函数为  $f'(x)$ , 若对任意的  $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$  恒有  $f(x) - f'(x) \cdot \tan x < 0$  成立, 则 ( )

- A.  $\sqrt{3}f\left(\frac{\pi}{4}\right) < \sqrt{2}f\left(\frac{\pi}{3}\right)$                       B.  $f(1) < 2f\left(\frac{\pi}{6}\right)\sin 1$   
 C.  $\sqrt{2}f\left(\frac{\pi}{6}\right) > f\left(\frac{\pi}{4}\right)$                       D.  $\sqrt{3}f\left(\frac{\pi}{6}\right) > f\left(\frac{\pi}{3}\right)$

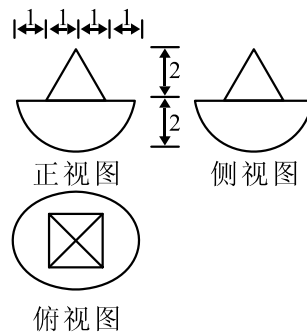
10. 已知函数  $f(x) = x|x|$ , 若对任意的  $\alpha \in \left[-\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}\right]$ , 方程  $f(1+m \cos \alpha) = 2 + f(1-m \cos \alpha)$  有解, 则实数  $m$  的取值范围为 ( )

- A.  $\left[\frac{1}{2}, 1\right]$                       B.  $[1, 2]$                       C.  $\left[-1, -\frac{1}{2}\right]$                       D.  $[-2, -1]$

## 第 II 卷 (非选择题, 共 110 分)

二、填空题 (本大题共 7 小题, 多空题每小题 6 分, 单空题每小题 4 分, 共 36 分)

11. 已知某几何体的三视图如图所示, 则该几何体的表面积是\_\_\_\_\_, 体积是\_\_\_\_\_.



(第11题图)

12. 已知  $F_1, F_2$  分别是双曲线  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  ( $a > 0, b > 0$ ) 的左右焦点,  $P$  是

双曲线上一点, 若  $|PF_1| + |PF_2| = 6a$ , 且  $\triangle PF_1F_2$  的最小内角为  $\frac{\pi}{6}$ ,

则双曲线的离心率为\_\_\_\_\_, 渐近线方程为\_\_\_\_\_.

13. 设函数  $f(x) = \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$ , 则函数  $f(x)$  的最小正周期是\_\_\_\_\_; 若  $f\left(\frac{x}{2}\right) = \frac{1}{3}$ ,  $x \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ , 则  $\cos x =$ \_\_\_\_\_.

14. 设  $O$  为坐标原点, 点  $M$  的坐标为  $(2,1)$ , 若点  $N(x,y)$  满足不等式组  $\begin{cases} x-4y+3 \leq 0 \\ 2x+y-12 \leq 0 \\ x \geq 1 \end{cases}$ , 则  $\frac{y}{x+1}$  的取值范围是\_\_\_\_\_,  $\overline{OM} \cdot \overline{ON}$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

15. 圆  $C_1: x^2 + y^2 + 2x + 6y + 6 = 0$ , 圆  $C_2: x^2 + y^2 - 4x - 2y + 4 = 0$ ,  $Q, P$  都是到两圆的切线长相等的两点, 若直线  $QP$  将两圆的圆心连线分成的两段长分别为  $m, n(m > n)$ , 则  $\frac{m}{n} =$ \_\_\_\_\_.

16. 用红、黄、蓝三种颜色之一去涂图中标号为 1, 2, ..., 9 的 9 个小正方形 (如右图), 使得任意相邻 (有公共边的) 小正方形所涂颜色都不相同, 且标号为 “3, 5, 7” 的小正方形涂相同的颜色, 则符合条件的所有涂法共有\_\_\_\_\_种.

1	2	3
4	5	6
7	8	9

17. 已知  $A(1, 0), B(a, 1), C(-b, 2)(a > 0, b > 0)$  三点共线, 则  $\frac{2a^2+3}{a} + \frac{b^2}{b+1}$  的最小值为\_\_\_\_\_.

三、解答题 (本大题共 5 个小题, 共 74 分, 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

18. (本题满分 14 分)  $\triangle ABC$  中,  $a, b, c$  分别是内角  $A, B, C$  所对的边长,

$$\text{且 } \cos 2B - \cos 2A = 2 \sin\left(\frac{\pi}{3} + B\right) \sin\left(\frac{\pi}{3} - B\right).$$

(I) 求角  $A$  的值;

(II) 若  $\triangle ABC$  是锐角三角形且  $a = 2\sqrt{7}$ , 求  $b+c$  的取值范围.

19. (本题满分 15 分) 设数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ , 已知  $a_1 = a (a \neq -2)$ ,  $a_{n+1} = 2S_n + 2^n$ ,  $n \in \mathbf{N}^*$ .

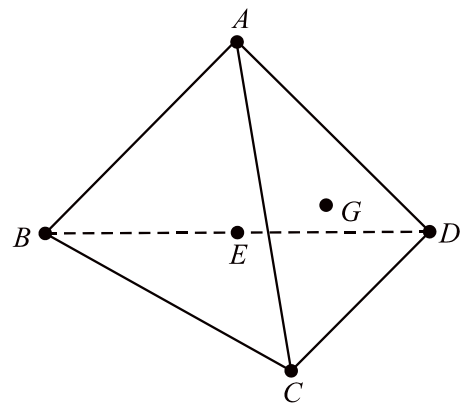
(I) 设  $b_n = S_n + 2^n$ . 求证: 数列  $\{b_n\}$  是等比数列;

(II) 若数列  $\{a_n\}$  是单调递增数列, 求实数  $a$  的取值范围.

20. (本题满分 15 分) 已知  $\triangle ABD$  与  $\triangle BCD$  是有公共斜边  $BD$  的等腰直角三角形,  $E$ ,  $G$  分别是  $BD$  的中点和  $\triangle ACD$  的重心.

(I) 求证:  $B$  在平面  $ACD$  的射影不可能是  $G$ ;

(II) 若  $E$  在平面  $ACD$  的射影是  $G$ , 设二面角  $D-AB-C$  的大小为  $\theta$ , 求  $\cos \theta$ .



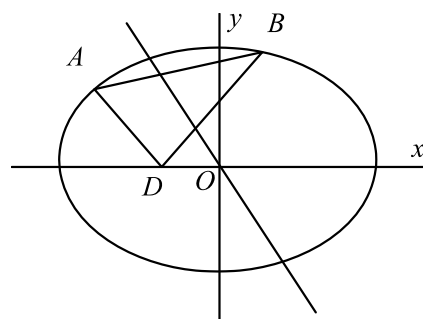
(第 20 题图)

21. (本题满分 15 分) 如图, 已知  $A, B$  是函数  $y = |x+1| \left( -\frac{7}{3} \leq x \leq 1 \right)$  的图象上的两个端点, 椭圆  $C$  的焦点

在  $x$  轴上, 且过  $A, B$  两点.

(I) 求椭圆  $C$  的方程;

(II) 设点  $D(-1, 0)$ , 已知过原点的直线  $L$  平分  $\triangle DAB$  的面积, 求直线  $L$  的方程.



(第 21 题图)

22. (本题满分 15 分) 已知函数  $f(x) = x^2 - (a-2)x - a \ln x$  ( $a > 0$ ).

(I) 设函数  $g(x) = -x^3 - ax^2 + a - \frac{a^2}{4}$ , 若存在  $\alpha, \beta \in (0, a]$ , 使得  $|f(\alpha) - g(\beta)| < a$  成立, 求  $a$  的取值范围;

(II) 若方程  $f(x) = c$  有两个不相等的实数根  $x_1, x_2$ , 求证:  $f'\left(\frac{x_1 + x_2}{2}\right) > 0$ .

# 2017 年浙江省新高考调研模拟卷

## 数 学 ( 二 )

命题学校: 镇海中学

本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分. 满分 150 分, 考试时间 120 分钟.

**参考公式:**

台体的体积公式  $V = \frac{1}{3}h(S_1 + \sqrt{S_1S_2} + S_2)$ , 其中  $S_1, S_2$  分别表示台体的上、下底面积,  $h$  表示台体的高.

球的体积公式  $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ , 其中  $R$  表示球的半径.

柱体的体积公式  $V = Sh$ , 其中  $S$  表示柱体的底面积,  $h$  表示柱体的高.

锥体的体积公式  $V = \frac{1}{3}Sh$ , 其中  $S$  表示锥体的底面积,  $h$  表示锥体的高.

球的表面积公式  $S = 4\pi R^2$ .

### 第 I 卷 ( 选择题, 共 40 分 )

一、选择题 ( 本大题共 10 小题, 每小题 4 分, 共 40 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的 )

1. 已知集合  $M = \left\{ x \in \mathbf{R} \mid y = \frac{1}{\sqrt{2-x}} \right\}$ ,  $N = \left\{ y \mid y = \log_{\frac{1}{2}} x, x \geq 2 \right\}$ , 则  $M \cap N =$  ( )

- A.  $[-1, 2]$                       B.  $(-\infty, 2]$                       C.  $(0, -1]$                       D.  $(-\infty, -1]$

2. 已知复数  $z$  满足  $z^2 = 3 + 4i$ , 其中  $i$  为虚数单位, 则  $|z| =$  ( )

- A. 25                                  B. 5                                      C.  $\sqrt{5}$                                   D. 1

3. 3 名学生, 2 名教师站成一排, 要求教师相邻, 则不同的排法有 ( )

- A. 24                                  B. 36                                      C. 48                                      D. 120

4. 已知函数  $f(x) = \begin{cases} 3^x - a, & x \leq 0 \\ 2x + 2a - 1, & x > 0 \end{cases}$ , 若  $f(x)$  在  $\mathbf{R}$  上有两个不同的零点, 则实数  $a$  的取值范围是 ( )

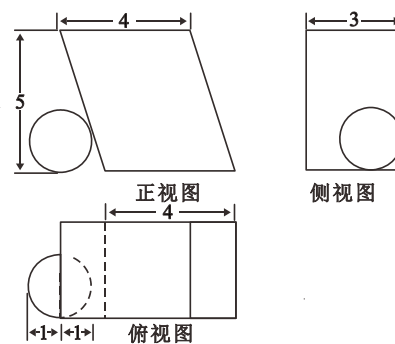
- A.  $(-\infty, 1]$                       B.  $\left( 0, \frac{1}{2} \right)$                       C.  $(0, 1]$                                   D.  $\left( \frac{1}{2}, 1 \right)$

5. 等差数列  $\{a_n\}$  中,  $a_3 = 6$ ,  $a_8 = 16$ ,  $S_n$  是数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和, 则  $\frac{1}{S_1} + \frac{1}{S_2} + \dots + \frac{1}{S_{2017}} =$  ( )

- A.  $\frac{2018}{2019}$                       B.  $\frac{2017}{2018}$                       C.  $\frac{2016}{2017}$                       D.  $\frac{2015}{2016}$



14. 甲口袋里有大小相同编号不同的  $n$  个黑球和 3 个白球，乙口袋里有大小相同编号不同的 3 个黑球和 2 个白球，现从甲、乙两个口袋中各摸出 2 个球，若取出的全是白球的概率为  $\frac{1}{70}$ ，则  $n =$  \_\_\_\_\_；若摸出的 4 个球中黑个数为  $\xi$ ，则  $\xi$  的数学期望是 \_\_\_\_\_.



15. 某几何体的三视图如图所示，其中圆的直径都是 2，则该几何体的表面积为 \_\_\_\_\_.

16. 设实数  $x, y$  满足  $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 2x + y - 2 \leq 0 \end{cases}$ ，则  $\frac{x+2y+3}{x+y+2}$  的取值范围是 \_\_\_\_\_.

(第 15 题图)

17. 设平面向量的集合  $M = \{\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3, \dots, \vec{a}_n\} (n > 2)$  满足： $M$  中任一向量的模不小于其余向量和的模，则  $|\vec{a}_1 + \vec{a}_2 + \vec{a}_3 + \dots + \vec{a}_n| =$  \_\_\_\_\_.

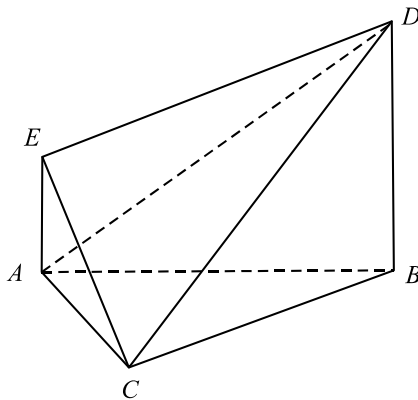
三、解答题 (本大题共 5 小题，共 74 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤)

18. (本题满分 14 分) 设  $\triangle ABC$  的三内角为  $A, B, C$ ，并且满足  $\sin^2 A = \sin^2 B + \sin^2 C - \sin B \sin C$ .
- (I) 求  $A$  的大小；
- (II) 若  $\triangle ABC$  的周长为 4，求  $\triangle ABC$  面积的最大值.

19. (本题满分 15 分) 在多面体  $ABCDE$  中,  $AE \perp$  平面  $ABC$ ,  $AE \parallel BD$ ,  $AB = BC = CA = 2$ ,  $BD = 2AE = a$ .

(I) 求证: 平面  $EDC \perp$  平面  $BDC$ ;

(II) 求二面角  $E-CD-A$  的平面角的大小取值范围.



(第 19 题图)

20. (本题满分 15 分) 已知二次函数  $f(x) = ax^2 + bx + c$  ( $a, b, c \in \mathbf{R}$ ) 满足  $f(-1) = 0$ ,  $f(1) = 1$ , 且对  $\forall x \in \mathbf{R}$  都有  $f(x) \geq x$  成立.

(I) 求  $f(x)$  的解析式;

(II) 若  $f(x) - m(1 + \ln x) > 0$  对一切正实数恒成立, 求实数  $m$  的取值范围.

21. (本题满分 15 分) 已知抛物线  $C_1: y^2 = 2px (p > 0)$ , 圆  $C_2: x^2 + y^2 = 12$ , 设  $C_1$  的焦点  $F$ ,  $C_1$  与  $C_2$  的一个交点为  $G$ , 且  $|GF| = 3$ .

(I) 求  $p$  的值;

(II) 已知椭圆  $C_3: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a+1} = 1$  的一个焦点与  $C_1$  的焦点重合, 直线  $l: y = kx - 2$  交  $C_3$  于不同两点

$A, B$ , 若椭圆  $C_3$  的右顶点在以  $AB$  为直径的圆外, 求实数  $k$  的取值范围.

22. (本题满分 15 分) 已知数列  $\{a_n\}$  满足  $a_1 = \frac{1}{3}$ ,  $a_{n+1} = 2a_n - 2a_n^2$ ,  $n \in \mathbf{N}^*$ .

(I) 求证:  $a_{n+1} > a_n$  ;

(II) 令  $b_n = \frac{1}{2} - a_n$ .

① 求证: 数列  $\{1 + \log_2 b_n\}$  是等比数列;

② 求证:  $\frac{1}{b_1} + \frac{1}{b_2} + \cdots + \frac{1}{b_n} \geq \frac{3^{2n} + 15}{4}$  .

# 2017 年浙江省新高考调研模拟卷

## 数 学 ( 三 )

命题学校： 绍兴一中

本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分.满分 150 分, 考试时间 120 分钟.

**参考公式:**

台体的体积公式  $V = \frac{1}{3}h(S_1 + \sqrt{S_1S_2} + S_2)$ , 其中  $S_1, S_2$  分别表示台体的上、下底面积,  $h$  表示台体的高.

球的体积公式  $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ , 其中  $R$  表示球的半径.

柱体的体积公式  $V = Sh$ , 其中  $S$  表示柱体的底面积,  $h$  表示柱体的高.

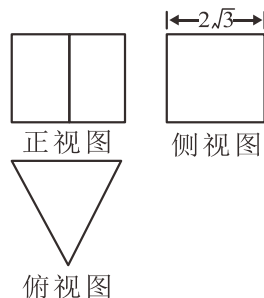
锥体的体积公式  $V = \frac{1}{3}Sh$ , 其中  $S$  表示锥体的底面积,  $h$  表示锥体的高.

球的表面积公式  $S = 4\pi R^2$ .

### 第 I 卷 ( 选择题, 共 40 分 )

一、选择题 ( 本大题共 10 小题, 每小题 4 分, 共 40 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的 )

1. 设全集  $U$ , 集合  $S = \{x | y = \sqrt{-x^2 + 6x - 8}\}$ ,  $T = \{y | y = |x - 1|\}$ , 则  $T \cap \complement_U S =$  ( )  
 A.  $(-\infty, 0]$       B.  $[2, 4]$       C.  $[0, 2) \cup (4, +\infty)$       D.  $(0, 2] \cup [4, +\infty)$
2. 设复数  $z$  满足  $i = z \cdot (2 - i)$  ( $i$  为虚数单位), 则  $z =$  ( )  
 A.  $\frac{-1 - 2i}{5}$       B.  $\frac{-1 + 2i}{5}$       C.  $\frac{-2 + i}{5}$       D.  $\frac{-2 - i}{5}$
3. 已知  $a, b, c$  是实数, 则“ $ac^2 \geq bc^2$ ”是“ $a \geq b$ ”的 ( )  
 A. 充分不必要条件      B. 必要不充分条件      C. 充要条件      D. 既不充分也不必要条件
4. 已知  $l, m$  是不同的两条直线,  $\alpha, \beta$  是不重合的两个平面, 则下列叙述正确的是 ( )  
 A. 若  $l \perp \alpha, \alpha \perp \beta$ , 则  $l \parallel \beta$       B. 若  $l \perp \alpha, \alpha \parallel \beta, m \subset \beta$ , 则  $l \perp m$   
 C. 若  $l \perp m, \alpha \parallel \beta, m \subset \beta$ , 则  $l \perp \alpha$       D. 若  $l \parallel \alpha, \alpha \perp \beta$ , 则  $l \parallel \beta$
5. 一个正三棱柱的三视图如图所示, 这个三棱柱的侧(左)视图的面积为  $6\sqrt{3}$ , 则这个三棱柱的体积为 ( )  
 A. 12      B. 16  
 C.  $8\sqrt{3}$       D.  $12\sqrt{3}$
6. 若不相等的三个实数  $a, b, c$  成等比数列, 且  $\log_c a, \log_b c, \log_a b$  成以  $d$  为公差的等差数列, 则  $d =$  ( )  
 A.  $\frac{3}{2}$       B. 1  
 C.  $\frac{2}{3}$       D. 0



( 第 5 题图 )

7. 杭州西湖附近还有太子湾公园、长桥公园和雷峰塔 3 个著名的景点，一位客人游览这三个景点的概率分别是 0.4, 0.5, 0.6, 且客人是否游览哪个景点互不影响，设  $\xi$  表示客人游览的景点数与没有游览的景点数之差的绝对值，则  $E\xi =$  ( )
- A. 1.45                      B. 1.46                      C. 1.47                      D. 1.48
8. 已知  $x, y$  满足  $\begin{cases} y-2 \leq 0, \\ x+3 \geq 0, \\ x-y-1 \leq 0, \end{cases}$  则  $\frac{x+y-6}{x-4}$  的取值范围是 ( )
- A.  $\left[0, \frac{3}{7}\right]$                       B.  $\left[0, \frac{6}{7}\right]$                       C.  $\left[1, \frac{13}{7}\right]$                       D.  $\left[2, \frac{20}{7}\right]$
9. 一个圆周上有 8 个点，每两点间连一弦，如果其中任意三条弦在圆上都不共点，则由这些弦在圆内的交点为顶点的三角形的个数有 ( )
- A. 24                              B. 26                              C. 28                              D. 30
10. 已知  $a \neq 0$ ，函数  $f(x) = m|k^2 + 2(k-x) + 1|$ ，若存在  $x_1 \in [k, k+1]$ ,  $x_2 \in [k+2, k+4]$ ，使得  $f(x_1) = f(x_2)$ ，则实数  $k$  的取值范围是 ( )
- A.  $[-\sqrt{5}, \sqrt{5}]$                       B.  $[-\sqrt{3}, -1] \cup [1, \sqrt{3}]$   
 C.  $[-2, -1] \cup [1, 2]$                       D.  $[-\sqrt{3}, -\sqrt{2}] \cup [\sqrt{2}, \sqrt{3}]$

## 第 II 卷（非选择题，共 110 分）

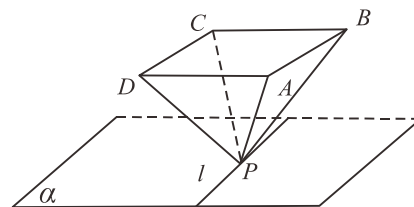
二、填空题（本大题有 7 小题，多空题每小题 6 分，单空题每小题 4 分，共 36 分）

11. 在  $\triangle ABC$  中，角  $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c$ ，已知  $\cos(B+C) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ ， $b\sin\left(\frac{\pi}{4}+C\right) = a + c\sin\left(\frac{\pi}{4}+B\right)$ ，则  $C =$ \_\_\_\_\_.
12. 已知  $x, y \in \mathbf{R}$ ,  $a > 1, b > 1$ ，且  $a^x = b^y = 2, a^2 + b = 4$ . (1) 若  $x = 2$ ，则  $a^{x+y} =$ \_\_\_\_\_；  
 (2)  $\frac{2}{x} + \frac{1}{y}$  的最大值是\_\_\_\_\_.
13. 若  $(\sqrt{x} + 2)^n$  的展开式中  $x^4$  的系数是 180，则  $n =$ \_\_\_\_\_，设  $a_n$  是  $(\sqrt{x} + 2)^n$ （满足  $n \geq 2, n \in \mathbf{N}^*$ ）的展开式中  $x$  项的系数，则  $\frac{2017}{2016} \left( \frac{2^2}{a_2} + \frac{2^3}{a_3} + \dots + \frac{2^{2017}}{a_{2017}} \right) =$ \_\_\_\_\_.
14. 已知函数  $f(x) = \begin{cases} 1 - |x-1|, & x \leq 2 \\ -\frac{1}{4}x^2 + 2x - 3, & x > 2 \end{cases}$ ，若在区间  $[1, +\infty)$  上存在  $n(n \geq 2)$  个不同的数  $x_1, x_2, x_4, \dots, x_n$ ，使得  $\frac{f(x_1)}{x_1} = \frac{f(x_2)}{x_2} = \dots = \frac{f(x_n)}{x_n}$  成立，则  $n$  的取值的集合是\_\_\_\_\_.

15. 已知 $\triangle ABC$ 外接圆的半径为1, 圆心为 $O$ , 且 $\vec{CA} + \vec{BA} = 2\vec{OA}$ ,  $|\vec{OA}| = |\vec{AB}|$ , 则 $C =$ \_\_\_\_\_,  
 $\vec{CA} \cdot \vec{BC}$ 的值是\_\_\_\_\_.

16. 已知 $a > 1$ , 点 $A\left(a, a + \frac{1}{2}\right)$ ,  $B\left(a+1, a + \frac{3}{2}\right)$ , 动点 $P$ 到点 $M(1, 0)$ 比到 $y$ 轴的距离大1, 其轨迹为 $C$ , 且线段 $AB$ 与曲线 $C$ 存在公共点. 则 $a$ 的取值范围是\_\_\_\_\_.

17. 如图所示, 棱长均为2的倒置正四棱锥 $P-ABCD$ 放置在平面 $\alpha$ 上, 且该倒置正四棱锥的底面棱 $AB$ 始终保持与直线 $l$ 平行旋转, 其中 $P \in l$ ,  $l \subset \alpha$ . 侧面 $PAB$ 与平面 $\alpha$ 所成角为 $\theta$ , 则侧面 $PAB$ 和侧面 $PCD$ 在平面 $\alpha$ 上的投影面积之和的最小值为\_\_\_\_\_, 最大值为\_\_\_\_\_. (重叠部分的投影面积不重复计算)



(第17题图)

三、解答题 (本大题共5小题, 满分74分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤)

18. (本题满分14分) 已知函数 $f(x) = \sqrt{3} \sin x \cos x - 3 \sin^2 x + \frac{3}{2}$ .

(I) 求函数 $f(x)$ 的最小正周期和单调增区间;

(II) 在 $\triangle ABC$ 中, 角 $A, B, C$ 所对的边分别是 $a, b, c$ , 且 $b+c = \sqrt{3}+1$ ,  $a=1$ , 若 $f(A) = \frac{3}{2}$ , 求 $\triangle ABC$ 的面积.