

“世少赛”(中国区)选拔赛指定专用教材

海峡两岸数学邀请赛指定专用教材

数学

尖子生

★★★
精讲版
★★★

高分题库

丛书主编：叶立军 丛书副主编：吴利敏 王馨然

本册主编：董婷婷

从课本双基到竞赛培优

课内知识拓展提高

课外竞赛备战强化

6

六年级+小升初



华东理工大学出版社
EAST CHINA UNIVERSITY OF SCIENCE AND TECHNOLOGY PRESS

“世少赛”(中国区)选拔赛指定专用教材

海峡两岸数学邀请赛指定专用教材

数学

尖子生

★★★
精讲版
★★★

高分题库

6

6 年级 + 小升初

丛书主编：叶立军

丛书副主编：吴利敏 王馨然

本册主编：董婷婷

本册副主编：祝贺 郭梦丹

编者：程翠婷 周芳丽 高敏

陈佳佳 杨安宇 林碧

陈丹露 武迪 孔梦蝶



华东理工大学出版社
EAST CHINA UNIVERSITY OF SCIENCE AND TECHNOLOGY PRESS

· 上海 ·

图书在版编目(CIP)数据

数学尖子生高分题库:精讲版. 6 年级+小升初/叶立军丛书主编;
董婷婷本册主编. —上海:华东理工大学出版社, 2018. 12

ISBN 978-7-5628-5451-7

I. ①数… II. ①叶… ②董… III. ①小学数学课-习题集
IV. ①G624.505

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2018)第 258586 号

策划编辑 / 赵子艳

责任编辑 / 赵子艳

装帧设计 / 徐 蓉

出版发行 / 华东理工大学出版社有限公司

地址:上海市梅陇路 130 号,200237

电话:021-64250306

网址:www.ecustpress.cn

邮箱:zongbianban@ecustpress.cn

印 刷 / 上海展强印刷有限公司

开 本 / 787mm×1092mm 1/16

印 张 / 11.25

字 数 / 238 千字

版 次 / 2018 年 12 月第 1 版

印 次 / 2018 年 12 月第 1 次

定 价 / 36.00 元

版权所有 侵权必究



前言

1934年和1935年,苏联开始在圣彼得堡(旧称列宁格勒)和莫斯科举办中学数学竞赛,并冠以数学奥林匹克的名称,1959年在布加勒斯特举办第一届国际数学奥林匹克竞赛。我国从1985年起参加这项赛事并多次取得了优异的成绩。2006年世界奥林匹克数学竞赛协会(WOMCC)研究决定,从2007—2008赛季开始,增加了少年级别的竞赛,即世界少年奥林匹克数学竞赛,简称“世少赛”。该赛事旨在培养青少年对数学学习的兴趣,提高他们的数学水平以及对数学的探索能力,为将来的学习打下坚实的基础。

我们邀请“世少赛”(中国区)选拔赛以及海峡两岸数学邀请赛的名师团队编写了这套“数学尖子生高分题库”。这套书分为“精讲版”和“精练版”,分别从讲解加练习和巩固练习的角度策划,具有很强的参考价值。

“精讲版”有以下三大特点:第一,设置的栏目注重讲练结合,“专题概述”栏目对每讲的重要知识点、方法和常见题型进行了归纳;“典型例题”栏目精选了近几年新颖且典型的题目,并给出了详细的解答思路;“思维训练”栏目精选与“典型例题”相匹配的练习题,及时巩固所学知识;“竞赛强化”栏目精选具有一定难度的竞赛练习题,供学生挑战自我,提升数学解题能力。第二,精选近几年中等及中等以上难度的竞赛考题,所选试题新颖且具有趣味性,增加学生对数学学习的兴趣。第三,对书中的例题和练习都给出了详细的答案,以便于学生自学,以及老师、家长辅导。

“精练版”为“精讲版”的配套练习,章节设置和“精讲版”一致。“精练版”有以下三大特点:第一,各个章节的题目设置由易到难,逐步提高学生的解题能力。“双基训练”选用基础难度的题目,立足于教材本身,通过针对性训练使学生掌握基础知识和基本技能;“能力提升”选用中等偏上难度的题目,需要学生综合运用所学知识,灵活解题;“拓展资源”题目多为压轴题,适合数学尖子生或者准备参加竞赛的学生研读,挑战数学高分。第二,在精选典型题目拓展提高课内知识的同时,精选了一些新颖且具有趣味性的竞赛题,帮助学生夯实基础,备战竞赛。第三,训练系统化,有针对性,锻炼了学生的计算能力、逻辑思维能力、抽象能力、数形结合能力等,同时答案详细,方便学生自测,也方便家长、老师辅导。“精练版”和“精讲版”搭配使用,效果更佳。

希望本套书不仅能锻炼学生的数学思维,提高解题能力,还能为老师提供优质的辅助资料用于教学。由于编写水平和时间有限,书中不当和错误之处在所难免,希望广大读者踊跃提出,联系出版社改进,在此表示感谢!



目 录

第1讲 分数的计算	1	第14讲 立体几何综合	73
第2讲 分数的比较大小	7	第15讲 一元一次方程的应用	80
第3讲 分数应用题(一)	11	第16讲 二元一次方程(组)的应用	86
第4讲 分数应用题(二)	16	第17讲 加法原理和乘法原理	92
第5讲 比的应用	22	第18讲 抽屉原理(一)	97
第6讲 浓度问题	27	第19讲 抽屉原理(二)	102
第7讲 经济问题	32	第20讲 钟表问题	106
第8讲 工程问题	37	第21讲 周期问题	111
第9讲 行程问题(一)	42	第22讲 最值问题	117
第10讲 行程问题(二)	47	第23讲 对应法解题	123
第11讲 圆与扇形	53	第24讲 逆推法解题	129
第12讲 平面图形综合	59	第25讲 统筹与规划	135
第13讲 圆柱和圆锥	67	参考答案	142

第1讲 分数的计算

专题概述

分数的计算包括分数乘法、分数除法和混合运算,具体的计算方法如下:

(1) 分数乘法

① 分数与整数相乘

分数与整数相乘,用分数的分子和整数相乘的积作分子,分母不变。

② 分数与分数相乘

分数乘分数,用分子相乘的积作分子,分母相乘的积作分母。

(2) 分数除法

一个数除以分数或者整数(0除外),等于乘这个数的倒数。

(3) 混合运算及运算定律

分数的混合运算中先乘除后加减,有小括号要先算小括号里面的;整数乘法的交换律、结合律和分配律,对于分数乘法同样适用。

典型例题 1

计算:

$$(1) 85 \frac{1}{11} \times \frac{1}{3}$$

$$(2) 124 \frac{1}{30} \div 61$$

分析 (1) $85 \frac{1}{11} \times \frac{1}{3}$ 可以转化成 $(84 + \frac{12}{11}) \times \frac{1}{3}$, 根据乘法分配律将复杂问题简单化。

(2) 观察题目特点,可以发现 $61 = 2 \times 30 + 1$, 所以将 $124 \frac{1}{30}$ 分成 122 与 $\frac{61}{30}$ 的和, 再根据乘法分配律, 就可以简便计算。

$$\begin{aligned} \text{解} \quad (1) & \left(84 + \frac{12}{11}\right) \times \frac{1}{3} \\ & = 84 \times \frac{1}{3} + \frac{12}{11} \times \frac{1}{3} \end{aligned}$$



$$=28+\frac{4}{11}$$

$$=28\frac{4}{11}$$

$$(2) 124\frac{1}{30}\div 61$$

$$=(122+\frac{61}{30})\times\frac{1}{61}$$

$$=122\times\frac{1}{61}+\frac{61}{30}\times\frac{1}{61}$$

$$=2+\frac{1}{30}$$

$$=2\frac{1}{30}$$

思维训练 1

计算：

$$(1) 112\frac{3}{26}\div 55$$

$$(2) 281\frac{1}{6}\times\frac{3}{14}$$

典型例题 2

计算：

$$(1) (7\frac{3}{7}+\frac{1}{3}+4\frac{4}{7}+2\frac{2}{3})\times(17+\frac{4}{15})$$

$$(2) 8\frac{4}{7}\div 4+3\frac{2}{7}\times 21-1.25\times 32$$

分析 (1) 在分数运算中，可以充分运用四则运算法则和运算律，使部分的和、差、积、商凑成整数或整十数，以达到简化运算。本题中可以发现 $7\frac{3}{7}$ 与 $4\frac{4}{7}$ 、 $\frac{1}{3}$ 与 $2\frac{2}{3}$ 是同分母的分数，如果将它们组合运算，便可凑成整数。

(2) 依据凑整的思想，本题可以将带分数改写成整数与分数相加的形式，再根据乘法分配律简化运算。



$$\begin{aligned}
 \text{解 (1)} & \left(7\frac{3}{7} + \frac{1}{3} + 4\frac{4}{7} + 2\frac{2}{3}\right) \times \left(17 + \frac{4}{15}\right) \\
 & = \left[\left(7\frac{3}{7} + 4\frac{4}{7}\right) + \left(\frac{1}{3} + 2\frac{2}{3}\right)\right] \times \left(17 + \frac{4}{15}\right) \\
 & = (12 + 3) \times \left(17 + \frac{4}{15}\right) \\
 & = 15 \times 17 + 15 \times \frac{4}{15} \\
 & = 259
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{(2)} & 8\frac{4}{7} \div 4 + 3\frac{2}{7} \times 21 - 1.25 \times 32 \\
 & = \left(8 + \frac{4}{7}\right) \times \frac{1}{4} + \left(3 + \frac{2}{7}\right) \times 21 - 1.25 \times 8 \times 4 \\
 & = 8 \times \frac{1}{4} + \frac{4}{7} \times \frac{1}{4} + 3 \times 21 + \frac{2}{7} \times 21 - 40 \\
 & = 2 + \frac{1}{7} + 63 + 6 - 40 \\
 & = 71\frac{1}{7} - 40 \\
 & = 31\frac{1}{7}
 \end{aligned}$$

思维训练2

计算：

$$\text{(1)} \left(3.25 + 2\frac{7}{12} + 6\frac{3}{4} + 5\frac{5}{12}\right) \times \left(3 - \frac{11}{18}\right) \quad \text{(2)} 4\frac{1}{5} \times 25 + 32\frac{1}{4} \div 3 + 0.75 \times 492$$

典型例题3

计算：

$$2\frac{2}{9} \times 30 \div 4\frac{5}{7} \times 6\frac{3}{5}$$

分析 分数的乘除混合运算中，将式子化成连乘可便于计算，即 $2\frac{2}{9} \times 30 \div 4\frac{5}{7} \times 6\frac{3}{5}$ 可

化为 $2\frac{2}{9} \times 30 \times \frac{7}{33} \times 6\frac{3}{5}$ 。



$$\begin{aligned}
 \text{解} \quad & 2\frac{2}{9} \times 30 \div 4\frac{5}{7} \times 6\frac{3}{5} \\
 &= \frac{20}{9} \times 30 \times \frac{7}{33} \times \frac{33}{5} \\
 &= \frac{280}{3} \\
 &= 93\frac{1}{3}
 \end{aligned}$$

思维训练3

计算： $6\frac{1}{4} \times 32 \div 3\frac{4}{7} \div 6\frac{2}{3}$

典型例题4

计算： $\frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{42} + \frac{1}{56} + \frac{1}{72}$

分析 “裂项法”是计算分数和的有效方法，根据 $\frac{d}{n(n+d)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+d}$ （其中 n, d 是自然数），在计算若干个分数之和时，若能将每个分数都分解为两个分数之差，并且中间各项可以相互抵消，那么最终能实现运算的简化。本题中， $\frac{1}{6} = \frac{1}{2 \times 3}$ ， $\frac{1}{12} = \frac{1}{3 \times 4}$ ， $\frac{1}{20} = \frac{1}{4 \times 5}$ ， $\frac{1}{30} = \frac{1}{5 \times 6}$ ， $\frac{1}{42} = \frac{1}{6 \times 7}$ ， $\frac{1}{56} = \frac{1}{7 \times 8}$ ， $\frac{1}{72} = \frac{1}{8 \times 9}$ ，根据“裂项法”可以简化运算。

$$\begin{aligned}
 \text{解} \quad & \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{42} + \frac{1}{56} + \frac{1}{72} \\
 &= \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{4 \times 5} + \frac{1}{5 \times 6} + \frac{1}{6 \times 7} + \frac{1}{7 \times 8} + \frac{1}{8 \times 9} \\
 &= \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{6} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - \frac{1}{8} + \frac{1}{8} - \frac{1}{9} \\
 &= \frac{1}{2} + \left(-\frac{1}{3} + \frac{1}{3}\right) + \left(-\frac{1}{4} + \frac{1}{4}\right) + \left(-\frac{1}{5} + \frac{1}{5}\right) + \left(-\frac{1}{6} + \frac{1}{6}\right) + \left(-\frac{1}{7} + \frac{1}{7}\right) + \\
 &\quad \left(-\frac{1}{8} + \frac{1}{8}\right) - \frac{1}{9} \\
 &= \frac{1}{2} - \frac{1}{9} \\
 &= \frac{7}{18}
 \end{aligned}$$



思维训练4

计算:

$$(1) \frac{1}{1 \times 4} + \frac{1}{4 \times 7} + \frac{1}{7 \times 10} + \frac{1}{10 \times 13} + \frac{1}{13 \times 16} + \frac{1}{16 \times 19}$$

$$(2) \frac{1}{2 \times 7} + \frac{1}{7 \times 12} + \frac{1}{12 \times 17} + \frac{1}{17 \times 22} + \frac{1}{22 \times 27}$$



竞赛强化

$$1. \frac{36}{37} \times 39 = \underline{\hspace{2cm}}。$$

$$2. 55 \times \left(\frac{1}{33} - \frac{1}{44} \right) = \underline{\hspace{2cm}}。$$

$$3. 2017 \times \frac{11}{2016} = \underline{\hspace{2cm}}。$$

$$4. 187 \frac{4}{27} \times \frac{9}{62} = \underline{\hspace{2cm}}。$$

$$5. \frac{1}{7} \times 39 + \frac{3}{7} \times 24 = \underline{\hspace{2cm}}。$$

$$6. \text{计算:} \left(3 \frac{2}{5} + 6 \frac{2}{3} + 1 \frac{3}{5} + 8 \frac{1}{3} \right) \times \left(4 - \frac{7}{20} \right)$$

$$7. \text{计算:} \left(3 \frac{2}{7} + 5 \frac{1}{2} + 4 \frac{3}{7} - 2 \frac{3}{4} \right) \div \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{7} \right)$$



8. 计算： $\left(9\frac{2}{7}+7\frac{2}{9}\right)\div\left(\frac{5}{7}+\frac{5}{9}\right)$

9. 计算： $\frac{1}{1\times 2\times 3}+\frac{1}{2\times 3\times 4}+\cdots+\frac{1}{98\times 99\times 100}$

10. 求下列所有分数的和。

$$\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{2}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{3}{3}, \frac{2}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4}, \frac{4}{4}, \frac{3}{4}, \frac{2}{4}, \frac{1}{4}, \dots, \frac{1}{2017}, \frac{2}{2017}, \dots, \frac{2015}{2017}, \frac{2016}{2017}, \frac{2017}{2017}, \frac{2016}{2017}, \frac{2015}{2017}, \dots, \frac{1}{2017}$$

第2讲 分数的比较大小

专题概述

比较两个分数的大小,有两种基本方法,第一种是:如果两个分数分母相同,分子大的分数较大;第二种是:如果两个分数分子相同,分母小的分数较大。当分子、分母都不相同时,或统一分母,或统一分子,再进行比较。

但往往解题不会那么简单,有时我们会遇到分母特别大的时候,通分会不方便,这就需要我们采取作差法、相除法、交叉相乘法、倒数法、化为小数或循环小数等再进行比较,具体方法将在典型例题中一一讲解。

典型例题 1

比较分数 $\frac{2}{217}$ 与 $\frac{3}{220}$ 的大小。

分析 由于分数的分母较大,可以先统一分子,再进行比较。

解 $\frac{2}{217} = \frac{6}{217 \times 3} = \frac{6}{651}, \frac{3}{220} = \frac{6}{220 \times 2} = \frac{6}{440}。$

因为 $\frac{6}{651} < \frac{6}{440}$,所以 $\frac{2}{217} < \frac{3}{220}。$

思维训练 1

1. 比较分数 $\frac{12}{829}$ 与 $\frac{14}{873}$ 的大小。



2. 将下列分数按从小到大的顺序进行排列： $\frac{5}{12}, \frac{2}{23}, \frac{4}{55}, \frac{3}{46}, \frac{8}{37}$ 。

典型例题 2

比较分数 $\frac{3918}{3921}$ 与 $\frac{2014}{2017}$ 的大小。

分析 由于分子、分母都比较大，采用统一分子和统一分母的方法都比较麻烦，所以我们采用作差法来比较两个数的大小。

$$\text{解 } \frac{3918}{3921} = 1 - \frac{3}{3921}, \frac{2014}{2017} = 1 - \frac{3}{2017}。$$

因为 $\frac{3}{3921} < \frac{3}{2017}$ ，所以 $\frac{3918}{3921} > \frac{2014}{2017}$ 。

思维训练 2

1. 比较分数 $\frac{12350}{12347}$ 与 $\frac{23459}{23456}$ 的大小。

2. 比较分数 $\frac{654321}{218191}$ 与 $\frac{456789}{152347}$ 的大小。

典型例题 3

比较分数 $\frac{333}{3333}$ 与 $\frac{3333}{33333}$ 的大小。

分析 先观察分子、分母，发现用倒数比较大小会比较容易。再遵循倒数大的原分数反而小的原理对原数进行比较。

$$\text{解 } \frac{3333}{333} = 10 + \frac{3}{333} = 10 + \frac{1}{111},$$



$$\frac{33333}{3333} = 10 + \frac{3}{3333} = 10 + \frac{1}{1111}。$$

因为 $\frac{1}{111} > \frac{1}{1111}$, 所以 $\frac{3333}{333} > \frac{33333}{3333}$ 。

$$\text{即 } \frac{333}{3333} < \frac{3333}{33333}。$$

思维训练 3

1. 比较分数 $\frac{999}{9999}$ 与 $\frac{9999}{99999}$ 的大小。

2. 比较分数 $\frac{12345}{24693}$ 与 $\frac{13456}{26915}$ 的大小。

典型例题 4

比较分数 $\frac{17}{19}$ 与 $\frac{21}{23}$ 的大小。

分析 这道题我们采用交叉相乘的方法来解题。

解 $19 \times 21 = 399, 17 \times 23 = 391$, 因为 $399 > 391$, 所以 21 所在的分数要比 17 所在的分数大, 所以 $\frac{17}{19} < \frac{21}{23}$ 。

思维训练 4

1. 比较分数 $\frac{37}{71}$ 与 $\frac{13}{47}$ 的大小。



2. 比较分数 $\frac{3}{539}$ 与 $\frac{1}{175}$ 的大小。



竞赛强化

1. 比较大小： $\frac{33331}{33334}$ 与 $\frac{44443}{44446}$ 。

2. 比较大小： $\frac{22}{333}$ 与 $\frac{222}{3333}$ 。

3. 比较大小： $\frac{10}{519}$ 与 $\frac{21}{1088}$ 。

4. 在 $\frac{2}{39}, \frac{7}{52}, \frac{3}{47}, \frac{4}{97}, \frac{5}{71}$ 中，最大的数是_____。

5. 在下面的横线上填上两个相邻的整数使不等式成立。

$$\underline{\hspace{2cm}} < 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{42} + \frac{1}{56} + \frac{1}{72} < \underline{\hspace{2cm}}$$

6. 比较大小： $\frac{24}{25^2-1}$ 与 $\frac{51}{30^2}$ 。

7. 若 $A = \frac{1}{2017^2 - 2017 + 1}$, $B = \frac{1}{2017^2 - 2016 \times 2017 + 2016^2}$, 比较 A 与 B 的大小。

8. 已知 $A \times 15 \times 1 \frac{1}{99} = B \times \frac{2}{3} \div \frac{3}{4} \times 15 = C \times 15.2 \div \frac{4}{5} = D \times 14.8 \times \frac{73}{74}$, A, B, C, D 中谁最大?

9. 比较 $\frac{88881}{88883}$ 与 $\frac{66661}{66663}$ 的大小, 并说明理由。

10. $\frac{4}{5} \times \frac{6}{7} \times \frac{8}{9} \times \dots \times \frac{1000000}{1000001}$ 与 0.002 比较, 哪个大? 为什么?

第3讲 分数应用 题 (一)

专题概述

分数应用题是小学数学的重要内容。分数应用题是研究数量之间份数关系的典型应用题,一方面它是在整数应用题上的延续和深化,另一方面,它有其自身的特点和解题规律。在解这类问题时,分析数量之间的关系,准确找出“量”与“率”之间的对应关系是解题的关键。

解分数应用题一般有以下几个步骤:首先将题目读清楚,分析什么是已知、未知以及所求,选择合适的方法(线段示意图)来解题;其次根据题意列出一些数量关系,这里的数量关系可以根据公式、法则、概念、性质等得到;最后整理得到我们所要求的量。

在解决这类问题时,我们要学会多角度、多方位思考问题的方法。在解题过程中,要善于掌握假设、转化等多种解题方法,在寻找解题方法的同时,不断地开拓解题思路。

典型例题 1

小明家这个月的用电量比上个月上升了 $\frac{1}{20}$,请问你能联想到哪些数量关系?

分析 读清题意,分析上个月与这个月用电量之间的数量关系。

解 ①小明家上个月用电量与单位“1”的关系。

②小明家本月上升的用电量与上月用电量的 $\frac{1}{20}$ 的关系。

③小明家本月用电量与上月用电量的 $(1+\frac{1}{20})$ 的关系。

思维训练 1

1. 一杯橙汁比一瓶可乐少 $\frac{1}{5}$,请问你能联想到什么数量关系?



2. 已修的公路比未修的公路多 $\frac{3}{8}$, 请问你能联想到什么数量关系?

典型例题 2

小红有一根绳子, 第一次剪去全长的 $\frac{1}{5}$, 第二次剪去余下的 $\frac{3}{4}$, 两次共剪去全长的几分之几?

分析 题目让我们求两次剪去的占全长的几分之几, 我们已知第一次的量, 只要求得第二次的量就可以求得两次总共的量占全长的几分之几。第二次的量可以根据第一次剪去的量来求得。在这里我们可以把绳子看成单位“1”。

解 第二次剪去全长的: $(1 - \frac{1}{5}) \times \frac{3}{4} = \frac{3}{5}$

第一次和第二次共剪去全长的: $\frac{1}{5} + \frac{3}{5} = \frac{4}{5}$

答: 两次共剪去全长的 $\frac{4}{5}$ 。

思维训练 2

1. 小明看一本故事书, 第一天看了全书的 $\frac{1}{5}$, 第二天看了余下的 $\frac{2}{3}$, 还剩 40 页没有看, 这本故事书总共有多少页?

2. 小兰看《红楼梦》, 上午看了 50 页, 比下午看的页数的 $\frac{7}{8}$ 多 1 页, 小兰这天共看了多少页小说?